S. 804. B. 151

MÉMOIRES

DE

L'ACADÉMIE ROYALE DES SCIENCES

DE L'INSTITUT

DE FRANCE.

TOME XIII.

S. 804. B. 151.

MÉMOIRES

DE

L'ACADÉMIE ROYALE DES SCIENCES

DE L'INSTITUT

DE FRANCE.

TOME XIII.



PARIS,

DE L'IMPRIMERIE DE FIRMIN DIDOT FRÈRES,

IMPRIMEURS DE L'INSTITUT, RUE JACOB, N° 24.

1835.

TABLE DES ARTICLES

CONTENUS

DANS LE TREIZIÈME VOLUME

DE LA NOUVELLE COLLECTION DES MÉMOIRES DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

FIN DE LA TABLE DU TREIZIÈME VOLUME.

ÉLOGE

DE

M. DE LAMARCK,

PAR M. LE BARON CUVIER.

Lu à l'Académie des Sciences, le 26 novembre 1832 (1).

Parmi les hommes livrés à la noble occupation d'éclairer leurs semblables, il en est un petit nombre (et vous venez d'en voir un illustre exemple) (2) qui, doués à la fois d'un esprit élevé et d'un jugement parfait, embrassant dans leurs vastes conceptions le champ entier des sciences, y saisissant d'un œil sûr ce dont à chaque époque leurs progrès permettent d'espérer la découverte, n'ont mis au jour que des vérités certaines, n'en ont donné que des démonstrations évidentes, et n'en ont déduit que des conséquences irrésistibles, ne s'exposant jamais à rien avancer de hasardé ou de douteux; génies sans pairs, dont les immortels écrits brillent sur la route des

(1) Par M. le baron Silvestre.

(2) Cet éloge devait suivre celui de Volta, lu par M. Arago, dans la séance du 27 juin 1831.

16

sciences comme autant de flambeaux destinés à l'éclairer aussi long-temps que le monde sera gouverné par les mêmes lois.

D'autres, d'un esprit non moins vif, non moins propre à saisir des aperçus nouveaux, ont eu moins de sévérité dans le discernement de l'évidence; aux découvertes véritables dont ils ont enrichi le système de nos connaissances, ils n'ont pu s'empêcher de mèler des conceptions fantastiques; croyant pouvoir devancer l'expérience et le calcul, ils ont construit laborieusement de vastes édifices sur des bases imaginaires, semblables à ces palais enchantés de nos vieux romans que l'on faisait évanouir en brisant le talisman dont dépendait leur existence. Mais l'histoire de ces savants moins complétement heureux n'est peut-être pas moins utile; autant les premiers doivent être proposés sans réserve à notre admiration, autant il importe que les autres le soient à notre étude; la nature seule produit des génies du premier ordre; mais il est permis à tout homme laborieux d'aspirer à prendre son rang parmi ceux qui ont servi les sciences, et il le prendra d'autant plus élevé qu'il aura appris à distinguer par de notables exemples les sujets accessibles à nos efforts, et les écueils qui peuvent empêcher d'y atteindre. C'est dans ce but qu'en traçant cette vie de l'un de nos plus célèbres naturalistes, nous avons pensé qu'il était de notre devoir, en accordant de justes louanges aux grands et utiles travaux que la science lui doit, de signaler aussi ceux de ses ouvrages où trop de complaisance pour une imagination vive l'a conduit à des résultats plus contestables, et de marquer, autant qu'il est en nous, les causes et les occasions de ces écarts, ou, si l'on peut s'exprimer ainsi, leur généalogie. C'est le principe qui nous a guidé dans tous nos éloges historiques, et loin que nous pensions avoir manqué en cela au respect que nous

devions à la mémoire de nos confrères, nous croyons que nos hommages en sont devenus plus purs, précisément parce que nous en avons soigneusement écarté tout ce qui n'était pas digne d'eux.

Jean-Baptiste-Pierre-Antoine DE MONET, autrement appelé le chevalier *de* LAMARCK, naquit à Bazantin, village de Picardie, entre Albert et Bapaume, le 1er août 1744. Il était le onzième enfant de Pierre de Monet, seigneur de ce lieu, d'une ancienne maison de Béarn, mais dont le patrimoine, peu considérable par lui-même, se trouva tout à fait disproportionné pour une si nombreuse progéniture. L'église offrait alors des ressources et quelquefois une grande fortune aux cadets des familles nobles; M. de Monet y destina de bonne heure son jeune fils, et pour l'y préparer, lui fit commencer ses études aux jésuites d'Amiens; mais l'inclination de l'enfant ne répondit point aux désirs paternels. Tout ce qui l'entourait lui tenait un autre langage : depuis des siècles ses parents avaient porté les armes; son frère aîné était mort sur la brèche au siége de Berg-Op-Zoom; deux autres servaient encore; et ce n'était pas à l'époque où la France se trouvait engagée avec le plus de violence dans la triste lutte commencée en 1756, qu'un jeune homme qui se sentait du cœur aurait pu renoncer à suivre de tels exemples. Son père résistait cependant; mais ce bon vieillard étant mort en 1760, rien ne put déterminer le jeune abbé à garder son petit collet. Il s'achemina sur un mauvais cheval, et suivi d'un pauvre garçon de son village, vers l'armée d'Allemagne, muni pour tout passeport d'une lettre d'une de ses voisines de terre, madame Lameth, pour M. de Lastic, colonel du régiment de Beaujolois. On peut se figurer l'humeur de cet officier en se voyant ainsi embarrassé d'un

enfant que sa mine chétive faisait encore paraître au-dessous de son âge; il l'envoya cependant à son quartier, et s'occupa de ses devoirs. Le moment en effet était critique; on se trouvait au 14 juillet 1761; le maréchal de Broglie venait de réunir son armée avec celle du prince de Soubise, et devait attaquer le lendemain l'armée alliée, commandée par le prince Ferdinand de Brunswick. Dès le point du jour M. de Lastic parcourut le front de son corps, et la première personne qu'il remarqua fut le nouvel arrivé, qui sans lui rien dire s'était venu placer au premier rang d'une compagnie de grenadiers, et que rien ne put déterminer à quitter ce poste.

On sait que cette bataille, qui porte le nom du petit village de *Fissingshausen* entre *Ham* et *Lippstadt,* fut perdue par les Français, et que leurs deux généraux, s'accusant mutuellement de cette défaite, se séparèrent aussitôt et n'entreprirent plus rien d'important du reste de la campagne. Pendant les mouvements du combat, la compagnie où était M. de Lamarck fut placée dans un lieu où elle se trouva exposée à tout le feu de l'artillerie ennemie; dans la confusion de la retraite on l'y oublia. Déja tous les officiers et sous-officiers étaient tués, il ne restait plus que 14 hommes, quand le plus ancien grenadier s'apercevant qu'il n'y avait plus de Français en vue, proposa au jeune volontaire, devenu si promptement le commandant, de faire retirer cette petite troupe. « On nous a assigné ce poste, répond l'enfant, nous ne devons le quitter que si on nous relève, » et il les y fit en effet demeurer jusqu'à ce que le colonel, voyant que cette compagnie ne se ralliait pas, lui envoya une ordonnance qui se glissa par toute sorte de sentiers couverts pour arriver jusqu'à elle. Ce trait de fermeté ayant été rapporté au maréchal, il fit sur-le-champ

M. de Lamarck officier, bien que ses instructions lui prescrivissent d'être fort réservé de ces sortes de promotions. Peu de temps après, M. de Lamarck fut nommé à une lieutenance; mais un si heureux début n'eut pas pour sa fortune militaire les suites qu'il en aurait pu attendre; l'accident le plus imprévu l'enleva même au service et lui donna une destination toute nouvelle. Son régiment avait été à la paix envoyé en garnison à Toulon et à Monaco; là, un de ses camarades, en jouant, le souleva par la tête, et lui occasiona dans les glandes du cou un dérangement grave qui, vainement combattu sur les lieux, l'obligea de venir à Paris se confier à des mains plus habiles; les soins de divers chirurgiens renommés n'eurent pas plus de succès, et le danger était devenu très-imminent, lorsque notre confrère feu M. Tenon, avec sa sagacité ordinaire, reconnut le mal et y mit fin par une opération compliquée dont M. de Lamarck a toujours conservé de profondes cicatrices. Ce traitement lui prit une année, et pendant ce temps, l'extrême exiguïté de ses ressources le confina dans une solitude où il eut tout le loisir de se livrer à la méditation.

La profession des armes ne lui avait pas fait perdre de vue les notions de physique qu'il avait reçues au collége.

Pendant son séjour à Monaco, la végétation singulière de cette contrée rocailleuse avait fixé son attention, et *le Traité des plantes usuelles* de *Chomel*, tombé par hasard dans ses mains, lui avait donné quelque teinture de botanique. Logit à Paris, comme il l'a dit lui-même, beaucoup plus haut qu'il n'aurait voulu, les nuages, qui faisaient presque tout son spectacle, lui inspirèrent, par leurs divers aspects, ses premières idées de météorologie; c'était plus de sujets qu'il n'en falla pour échauffer une tête qui a toujours été active et originale.

Il comprit donc, comme Voltaire l'a dit de Condorcet, que des découvertes durables pouvaient l'illustrer autrement qu'une compagnie d'infanterie.

Cette nouvelle résolution n'était guère moins courageuse que la première; réduit à une pension alimentaire de 400 fr., il essaya de se faire médecin, et en attendant qu'il eût le temps d'études nécessaires, il travaillait tristement pour vivre dans les bureaux d'un banquier; ses méditations, les contemplations auxquelles il se livrait, le consolaient cependant, et quand il trouvait l'occasion de communiquer ses idées à quelque ami, de les discuter, de les défendre contre les objections, le monde actuel n'était plus rien pour lui; dans sa chaleur, il oubliait toutes les peines de son existence. Ainsi tant d'hommes, devenus les lumières du monde, ont passé leur jeunesse. C'est trop souvent dans la pauvreté que naît le génie; mais il a en lui-même un principe de résistance contre l'infortune; l'adversité en est peut-être l'épreuve la plus sûre, et les jeunes gens dans le malaise ne doivent jamais oublier que Linnæus se préparait à être le réformateur de l'histoire naturelle, en recollant, pour les porter, les vieux souliers de ses camarades.

Enfin, après avoir mis dix ans à se préparer, M. de Lamarck se fit subitement connaître du monde et des savants par un ouvrage d'un plan neuf et d'une exécution pleine d'intérêt.

Depuis long-temps, en suivant les herborisations ou en visitant le Jardin du Roi, il se livrait avec ceux qui étudiaient la botanique en même temps que lui, à des discussions vives, sur l'imperfection de tous les systèmes de distribution alors en vogue, et sur la facilité d'en créer un qui conduirait plus sûrement et plus promptement à la détermination des plantes.

Ses amis, par intérêt pour lui, le défièrent en quelque sorte : il s'attacha à leur prouver son dire par le fait, et en six mois d'un travail sans relâche, il eut écrit sa Flore française (1). Cet ouvrage n'a ni la prétention d'ajouter des espèces à la liste de celles que l'on savait être indigènes de la France, ni même de donner de celles-ci une connaissance plus approfondie, ce n'est qu'un guide qui, partant des conformations les plus générales, divisant et subdivisant toujours par deux, ne donnant chaque fois à choisir qu'entre deux caractères opposés, conduit son lecteur, pour peu qu'il entende le langage descriptif et qu'il fasse usage de ses yeux, le conduit, dis-je, comme par la main, et le fait arriver inévitablement, et même en s'amusant, à la détermination de la plante dont il cherche le nom. Cette sorte de dichotomie, ou de bifurcation perpétuelle, est implicitement comprise dans toutes les méthodes distributives, elle en est même le fondement nécessaire; seulement, les auteurs récents, pour abréger, avaient cru pouvoir présenter ensemble plusieurs embranchements : M. de Lamarck, à l'imitation de quelques botanistes anciens, les développa, les exprima tous, les représenta par des accolades, et le plus simple lecteur, sans initiation préalable, put en le prenant pour guide se croire botaniste. Son livre, paraissant à une époque où la botanique était devenue une science à la mode, où l'exemple de J.-J. Rousseau et l'enthousiasme si général qu'il inspirait en avaient même fait l'étude de beaucoup de femmes et de gens du monde, eut un succès

---

(1) Flore française, ou Description succincte de toutes les plantes qu croissent naturellement en France; 3 vol. in-8°, Paris, 1778.

rapide. M. de Buffon, qui n'était peut-être pas fâché que l'on vît par cet exemple combien ces méthodes qu'il estimait si peu étaient ou faciles ou indifférentes, obtint de faire imprimer la Flore française à l'imprimerie royale. Une place de botanique étant venue à vaquer à l'Académie des sciences, et M. de Lamarck ayant été présenté en seconde ligne, le ministre, chose presque sans exemple, lui fit donner par le roi, en 1779, la préférence sur M. Descemet, qui était présenté le premier, et qui depuis et pendant une longue vie n'a jamais pu recouvrer la place que cette espèce de passe-droit lui avait fait manquer. En un mot, le pauvre officier si négligé depuis la paix obtint tout d'un coup le bonheur toujours très-rare, et surtout alors, d'être à la fois l'objet de la faveur de la cour et de celle du public. L'affection de M. de Buffon lui valut un autre avantage; désirant faire voyager son fils qui venait de terminer ses études, il proposa à M. de Lamarck de lui servir de guide, et ne voulant pas qu'il parût comme un simple précepteur, il lui fit donner une commission de botaniste du roi, chargé de visiter les jardins et les cabinets étrangers, et de les mettre en correspondance avec ceux de Paris. M. de Lamarck parcourut ainsi avec le jeune Buffon, pendant une partie des années 1781 et 1782, la Hollande, l'Allemagne et la Hongrie; il vit Gleditsch à Berlin, Jacquin à Vienne, Murray à Gœttingue; il prit une idée des magnifiques établissements consacrés à la botanique en divers pays étrangers, et dont les nôtres n'approchent pas encore, malgré tout ce qui a été fait pour eux depuis 30 ans.

Peu de temps après son retour commencèrent des ouvrages plus importants que sa Flore, bien que moins répandus, et qui lui ont assigné un rang plus éminent parmi les botanistes;

je veux dire son *Dictionnaire de Botanique* (1) et son *Illustration des genres* (2), qui font l'un et l'autre partie de l'Encyclopédie méthodique.

L'Illustration des genres est surtout le livre peut-être le plus commode pour acquérir promptement des notions un peu complètes de cette belle science. La précision des descriptions et des définitions de Linnæus y est appuyée, comme dans les institutions de Tournefort, de figures propres à donner du corps à ces abstractions, et les faire saisir à l'œil en même temps qu'à l'esprit; et ce ne sont pas seulement les fleurs et les fruits que l'étudiant apprend à connaître, souvent le port d'une ou deux espèces principales y est représenté : plus de deux mille genres y sont ainsi offerts à l'étude sur mille planches in-4°, et l'on y trouve en même temps les caractères abrégés d'une infinité d'espèces. Le Dictionnaire en

---

(1) Encyclopédie méthodique (botanique). Le tome I[er], 1783, et le tome II, 1786, sont de M. de Lamarck; le III[e], 1789, est de lui et de M. Desrousseaux, qui a aussi travaillé au IV[e], de 1795, avec MM. Poiret et Savigny; le V[e], de 1804, est de MM. Poiret et Decandolle; le VI[e], le VII[e] et le VIII[e], de 1804 à 1808, sont de M. Poiret, ainsi que les 5 vol. de supplément, de 1810 à 1817.

(2) Tableau encyclopédique et méthodique des trois règnes de la nature (botanique) : Illustration des genres, ou exposition des caractères de tous les genres de plantes établis par les botanistes, rangés suivant l'ordre du système sexuel de Linnæus, avec des figures pour l'intelligence des caractères de ces genres; et le tableau de toutes les espèces connues qui s'y rapportent, et dont on trouve la description dans le Dictionnaire de botanique de l'Encyclopédie; les 1[er] vol. 1791, 2[e] 1793, 3[e] 1800, contenant 900 planches, sont de M. de Lamarck, et un supplément par Poiret, 1823, contient les 100 dernières planches.

contient l'histoire plus détaillée, avec des descriptions soignées, des recherches critiques sur leur synonymie, et beaucoup d'observations intéressantes sur leurs usages ou sur les particularités de leur organisation. Tout n'est pas original, tant s'en faut, dans ces deux écrits; mais le choix des figures est fait avec intelligence, les descriptions sont tirées des meilleurs auteurs, et il ne laisse pas d'y en avoir un assez grand nombre qui portent sur des espèces et même sur quelques genres inconnus auparavant.

On peut s'étonner que M. de Lamarck, qui jusque-là ne s'était presque occupé de la botanique qu'en amateur, se fût mis si vite en état de produire un ouvrage aussi considérable, et où les végétaux les plus rares étaient présentés et discutés. C'est que, du moment où il l'eut entrepris, il y mit l'ardeur de son caractère, ne s'occupant que de plantes, les cherchant dans tous les jardins, dans tous les herbiers; passant les jours chez tous les botanistes qui pouvaient lui en communiquer, mais principalement chez M. de Jussieu, dans cette maison où depuis plus d'un siècle une hospitalité savante accueille avec une égale bienveillance tous les hommes qui se livrent à la science aimable des végétaux. Quelqu'un arrivait-il à Paris avec des plantes, il pouvait être sûr que le premier qui le visiterait serait M. de Lamarck; cet empressement lui valut un des plus beaux présents qu'il eût pu désirer. Le célèbre voyageur Sonnerat, revenu pour la seconde fois des Indes en 1781, avec de grandes richesses en histoire naturelle, s'imaginait voir accourir à lui tous ceux qui cultivaient cette science; ce n'était pas à Pondichéry ou aux Moluques qu'il avait pu se faire une idée du tourbillon qui trop souvent dans cette capitale entraîne les savants autant

que les hommes du monde; personne ne vint que M. de Lamarck, et Sonnerat, dans son dépit, lui donna l'herbier magnifique qu'il avait apporté; il profita aussi de celui de Commerson, et de ceux qui s'étaient accumulés chez M. de Jussieu et qui lui furent généreusement ouverts.

On peut s'étonner aussi, mais dans un autre sens, que M. de Lamarck n'eût pas adopté pour la distribution de ses grands ouvrages les méthodes perfectionnées dont il avait si bien tracé les règles dans la préface de sa Flore, et qu'il se fût borné à suivre, pour l'un, le système sexuel, et pour l'autre, l'ordre alphabétique; mais c'étaient des conditions que lui avait prescrites l'entrepreneur de l'Encyclopédie; car, il faut l'avouer, M. de Lamarck était encore réduit à travailler pour les libraires, et d'après leur direction; ce travail était même sa seule ressource.

La faveur de M. de Buffon, celle du ministre ne lui avaient valu aucun établissement solide; ce ne fut que M. de La Billardière, successeur de Buffon, qui, allié à la famille de M. de Lamarck, fit créer pour lui une chétive place de garde des herbiers au Cabinet du roi; place qu'encore il fut presque aussitôt au moment de se voir arracher; de fortes oppositions se manifestèrent dans l'établissement; on demanda même à l'Assemblée nationale de la supprimer; ce que je vois par deux brochures qu'il fut obligé de publier pour la défendre, et si quelques années plus tard il obtint une existence un peu moins précaire, ce ne fut qu'en changeant encore une fois de vocation.

En 1793 le Jardin et le Cabinet du roi furent reconstitués sous le titre de *Muséum d'histoire naturelle;* tous les fonc-

tionnaires supérieurs furent faits professeurs et chargés chacun de la branche d'enseignement le plus en rapport avec leur emploi précédent ou leurs études personnelles, et M. de Lamarck, plus nouveau venu, obligé de se contenter du lot que les autres n'avaient pas choisi, fut nommé à la chaire relative aux deux dernières classes du règne animal tel que Linnæus l'avait divisé, à ce qu'on appelait alors les *insectes* et les *vers*.

Il avait alors tout près de cinquante ans, et la seule préparation qu'il eût sur cette vaste partie de la zoologie, se réduisait à quelque connaissance des coquilles, dont il s'était souvent entretenu avec Bruguière, et dont il avait même formé une petite collection. Mais son ancien courage ne l'abandonna point; il se mit à étudier sans relâche ces objets nouveaux; il s'aida des conseils de quelques amis, et appliquant du moins à ce qui concerne les coquilles et les coraux, cette sagacité qu'un long exercice lui avait donnée sur les plantes, il fit dans ce nouveau champ des innovations si heureuses, que ses ouvrages sur ces animaux donneront à son nom une réputation peut-être plus durable que tout ce qu'il a publié sur la botanique; mais avant de les analyser, nous avons à parler d'autres écrits qui ne jouiront probablement pas du même avantage.

Pendant les trente années qui venaient de s'écouler depuis la paix de 1763, tous ses moments n'avaient pas été employés à la botanique : dans les longues solitudes auxquelles le condamnait sa position gênée, toutes ces grandes questions qui depuis des siècles fixent l'attention des hommes, s'étaient emparées de son esprit. Il avait médité sur les lois générales de la physique et de la chimie, sur les phénomènes de l'at-

mosphère, sur ceux des corps vivants, sur l'origine du globe et ses révolutions. La psychologie, la haute métaphysique même ne lui étaient pas demeurées tout à fait étrangères; et sur toutes ces matières il avait un ensemble d'idées arrêtées, originales par rapport à lui, qui les avait conçues par la force de sa tête, mais qu'il croyait également nouvelles pour le monde, et surtout aussi certaines que propres à renouveler toutes les sciences humaines. Il ressemblait à cet égard à tant d'autres solitaires, à qui le doute n'est jamais venu, parce qu'ils n'ont jamais eu l'occasion d'être contredits. Dès qu'il eut une existence assurée, il s'occupa d'en faire part au public; pendant vingt ans il les a reproduites sous toutes les formes, et il les a fait entrer même dans ceux de ses ouvrages qui y paraissaient le plus étrangers : nous sommes donc d'autant plus obligé de les faire connaître, que sans elles une partie de ses meilleurs écrits seraient inintelligibles; on ne comprendrait pas l'homme lui-même, tant il s'était identifié avec ses systèmes, tant le désir de les propager, de les faire prévaloir, l'emportait à ses yeux sur tout autre objet, et lui faisait paraître ses plus grands, ses plus utiles travaux, comme de légers accessoires de ses hautes spéculations.

Ainsi, pendant que Lavoisier créait dans son laboratoire une chimie nouvelle appuyée d'une suite si belle et si méthodique d'expériences, M. de Lamarck, sans expérimenter, sans même aucun moyen de le faire, en imaginait une autre qu'il ne craignait pas d'opposer à celle que les acclamations de l'Europe presque entière venaient de si bien accueillir.

Dès 1780 il n'avait pas craint de présenter cette théorie en manuscrit à l'Académie des sciences; mais ce ne fut qu'en 1792 qu'il la publia sous le titre de *Recherches sur les causes*

des principaux faits physiques (1) : elle reparut dans un meilleur ordre dans les *Mémoires de physique et d'histoire naturelle* (2) qu'il s'était empressé de lire à l'Institut dès la première année de sa formation, et qu'il rassembla en un volume en 1797. « La matière (selon lui) n'est point homogène ; il existe des principes simples essentiellement différents entre eux ; la connexion de ces principes dans les composés varie en intensité ; ils s'y masquent mutuellement, et plus ou moins, selon que chacun d'eux est plus ou moins dominant ; aucun composé n'a jamais son principe dans un état naturel, ils y sont tous plus ou moins dans un état de gêne et de modification : or, comme il répugnerait à la raison qu'une substance tendît à s'éloigner de son état naturel, on doit conclure que ce n'est point la

(1) Recherches sur les causes des principaux faits physiques, et particulièrement sur celles de la combustion, de l'élévation de l'eau dans l'état de vapeur ; de la chaleur produite par le frottement des corps solides entre eux, de la chaleur qui se rend sensible dans les décompositions subites, dans les effervescences et dans le corps de beaucoup d'animaux pendant la durée de leur vie ; de la causticité, de la saveur et de l'odeur de certains composés ; de la couleur des corps, de l'origine des composés et de tous les minéraux ; enfin, de l'entretien de la vie des êtres organiques, de leur accroissement, de leur état de vigueur, de leur dépérissement et de leur mort. Paris, 1794, 2 vol. in-8°.

(2) Mémoires de physique et d'histoire naturelle, établis sur des bases de raisonnement indépendantes de toute théorie, avec l'exposition de nouvelles considérations sur la cause générale des dissolutions, sur la matière du feu, sur la couleur des corps, sur la formation des composés, sur l'origine des minéraux, et sur l'organisation des corps vivants. Paris, 1797, 1 vol. in-8°.

nature qui produit des combinaisons, au contraire, elle tend sans cesse à détruire les combinaisons qui existent, et chaque principe d'un composé cherche à se dégager suivant le degré de son énergie; les dissolutions ne résultent que de cette disposition, favorisée par la présence de l'eau; les affinités n'y sont pour rien; toutes les expériences par où l'on cherche à prouver que l'eau se décompose, qu'il existe plusieurs espèces d'air, ne sont que des illusions, et c'est le feu qui les produit. L'élément du feu (1) est sujet comme les autres à se modifier lorsqu'il se combine. Dans son état naturel, répandu partout, pénétrant tous les autres corps, il est absolument imperceptible; seulement, lorsqu'il est mis en vibration, c'est lui qui est la matière du son; car ce n'est point l'air qui en est le véhicule, comme le croient les physiciens (2); mais le feu se fixe dans un grand nombre de corps, il s'y accumule, et, dans son plus haut degré de condensation, il y devient *feu carbonique,* radical de toutes les matières combustibles, cause de toutes les couleurs; moins enchaîné, plus prêt à s'échapper, il est feu acidifique, cause de la causticité quand il est très-abondant, des saveurs et des odeurs quand il l'est moins. Au moment où il se dégage, et dans son état transitoire de mouvement expansif, il est *feu calorique;* c'est alors qu'il dilate, qu'il échauffe, qu'il liquéfie, qu'il volatilise les corps en entourant leurs molécules, qu'il les brûle en détruisant leur agrégation, qu'il les calcine ou les acidifie en s'y

---

(1) Mémoire sur la matière du feu, considéré comme instrument chimique dans les analyses. — Journal de physique, floréal an VII.

(2) Mémoire sur la matière du son. — Journal de physique, lu les 16 et 26 brumaire an VIII.

fixant lui-même de nouveau. Dans la plus grande force de son expansion, il est en état de lancer la lumière en blanc, en rouge ou en violet-bleuâtre, suivant la force avec laquelle il agit, et c'est l'origine des couleurs du prisme; c'est aussi celle des teintes que l'on remarque à la flamme des bougies. La lumière, à son tour, a aussi le pouvoir d'agir sur le feu, de le refouler dans les corps, et c'est ainsi que le soleil fait naître sans cesse de nouvelles sources de chaleur; hors de là, tous les composés que l'on observe sur le globe sont dus aux facultés organiques des êtres doués de la vie, dont on peut dire, par conséquent, qu'ils ne sont pas dans la nature, et lui sont même opposés, puisqu'ils refont sans cesse ce que la nature tend à détruire sans cesse. Les végétaux combinent directement les éléments; les animaux forment des composés plus compliqués en combinant ceux que les végétaux ont formés; mais il y a dans tout corps vivant une force qui tend à le détruire: ils meurent donc tous, chacun à son terme, et toutes les substances minérales, tous les corps inorganiques dont on peut trouver des exemples, ne sont que des résidus, des débris des corps qui ont eu vie, et dont se sont dégagés successivement les principes les moins fixes. Les produits des animaux les moins simplifiés sont les matières calcaires, ceux des végétaux sont les humus et les argiles; les uns et les autres, en se débarrassant de plus en plus de leurs principes moins fixes, passent à l'état siliceux, et finissent par se réduire en cristal de roche, qui est l'élément terreux dans sa plus grande pureté. Les sels, les pyrites, les métaux ne diffèrent des autres minéraux que parce que certaines circonstances y ont accumulé, dans des proportions diverses, une plus grande quantité de feu carbonique ou acidifique.»

Quant à la vie, cause unique de tous les composés, mère, non-seulement des animaux et des végétaux, mais de tous les corps qui occupent aujourd'hui la surface de la terre, M. de Lamarck, dans ces deux premiers ouvrages, convenait encore que tout ce que nous en savons, c'est que les êtres vivants viennent tous d'individus semblables à eux, mais qu'il nous est impossible de connaître la cause physique qui a donné la naissance au premier de chaque espèce.

A ces deux écrits, il en joignit un dans la forme polémique, sa réfutation de la théorie pneumatique (1), où il provoquait en quelque sorte au combat les nouveaux chimistes, se figurant, comme tant d'autres auteurs de systèmes, que c'était pour le faire oublier qu'ils gardaient le silence, et ne doutant point, s'il parvenait seulement à les engager dans la lice, qu'il n'en triomphât aisément, et que le public, éveillé par l'éclat de la dispute, n'adoptât avec promptitude un système dont à peine il parviendrait autrement à lui faire apprendre l'existence.

A son grand regret, cette réfutation n'obtint pas plus de réponse que son exposition n'avait obtenu d'attaque; personne ne la crut nécessaire; et, en effet, il était trop sensible que tout cet édifice ne reposait que sur deux assertions éga-

---

(1) Réfutation de la théorie pneumatique, ou de la nouvelle doctrine des chimistes modernes, présentée article par article, dans une suite de réponses aux principes rassemblés et publiés par le C. Fourcroy, dans sa Philosophie chimique; précédée d'un Supplément complémentaire de la théorie exposée dans l'ouvrage intitulé : Recherches sur les causes des principaux faits physiques, auquel celui-ci fait suite et devient nécessaire. Paris, 1796, 1 vol. in-8°.

lement hasardées : l'une, que les substances n'entrent dans les combinaisons que modifiées dans leur essence; et l'autre, qu'il n'est pas raisonnable de croire que la nature puisse les faire tendre à un pareil changement. — Otez une de ces bases et tout s'évanouit.

Nous venons de dire qu'à cette époque M. de Lamarck se croyait donc encore dans l'impossibilité de remonter à la première origine des êtres vivants; c'était un grand pas à faire, mais il le fit promptement. Dès 1802, il eut dans ses Recherches sur les corps vivants (1) une physiologie à lui, comme dans ses Recherches sur les principaux faits physiques il avait eu une chimie. L'œuf, à ses yeux, ne contient rien de préparé pour la vie avant d'être fécondé, et l'embryon du poulet ne devient susceptible du mouvement vital que par l'action de la vapeur séminale; or, que l'on admette l'existence dans l'univers d'un fluide analogue à cette vapeur, et capable d'opérer sur les matières placées dans les circonstances favorables ce qu'elle opère sur les embryons, qu'elle organise et rend propres à jouir de la vie, et l'on concevra à l'instant les générations spontanées. La chaleur à elle seule est peut-être l'agent de la nature pour ces ébauches d'organisations : peut-

---

(1) Recherches sur l'organisation des corps vivants, et particulièremnet sur son origine, sur la cause de ses développements et des progrès de sa composition, et sur celle qui, tendant continuellement à la détruire dans chaque individu, amène nécessairement sa mort.

Précédé du discours d'ouverture du cours de zoologie donné dans le Muséum d'histoire naturelle, l'an x de la république. Paris, 1802, 1 vol. in-8°.

être l'électricité lui porte-t-elle son secours. Qu'un oiseau, un cheval, un insecte même, pussent directement se former ainsi, c'est ce que M. de Lamarck ne croyait pas; mais pour les corps vivants les plus simples, ceux qui se trouvent à l'extrémité de chaque règne, il n'y voyait aucune difficulté; car une monade, un polype, sont, dans sa pensée, mille fois plus aisés à former qu'un embryon de poulet. Mais comment sont venus à la vie les êtres qui montrent plus de complication et que la génération spontanée ne pouvait pas produire? Rien encore, se disait-il, de si facile à concevoir. Que l'orgasme, excité par ce fluide organisateur, vienne à se prolonger, il augmentera la consistance des parties contenantes, il les rendra susceptibles de réagir sur les fluides en mouvement qu'elles contiennent, il y aura irritabilité, et l'irritabilité aura le sentiment pour conséquence; le premier effort de l'être commençant ainsi à se développer, devra tendre à le faire subsister, à lui former un organe nutritif. Voilà une cavité alimentaire! D'autres besoins, d'autres désirs, produits par les circonstances, amèneront d'autres efforts, qui feront naître d'autres organes; car, par une hypothèse de plus ajoutée à toutes les autres, ce ne sont pas les organes, c'est-à-dire la nature et la forme des parties, qui donnent lieu aux habitudes et aux facultés; ce sont les habitudes, la manière de vivre, qui, avec le temps, font naître les organes : c'est à force de vouloir nager qu'il vient des membranes aux pieds des oiseaux d'eau; à force d'aller à l'eau, à force de ne vouloir pas se mouiller, que les jambes s'allongent à ceux de rivage; à force de vouloir voler, que les bras de tous se produisent en ailes, et que les poils et les écailles s'y développent en plumes : et

que l'on ne croie pas que nous ajoutions ni retranchions rien, nous employons les propres termes de l'auteur.

On comprend que ces principes une fois admis, il ne faut plus que du temps et des circonstances pour que la monade ou le polype finissent par se transformer graduellement et indifféremment en grenouille, en cigogne, en éléphant. Mais l'on comprend aussi, et M. de Lamarck ne manque pas de le déclarer, qu'il n'y a point d'espèces dans la nature, et que si les hommes se sont fait des idées contraires, cela ne vient que du temps qui a été nécessaire pour amener ces innombrables variétés de formes sous lesquelles la nature vivante nous apparaît aujourd'hui; résultat qui dut sembler bien pénible à un naturaliste dont presque toute la longue vie avait été consacrée à la détermination de ce que jusque-là il avait cru des espèces, soit dans les plantes, soit dans les animaux, et dont, il faut le dire, le mérite le plus reconnu avait consisté dans cette détermination.

Quoi qu'il en soit, M. de Lamarck reproduisit cette théorie de la vie dans tous les ouvrages zoologiques qu'il publia depuis; et quelque intérêt que ces ouvrages excitassent par leurs parties positives, personne ne crut leur partie systématique assez dangereuse pour mériter d'être attaquée; on la laissa dans la même paix que la théorie chimique, et par la même raison : c'est que chacun put s'apercevoir qu'indépendamment de bien des paralogismes de détail, elle repose aussi sur deux suppositions arbitraires : l'une, que c'est la vapeur séminale qui organise l'embryon; l'autre, que des désirs, des efforts, peuvent engendrer des organes. Un système appuyé sur de pareilles bases peut amuser l'imagination d'un poète;

un métaphysicien peut en dériver toute une autre génération de systèmes; mais il ne peut soutenir un moment l'examen de quiconque a disséqué une main, un viscère, ou seulement une plume.

Cependant M. de Lamarck ne s'en était pas tenu à cette théorie chimique, à cette théorie des êtres vivants; en 1802, dans son *Hydrogéologie* (1), il y avait joint une théorie correspondante de la formation du globe et de ses mutations, fondée sur la supposition que tous les minéraux composés sont des débris de la vie. Les mers, sans cesse agitées par les marées que produit l'action lunaire, creusent sans cesse leur lit, et à mesure que leur bassin s'enfonce ainsi dans la croûte du globe, il arrive nécessairement que leur niveau s'abaisse, que leur surface diminue : ainsi se découvrent de plus en plus les terres sèches, formées, comme nous l'avons dit, des débris des êtres vivants. A mesure que ces terres sortent de la mer, les eaux pluviales par leurs courants les déchirent, les creusent, et font naître les vallées et les montagnes. Les volcans exceptés, nos chaînes les plus élevées, les plus escarpées, ont autrefois appartenu à des plaines; leur matière même a fait autrefois partie des corps des animaux et des plantes; c'est pour s'être à la longue débarrassées des principes étrangers, qu'elles sont réduites à une nature siliceuse;

---

(1) Hydrogéologie, ou Recherches sur l'influence qu'ont les eaux sur la surface du globe terrestre, sur les causes de l'existence du bassin des mers, de son déplacement, de son transport successif sur les différents points de ce globe, enfin sur les changements que les corps vivants exercent sur la nature et l'état de cette surface. 1 vol. in-8°, 1802.

mais les eaux courantes qui les sillonnent de toute part, portant leurs matériaux dans le bassin des mers, et ce bassin, se recreusant toujours, les rejette nécessairement de quelque côté; de là résulte un mouvement général, une transposition constante de l'Océan qui a peut-être fait déja plusieurs fois le tour du globe; et cette transposition ne peut se faire sans que le centre de gravité du globe se déplace, ce qui, selon M. de Lamarck, irait jusqu'à déplacer l'axe lui-même et à changer la température des différents climats; que si rien de tout cela ne peut être saisi par l'observateur, c'est à cause de l'excessive lenteur de ces opérations; c'est toujours le temps qui est un des facteurs nécessaires de toutes choses; le temps sans borne, qui joue un si grand rôle dans la religion des mages, n'en joue pas un moins grand dans toute cette physique de M. de Lamarck, et c'était sur lui qu'il se reposait pour calmer ses propres doutes et pour répondre à toutes les objections de ses lecteurs.

Il n'en fut plus de même lorsqu'il se hasarda à faire une application de ses systèmes à des phénomènes susceptibles d'être appréciés dans des intervalles prochains ; il eut promptement occasion de se convaincre à quel point la nature se plaît à se montrer rebelle aux doctrines conçues *a priori*. L'atmosphère, selon lui, pourrait se comparer à la mer : elle a une surface, des vagues, des tempêtes ; elle doit avoir aussi son flux et son reflux ; la lune doit la soulever comme elle soulève l'Océan : ainsi, dans les zones tempérées et froides, le vent, qui n'est que la marée de l'atmosphère, doit beaucoup dépendre de la déclinaison de la lune ; il doit souffler de préférence vers le pôle dont elle s'approche, et, suivant que dans cette direction, pour arriver en chaque lieu,

il traverse des contrées sèches ou des étendues de mer, il doit y rendre le ciel serein ou pluvieux. Si l'on a nié l'influence de la lune sur le temps, c'est qu'on a voulu la rapporter à ses phases; mais sa position dans l'écliptique donnerait des probabilités bien autrement sûres (1).

Pour démontrer en quelque sorte cette théorie par le fait, pour lui attirer davantage l'attention du public, M. de Lamark crut utile de la présenter sous forme de prédictions; il poussa la persévérance jusqu'à faire imprimer pendant onze années de suite des almanachs (2), où il annonçait pour chaque

---

(1) De l'influence de la lune sur l'atmosphère terrestre. Journal de physique, prairial an VI.

Sur les variations de l'état du ciel, dans les latitudes moyennes entre l'équateur et le pôle, et sur les principales causes qui y donnent lieu. Journal de physique, frimaire an XI.

Sur le mode de rédiger et de noter les observations météorologiques afin d'en obtenir les résultats utiles, et sur les considérations que l'on doit avoir en vue pour cet objet. (*Ibidem.*)

Sur la distinction des tempêtes d'avec les orages, les ouragans, et sur le caractère du vent désastreux. Journal de physique du 18 brumaire an IX.

Recherches sur la périodicité présumée des principales variations de l'atmosphère, et sur les moyens de s'assurer de son existence et de sa détermination. (*Ibid.*) Lu à l'Institut le 26 ventôse an IX.

Il promet dans une note de son Mémoire sur la matière du son, une théorie de l'atmosphère terrestre, à laquelle, dit-il, il travaillait depuis 30 ans, mais qu'il n'a point publiée.

(2) Annuaire météorologique pour l'an VIII (1800) de la république, contenant l'exposé des probabilités acquises par une longue suite d'observations sur l'état du ciel et les variations de l'atmosphère pour différents

jour les probabilités de la température; mais on aurait dit que le ciel se plût à lui donner des démentis. En vain essaya-t-il chaque année d'ajouter quelque considération nouvelle, comme les phases, l'apogée et le périgée de la lune, la position relative du soleil; en vain cherchait-il par là à expliquer ses mécomptes et à rectifier ses calculs : l'année d'après, quelque nouveau désappointement lui apprenait que notre atmosphère est soumise à des influences beaucoup trop compliquées pour qu'il soit encore au pouvoir de l'homme d'en calculer les phénomènes. Il finit par renoncer à ce travail stérile, et revenant tout entier à celui qu'il n'aurait jamais dû négliger, il ne s'occupa plus que de l'objet de sa chaire des animaux sans vertèbres, et c'est là qu'il trouva enfin une source non contestée de gloire et des titres durables à la reconnaissance de la postérité.

On lui doit ce nom même, *d'animaux sans vertèbres,* qui exprime peut-être la seule circonstance d'organisation qui leur soit commune à tous; c'est lui qui l'a employé le premier au lieu de celui *d'animaux à sang blanc,* dont on se

---

temps de l'année; l'indication des époques auxquelles on peut s'attendre à avoir du beau temps, ou des pluies, des orages, des tempêtes, des gelées, des dégels, etc.; enfin la citation, d'après les probabilités, des temps favorables aux fêtes, aux voyages, aux embarquements, aux récoltes, et aux autres entreprises dans lesquelles il importe de n'être point contrarié par le temps; avec une instruction simple et concise sur les nouvelles mesures. Paris, l'an VIII (1800), in-18; *idem* pour l'an IX, in-18; *idem* pour l'an X, à l'usage des agriculteurs, des médecins, des marins, etc., in-8°. Ainsi de suite jusqu'à 1810. En tout 11 vol., dont 2 in-18 et 9 in-8°.

servait avant lui, et la justesse de cette vue ne tarda point à être confirmée par des observations qui prouvèrent qu'une classe entière de ces animaux a le sang rouge. Une nouvelle classification fondée sur leur anatomie venait d'être publiée en 1795 : il l'adopta en grande partie en 1797 (1), et la substitua à celles de Linnæus et de Bruguière, qui avaient fait d'abord la base de ses cours; depuis lors il la modifia de diverses manières, sans l'altérer entièrement (2). Ses connaissances anatomiques lui permettaient peu d'avoir à cet égard

---

(1) Voyez le tableau inséré à la page 314 de ses *Mémoires de physique et d'histoire naturelle*, et la note qui y est jointe, seul témoignage qu'il ait laissé de la source où il avait puisé. Ce tableau diffère de la distribution en question, seulement en ce qu'il établit une classe des radiaires qui ne peut pas subsister, et en ce qu'il laisse les crustacés avec les insectes, réunion dont il s'est départi depuis.

(2) Dans son système des *animaux sans vertèbres*, en 1810 (*a*), il adopta la classe des crustacés et créa celle des arachnides, d'après quelques observations qui lui avaient été communiquées sur le cœur et les sacs pulmonaires des araignées. — En 1802, dans ses *Recherches sur l'organisation des corps vivants* (*b*), il admet la classe des annélides, établie, ainsi qu'il le reconnaît page 24, sur mes observations touchant leurs organes circulatoires et la couleur de leur sang. — En 1809, dans sa *Philosophie*

(*a*) Système des animaux sans vertèbres, ou Tableau général des classes, des ordres et des genres de ces animaux, présentant leurs caractères essentiels, et leur distribution d'après la considération de leurs rapports naturels et de leur organisation, et suivant l'arrangement établi dans les galeries du Muséum d'histoire naturelle, parmi leurs dépouilles conservées; précédé du Discours d'ouverture du cours de zoologie donné dans le Muséum, l'an VIII de la république. 1 vol. in-8°, Paris, an IX.

(*b*) Vid. Supp., p. 36.

des vues qui lui fussent propres; on doit dire même qu'une distribution générale des animaux en *apathiques, sensibles* et *intelligents,* qu'il introduisit vers la fin dans sa méthode, n'était fondée ni sur leur organisation, ni sur une observation exacte de leurs facultés. Mais ce qui lui appartient,

---

zoologique (*a*), il fait deux classes de plus, les infusoires, démembrés des polypes, et les centripèdes, démembrés des mollusques. C'est aussi là que pour la première fois il présente les animaux dans l'ordre inverse de leur organisation, en commençant par les plus simples.

Il conserve cet ordre et cette distribution dans *l'Extrait de son cours* publié en 1812 (*b*), et de plus il y répartit les classes des animaux en trois grandes divisions, les *apathiques, les sensibles* et les *intelligents.*

C'est sur ce plan qu'est rédigée sa grande histoire des animaux sans vertèbres, commencée en 1815 (*c*).

(*a*) Philosophie zoologique, ou Exposition des considérations relatives à l'histoire naturelle des animaux, à la diversité de leur organisation et des facultés qu'ils en obtiennent, aux causes physiques qui maintiennent en eux la vie, et donnent lieu aux mouvements qu'ils exécutent; à celles qui produisent, les unes le sentiment, et les autres l'intelligence de ceux qui en sont doués. 2 vol. in-8°, Paris, 1809.

(*b*) Extrait du cours de zoologie du Muséum d'histoire naturelle, sur les animaux sans vertèbres, présentant la distribution et la classification des animaux, les caractères de ces principales divisions et une simple liste des genres. 1 vol. in-8°, Paris, 1812.

(*c*) Histoire naturelle des animaux sans vertèbres, présentant les caractères généraux et particuliers de ces animaux, leur distribution, leurs classes, leurs familles, leurs genres et la citation des principales espèces qui s'y rapportent; précédée d'une Introduction, offrant la détermination des caractères essentiels de l'animal, sa distinction du végétal et des autres corps naturels; enfin, l'exposition des principes fondamentaux de la zoologie. 7 vol. in-8°, Paris, 1815 à 1822. C'est l'ouvrage capital de M. de Lamarck sur la zoologie. Une partie du sixième et tout le septième volume ont été rédigés par sa fille d'après ses cahiers. Dans le sixième, les mytilacés, les malléacés, les pectinides, les ostracés sont de M. Valenciennes. Les cinq premiers sont écrits par M. de Lamarck lui-même, aidé pour les insectes des avis de M. Latreille.

ce qui demeurera fondamental dans toutes les recherches ultérieures, ce sont ses observations sur les coquilles et sur les polypiers, soit pierreux, soit flexibles : la sagacité avec laquelle il en a circonscrit et caractérisé les genres, d'après des circonstances de forme, de proportion, de surface et de structure, choisies avec jugement et appréciables avec facilité; la persévérance avec laquelle il en a comparé et distingué les espèces, en a fixé la synonymie, leur a donné des descriptions détaillées et claires, ont fait successivement de chacun de ses ouvrages le régulateur de cette partie de l'histoire naturelle. C'est principalement d'après lui que ceux qui ont écrit sur la même matière, ont nommé et distribué leurs espèces; et encore à présent sur les éponges, par exemple, sur les alcyons et sur plusieurs genres de coraux, ce serait vainement que l'on chercherait ailleurs une instruction plus complète que dans son Histoire des animaux sans vertèbres. Une branche de connaissances à laquelle il a donné surtout une vive impulsion, c'est celle des coquilles enfouies dans les entrailles de la terre. Depuis plus d'un siècle que l'on avait renoncé à l'idée chimérique qui en attribuait l'origine aux forces plastiques de la nature minérale, elles avaient fixé l'attention des géologues; on sentait que la comparaison de celles qui appartiennent aux diverses couches et leur rapprochement avec celles qui vivent aujourd'hui dans les différentes mers, pouvaient seules donner quelque lumière sur cet immense phénomène, le plus obscur peut-être des mystères de la nature morte; mais à peine cette comparaison avait-elle été essayée sur un petit nombre, et toujours elle avait été faite fort superficiellement. Leur

étude n'était donc plus un simple objet de curiosité : d'où viennent-elles ? ont-elles pu vivre dans notre climat ? ont-elles pu y être transportées ? vivent-elles encore ailleurs ? Toutes ces grandes questions ne pouvaient être résolues qu'après qu'on les aurait toutes examinées une à une. Cette recherche devait d'autant plus tenter M. de Lamarck, que le bassin de Paris est peut-être celui de tout l'univers où le plus grand nombre de ces productions est accumulé sur un plus petit espace. A Grignon, seulement dans quelques toises carrées, on a recueilli plus de six cents espèces différentes de coquillages.

M. de Lamarck procéda à cet examen avec la profonde connaissance qu'il avait acquise des coquilles vivantes; de bonnes figures, des descriptions soignées, firent en quelque sorte reparaître dans le monde ces êtres sortis de la vie depuis tant de siècles (1).

C'est ainsi que M. de Lamarck reprenant des occupations analogues à celles qui avaient fait sa première réputation,

---

(1) Mémoire sur les fossiles des environs de Paris, comprenant la détermination des espèces qui appartiennent aux animaux marins sans vertèbres, et dont la plupart sont figurés dans la collection des vélins du Muséum.

Ce Mémoire, commencé dans les Annales du Muséum, tome I, et continué dans les tomes suivants, n'a jamais été terminé. On en a tiré, dans cet état d'imperfection, des exemplaires à part.

Recueil de planches de coquilles fossiles des environs de Paris, avec leurs explications. 1 vol. in-4, Paris, 1823.

Ce sont les planches relatives au Mémoire précédent.

s'élevait enfin un monument fait pour durer autant que les objets sur lesquels il repose : heureux s'il lui avait été donné de l'élever jusqu'au faîte! mais nous avons vu qu'il s'était livré tard à la zoologie : dès les premiers moments, ses yeux affaiblis l'avaient obligé de recourir pour les insectes à l'obligeance de notre célèbre confrère M. Latreille, que l'Europe reconnaît pour son maître dans cette immense partie de l'histoire naturelle; bientôt il se vit menacé du plus grand malheur qui puisse frapper un naturaliste; des nuages qui s'épaississaient par degré, mais sans rémission, sans relâche, ne lui laissèrent plus apercevoir qu'obscurément toutes ces organisations délicates dont l'observation faisait sa seule jouissance. Aucun effort de l'art ne put ralentir l'invasion de ce fléau, ni y porter remède; cette lumière qu'il avait tant étudiée, lui échappa entièrement, et il a passé plusieurs de ses dernières années dans une cécité absolue; malheur d'autant plus complet qu'aucune des distractions qu'un peu d'aisance aurait pu lui procurer, ne lui était permise. Marié quatre fois, père de sept enfants, il vit disparaître son mince patrimoine, et même ses premières économies, dans quelques-uns de ces placements hasardeux, appâts trompeurs, si souvent offerts à la crédulité par des spéculateurs sans honte.

Sa vie retirée, suite des habitudes de sa jeunesse, sa persistance dans des systèmes peu d'accord avec les idées qui dominaient dans les sciences, n'avaient pas dû lui concilier la faveur des dispensateurs des graces; et lorsque les infirmités sans nombre, amenées par la vieillesse, eurent accru ses besoins, toute son existence se trouva à peu près ré-

duite au modique traitement de sa chaire. Les amis des sciences, attirés par la haute réputation que lui avaient value ses ouvrages de botanique et de zoologie, voyaient ce délaissement avec surprise; il leur semblait qu'un gouvernement protecteur des sciences aurait dû mettre un peu plus de soin à s'informer de la position d'un homme célèbre: mais leur estime redoublait à la vue du courage avec lequel ce vieillard illustre supportait les atteintes de la fortune et celles de la nature; ils admiraient surtout le dévouement qu'il avait su inspirer à ceux de ses enfants qui étaient demeurés auprès de lui : sa fille aînée, entièrement consacrée aux devoirs de l'amour filial pendant des années entières, ne l'a pas quitté un instant, n'a pas cessé de se prêter à toutes les études qui pouvaient suppléer au défaut de sa vue, d'écrire sous sa dictée une partie de ses derniers ouvrages, de l'accompagner, de le soutenir tant qu'il a pu faire encore quelque exercice, et ces sacrifices sont allés au-delà de tout ce que l'on pourrait exprimer: depuis que le père ne quittait plus la chambre, la fille ne quittait plus la maison. A sa première sortie, elle fut incommodée par l'air libre dont elle avait perdu l'usage. S'il est rare de porter à ce point la vertu, il ne l'est pas moins de l'inspirer à ce degré; et c'est avoir ajouté à l'éloge de M. de Lamarck, que d'avoir raconté ce qu'ont fait pour lui ses enfants.

M. de Lamarck est décédé le 18 décembre 1829, à l'âge de 85 ans; il ne laisse que deux fils et deux filles. L'aîné de ses fils occupe un poste distingué dans le corps des ponts et chaussées. Sa place à l'Institut a été donnée à

M. Auguste de Saint-Hilaire, à qui ses voyages en Amérique ont procuré tant de végétaux intéressants et qui en a fait une étude si approfondie. Sa chaire au Muséum d'histoire naturelle, dont l'objet était trop vaste pour les forces d'un seul homme, a été, sur la demande de ses collègues, divisée en deux par le gouvernement; M. Latreille a été chargé des insectes et des crustacés, et M. de Blainville de toutes les divisions qui formaient autrefois la classe des vers de Linnæus.

ÉLOGE HISTORIQUE

DE

PIERRE-FRANÇOIS PERCY.

Par M. FLOURENS, Secrétaire perpétuel.

Lu à la séance publique du 18 novembre 1833.

Pierre-François Percy, membre de l'Institut, inspecteur général du service de santé des armées, professeur à la Faculté de médecine de Paris, commandant de la Légion d'honneur, etc., naquit à Montagney, département de la Haute-Saône, le 28 octobre 1754.

Son père, ancien chirurgien militaire, s'était retiré du service, fort mécontent et bien résolu à détourner son fils de cette carrière. Heureusement pour la chirurgie, et particulièrement pour la chirurgie militaire, la vocation du fils fut plus forte que n'était l'aversion du père.

Le jeune Percy fit ses humanités au collége de Besançon, où il remporta, chaque année, les premiers prix. C'était déja, dans un âge si tendre, le même esprit d'assiduité, d'ordre; c'était la même passion de bien faire qu'il devait

porter plus tard sur de si grands théâtres, et qui furent en effet l'ame de toute sa vie.

A peine sorti du collége, le jeune Percy se jeta dans l'étude de l'anatomie et de la chirurgie, et avec de tels progrès que, au bout d'une année, ses maîtres se l'associaient déja sous le titre de *prévôt de salle*, et que, deux ans après, il obtenait le grade de docteur, *presque gratuitement :* sorte de faveur dont la Faculté de médecine de Besançon avait eu le bon esprit de faire une distinction honorable.

Docteur à vingt-un ans, Percy eût été trop jeune pour inspirer à ses malades beaucoup de confiance, et il était trop instruit pour en avoir beaucoup en lui-même; il s'empressa donc de se rendre à Paris et d'y continuer ses études.

Malheureusement son peu de fortune ne lui permit pas d'y faire un long séjour; et, bientôt obligé de prendre parti dans la chirurgie militaire, il se vit attaché, en qualité de chirurgien aide-major, à la compagnie écossaise du corps de la gendarmerie en garnison à Lunéville.

Cependant, quelque court qu'il eût été, le séjour de Paris ne fut pas perdu pour Percy. Il y avait entendu de grands maîtres; il avait été accueilli par Louis; il avait vu ce point de grandeur qu'un art quelconque n'atteint guère que dans une capitale, et que même l'art de la chirurgie n'avait encore atteint que dans la capitale de France. Cette image de la grandeur d'un art qu'il aimait avec passion ne le quitta plus.

Aussi, rendu à sa garnison de Lunéville, le voyons-nous, plein des souvenirs de Paris, et de ses grands maîtres, et de l'éclat dont y brille la chirurgie, multiplier ses efforts, ses recherches, ses essais, et déja ne pas séparer, l'un de l'autre, le progrès de l'art et sa dignité.

Un médecin du pays fabriquait et débitait des pilules dites *grains de vie ;* Percy attaque ce médecin et flétrit son charlatanisme.

Une famille respectable, les *Valdajols*, avait trouvé, par d'heureux tâtonnements, un procédé nouveau pour réduire les luxations : Percy étudie ce procédé ; il y démêle ce qui en constitue le mérite propre, et bientôt il enrichit l'art d'un moyen de plus.

Le même corps de cavalerie possédait alors Percy, qui devait être un jour l'honneur de la chirurgie militaire, et Lafosse, qui l'était déja de l'hippiatrique. Percy profite de l'amitié du célèbre vétérinaire, pour joindre l'étude des maladies des animaux à l'étude des maladies de l'homme : deux études qui, en effet, se lient essentiellement l'une à l'autre, et qui ne sont peut-être, l'une et l'autre, encore si imparfaites que parce qu'on les a toujours tenues séparées.

Nommé, en 1782, chirurgien-major du régiment de Berri, cavalerie, Percy s'occupe aussitôt de la topographie de Béthune, ville où ce régiment était en garnison.

Il fait succéder les unes aux autres des opérations nouvelles, hardies, sur l'*os maxillaire inférieur frappé de nécrose ; sur la langue devenue monstrueuse par intumescence ; des recherches sur les effets du quinquina, sur les tumeurs enkistées,* etc. ; et la plupart de ces travaux sont si remarquables, que Louis ne craint pas de proposer, dès ce moment, à l'Académie royale de Chirurgie leur jeune auteur pour correspondant.

Mais cette même Académie de Chirurgie devait bientôt ouvrir à notre jeune savant une carrière plus étendue, et se l'associer, d'une manière plus étroite, par les couronnes nombreuses qu'elle allait avoir à lui décerner.

Tout entière à la réforme d'un art qu'elle a tant illustré, l'Académie de Chirurgie répandait alors parmi tous ceux qui cultivaient cet art l'enthousiasme dont elle était pleine, et qui accompagne toujours les grandes et nobles réformes.

C'était d'ailleurs l'époque où l'esprit français prenait, en tout genre, un certain essor, et cette tournure qu'on a appelée *philosophique*, parce qu'elle a fait pénétrer en effet partout ces deux éléments de toute vraie philosophie, le doute et l'examen.

Le résultat de ce nouvel esprit, porté dans la chirurgie, fut de la dégager d'une foule de préjugés, respectés jusque-là comme des principes; de substituer à des théories obscures, confuses, inintelligibles, des théories qui eurent au moins ce mérite, qui est toujours un mérite fort rare pour les théories, qu'on les entendît; et d'introduire enfin, dans toutes les branches de l'art, ce caractère de simplicité et de clarté qui a long-temps été le caractère particulier de la chirurgie française.

Il y a, pour chaque art, un moment où il semble toucher à son plus haut point; et ce moment est celui où, éclairé pour la première fois par une saine philosophie, on le voit tout à coup changer de face et se renouveler dans toutes ses parties.

L'Académie de Chirurgie a rattaché l'esprit de la chirurgie à l'esprit philosophique de son époque; elle a élevé les idées des chirurgiens; elle a cherché à faire affluer vers la chirurgie un peu de cette force nationale qui, dans le siècle précédent, s'était concentrée sur les beaux-arts, et qui, dans celui-là, semblait se tourner vers les arts utiles; et l'on peut croire que le moment le plus brillant de la chirurgie a été ce mo-

ment même où son Académie répandait sur elle un si vif éclat.

Que l'on juge de l'impression que ce spectacle devait faire sur un jeune homme de la trempe de M. Percy! Aussi, à peine se croit-il sûr de ses forces qu'il s'associe à cet élan général avec toute l'ardeur de son âge.

L'Académie de Chirurgie, après avoir appelé l'attention des observateurs sur les questions les plus élevées, sur la théorie des *lésions de la tête par contre-coup,* sur l'emploi raisonné du *trépan,* sur les *blessures du cerveau,* sur les phénomènes de *la réunion et de la cicatrisation des plaies;* après avoir porté la réforme dans le traitement des *plaies récentes,* où l'on abusait des *sutures,* dans celui des *ulcères,* où l'on abusait des *topiques,* etc., s'occupait, au moment dont nous parlons, à porter la même réforme dans la partie instrumentale de l'art.

Les questions qu'elle proposa, dans cette nouvelle vue, pour les prix des années 1785, 1786, 1787 et 1792, eurent successivement pour objet : *les ciseaux à incision, les bistouris, les instruments destinés à l'extraction des corps étrangers,* et *les cautères actuels.*

M. Percy concourut pour tous ces prix, et il les remporta tous. L'ordre, la précision, la méthode, la critique sûre, la discussion approfondie qui règnent dans les quatre *Mémoires* dont il enrichit, à cette occasion, la chirurgie, frappèrent, dès leur apparition, tous les bons esprits; et un demi-siècle, qui s'est écoulé depuis ce premier succès, n'a fait que le confirmer et l'accroître.

D'ailleurs, chacun de ces Mémoires se distinguait par des qualités qui lui étaient propres. Celui qui traite des *ciseaux*

à incision, instruments dont la pratique vulgaire n'avait guère moins abusé que des *sutures* et des *topiques,* était si complet dans son ensemble, si fini dans tous ses détails, que l'Académie de Chirurgie s'empressa de le faire imprimer et de le proposer, je me sers des expressions mêmes de l'Académie, « comme un modèle pour tous les autres sujets de la matière « instrumentale. »

Celui qui traite des *bistouris* commence par des recherches historiques, très-détaillées et très-curieuses, sur l'origine de ces instruments, sur leurs formes successives, et jusque sur leur nom de *bistouri;* et déja se découvre ici le germe de ce goût pour l'érudition, que M. Percy devait dans la suite porter si loin.

Le Mémoire sur les *instruments propres à extraire les corps étrangers des plaies, et spécialement des plaies faites par les armes à feu,* peut être regardé comme un traité à peu près complet de chirurgie militaire; et aussi est-il devenu depuis long-temps, sous le titre de *Manuel du chirurgien des armées,* le guide de tous ceux qui suivent cette carrière.

Le Mémoire sur les *instruments destinés à brûler ou cautériser les parties* est, sans contredit, le plus important. On commençait à peine à sortir d'une longue ignorance sur *l'emploi du feu.* A la vérité, l'Académie de Chirurgie avait déja fait, quelques années auparavant, une première tentative pour restituer à l'art une ressource aussi énergique; mais cette tentative n'avait eu que peu de succès. A la vérité encore, les anciens avaient beaucoup employé le feu; mais, d'une part, ils avaient porté cet emploi jusqu'à l'abus; et, de l'autre, ils l'avaient entouré d'une foule de préjugés, selon leur usage.

M. Percy commence par débarrasser la *pyrotechnie chirur-*

gicale de tous ces préjugés. Il fait voir que cet art de l'*application du feu* a ses principes; principes beaucoup plus étendus, et même dans quelques cas, comme dans celui des *hémorragies* par exemple, beaucoup plus délicats qu'on ne le pensait. En un mot, il réforme, il renouvelle tout cet art, il le crée, pour ainsi dire; et, du moins, est-ce bien à lui que remonte la gloire d'en avoir définitivement enrichi la chirurgie moderne.

C'est surtout dans ce Mémoire sur la *pyrotechnie chirurgicale* que paraît nettement le caractère particulier de l'esprit de M. Percy; esprit de sagacité et de justesse qui lui fait découvrir presque aussi sûrement, dans le sujet qu'il examine, le point à réformer et le point où il faut que la réforme s'arrête; qui, parmi tous ces instruments, pour la plupart si inutilement multipliés, lui fait démêler ceux qui doivent être conservés, simplifier ceux-là même qu'il conserve, et ne les simplifier que précisément ce qu'il faut pour que, selon les expressions d'un écrivain célèbre, « la simplicité de l'instru-« ment ne nuise pas à la simplicité de l'opération. »

On voit avec quel succès et par quels travaux M. Percy venait de s'associer au mouvement donné par l'Académie de Chirurgie; ces travaux n'avaient pourtant pas suffi à son ardeur. Tont en concourant pour les prix qu'il avait remportés à cette Académie, il avait trouvé le temps de concourir encore pour plusieurs questions proposées, soit par la Société royale de Médecine, soit par plusieurs autres Sociétés savantes; et il avait été couronné presque autant de fois qu'il avait concouru.

Un de ses biographes a dit qu'*il semblait avoir un droit*

acquis à ce genre de récompenses (1). Il obtint en effet jusqu'à seize couronnes académiques; et, pour ranimer un peu l'émulation générale que des succès aussi soutenus menaçaient d'éteindre, on fut obligé de l'inviter à ne plus concourir. Je trouve la preuve de ce dernier fait, c'est-à-dire de cette manière assez singulière de traiter le mérite d'un concurrent, dans un des Mémoires inédits de M. Percy, et je l'y trouve en des termes qui me paraissent si honorables pour lui, que je me fais un devoir de les reproduire :

« Quoique exclu de la carrière par des succès qui pour« raient décourager l'émulation, s'ils étaient trop multipliés, « je n'en suis pas devenu pour cela, dit M. Percy, indifférent « au sort des questions que propose l'Académie. C'est ainsi, « ajoute-t-il, que devraient penser les chirurgiens jaloux de « la gloire et des progrès de l'art. Si, attentifs au sujet pro« clamé pour le prix de chaque année, ils prenaient, quoique « placés hors de la lutte, une part active à la discussion, s'ils « communiquaient les recherches et les expériences qu'ils ont « pu faire, autant dans la vue de s'instruire que pour payer « à la chirurgie un tribut annuel d'efforts et de talents, tous « ces accessoires, réunis au Mémoire couronné, en compléte« raient utilement la doctrine et achèveraient d'en épuiser le « fond et la matière. » Ces paroles relèvent encore les succès de M. Percy; on voit que ce qui le touchait dans ces succès, c'était moins le succès lui-même que le progrès de la chirurgie.

---

(1) M. le baron Silvestre : *Éloge de Percy*, prononcé devant la Société royale d'agriculture.

Le Mémoire d'où je tire cette citation a pour objet la *ligature des gros vaisseaux.* D'autres Mémoires sur les *hydatides,* sur l'*allaitement artificiel,* sur les *aiguilles propres à la réunion des plaies,* sur la *ligature immédiate,* sur le *sommeil et la veille considérés dans les maladies,* etc., tous composés sous l'influence de cette noble inspiration qui dominait toutes les autres inspirations de M. Percy, le progrès de la chirurgie, ou avaient été couronnés, ou avaient mérité doublement de l'être, par le motif même qui les avait écartés des concours.

Mais ce n'était pas seulement par ces importants écrits que M. Percy faisait avancer son art. Nous avons déja parlé des deux opérations hardies qu'il avait pratiquées sur l'*os maxillaire inférieur* et sur la *langue :* une opération beaucoup plus hardie encore est celle de la *taille en plusieurs temps,* qu'il fit sur un enfant âgé de douze ans.

Ceux qui ont lu, dans l'Éloge de Littre par Fontenelle, l'histoire de cette opération que Fontenelle appelle un *chef-d'œuvre de chirurgie,* et dont il semble craindre de supprimer une merveille, à chaque détail qu'il supprime, se feront à peine une idée de l'opération que j'indique ici, et de toutes les difficultés qu'elle offrit à M. Percy, et de toutes les ressources qu'il trouva dans son esprit ingénieux et fécond pour surmonter ces difficultés.

On voit que, sous tous les rapports, M. Percy marchait à grands pas vers le premier rang dans la chirurgie. Il avait été nommé, dès 1789, chirurgien en chef de la généralité de Flandre et d'Artois; dès 1788, un des associés de l'Académie royale de Chirurgie; et, ce qui devait le flatter bien autrement encore, c'est que Louis, c'est que le secrétaire perpétuel de

cette Académie, lui écrivait ces mots : « Je voudrais bien vous « laisser ma succession; je n'ai que vous en vue. »

Quand on songe à ce que fut Louis, à son dévouement pour la chirurgie, à son génie comme observateur, à son talent comme écrivain, à l'influence qu'il exerça et sur son art qui, malgré tant de nobles efforts des Quesnay, des Jean-Louis Petit, des Lapeyronie, n'avait point encore pris son rang dans l'opinion publique, et sur cette opinion publique elle-même, à qui il apprit enfin à respecter cet art comme il méritait de l'être; quand on songe ensuite à ce qu'était celui à qui Louis écrivait ainsi, à son ardeur pour les progrès de la chirurgie, aux progrès qu'il lui avait déja fait faire lui-même, au mérite de son style, à son érudition déja si vaste, on a beau être frappé de ce que fut Louis, on ne doute point que M. Percy n'eût été digne de lui succéder. Et quelle gloire pour M. Percy qu'on n'en doute pas!

Mais le vœu de Louis ne devait point s'accomplir. D'autres destinées attendaient M. Percy. La révolution française était sur le point d'éclater, et bientôt la France allait avoir à combattre l'Europe entière.

Ici commence une ère nouvelle pour M. Percy. Successivement chirurgien en chef de l'armée du Nord sous le maréchal Luckner, sous le général Kellermann, de l'armée de la Moselle sous le général Jourdan, de l'armée du Rhin sous le général Pichegru, sous le général Moreau, le génie organisateur qu'il avait reçu pour la chirurgie militaire brilla partout.

C'est à cette armée du Rhin même qu'il établit ces corps de *chirurgie mobile* qui, par la rapidité de leurs mouvements, égalaient la rapidité des mouvements de l'armée. Jusque-là,

les *ambulances*, composées d'équipages pesants et toujours placées trop loin du champ de bataille, ne rendaient que des services imparfaits, parce qu'ils n'étaient pas assez prompts. M. Percy refondit le système entier de ces ambulances; à leurs équipages pesants il substitua des chars légers qui, traînés par six chevaux, se portaient partout sur le champ de bataille, pendant la bataille même.

Chacun de ces chars était monté par huit chirurgiens; chacun contenait les instruments, le linge, tous les secours nécessaires pour plusieurs blessés; et, conduits intrépidement sous le feu (car pourquoi la mission de sauver les hommes ne donnerait-elle pas autant de courage que celle de les détruire?), ils obtenaient le respect de l'armée et relevaient le moral du soldat, qui, dédaignant de s'occuper de sa vie, aime que la patrie s'en occupe, et qui, n'ayant de sang que pour elle, mérite bien que la patrie ne néglige rien pour épargner ce sang et le conserver.

On peut juger de l'impression que firent sur l'armée ces nouveaux corps de chirurgie, par la lettre suivante du général Lecourbe au général Moreau :

« Nous devons tous, écrivait Lecourbe, un tribut d'éloges « aux corps mobiles de chirurgie, à cette institution créée par « le citoyen Percy, le père et le soutien de la chirurgie militaire. « Les officiers de santé de ces corps mobiles ont porté des se- « cours, même sur le champ de bataille; ils se sont tellement « distingués par leur zèle et leur dévouement, que le soldat « les vénère, et se console lorsqu'il est blessé, parce qu'il voit « que les premiers secours lui sont donnés avec une rapidité « sans exemple. »

La célérité, dans ce genre de secours, est, en effet, la pre-

mière condition à remplir. « Le premier besoin d'un guerrier « gravement blessé, dit M. Percy, c'est d'être pansé sans re-« tard. » Que de blessures, que de complications, que d'hémorragies devenues mortelles par le seul retard de quelques heures, de quelques instants! Par la nouvelle forme qu'il donnait à la chirurgie, M. Percy rapprochait le secours du mal, le chirurgien du blessé, et faisait faire ainsi à la chirurgie militaire un progrès pareil à celui que faisait, en ce moment même, l'art de la guerre.

Un nouvel art marquait, en effet, ces brillantes campagnes des armées françaises. Turenne, le maréchal de Saxe, le roi de Prusse avaient déja fait voir comment les armées se meuvent et se déploient; Frédéric surtout, en créant l'artillerie à cheval, avait étonné son siècle par la mobilité des masses, par la rapidité des marches; enfin, dans les armées françaises dont je parle, cette mobilité, cette rapidité avaient paru atteindre leur dernier terme.

Le mérite de M. Percy est d'avoir un des premiers senti que la réforme la plus pressante à introduire dans la chirurgie militaire était de la rendre *mobile* comme les armées. Je dis *un des premiers :* car, dans cette réforme, comme dans plusieurs de celles qu'il lui restait à tenter encore, il avait déja pour émule l'illustre compagnon de sa gloire aux armées, M. Larrey, dont on a toujours à craindre de blesser la modestie, quand on parle des progrès, des services, ou de l'héroïsme de la chirurgie militaire (1).

---

(1) C'est de 1793, et notamment de la bataille sanglante, donnée le 22 juillet de cette année-là même, pour délivrer Mayence, que datent les *ambulances volantes*, créées par M. Larrey.

Cette chirurgie militaire venait donc de faire un grand pas : rendue mobile, elle assurait aux blessés des secours immédiats. Malheureusement, l'efficacité de ces premiers secours se trouvait bientôt compromise par de nouveaux dangers. La rapidité des mouvements de l'armée, ses progrès, ses retraites, renouvelaient à tout moment le besoin de faire avancer, de faire rétrograder les blessés, d'une manière non moins rapide et précipitée. Or, que l'on se figure tout ce qu'avaient alors à souffrir des soldats mutilés, jetés brusquement sur des voitures grossières, soumis à toutes les intempéries des saisons, en proie aux privations de tout genre.

Une inspiration sublime s'empare de M. Percy. « Tout hô« pital militaire doit être un asile inviolable où la valeur « malheureuse sera respectée, secourue, toujours libre; chaque « armée restera maîtresse de ses hôpitaux, après avoir perdu « le pays qu'elle occupe; chaque militaire guéri sera rendu à « son armée sous une escorte qui le protége. » Tels sont les premiers articles d'une convention qu'il présente au général Moreau, et que Moreau s'empresse de proposer au général de l'armée autrichienne. Que de larmes ce projet eût épargnées à l'humanité, si le même enthousiasme qui l'avait inspiré eût pu être chargé de le mettre à exécution !

Une première vue de M. Percy venait de changer la face de la chirurgie militaire; par de nouveaux, par de constants efforts, il allait désormais la faire marcher à grands pas vers une réorganisation entière.

Nommé, en l'an XI, un des six inspecteurs généraux du service de santé des armées, il suivit le vainqueur de l'Égypte et de l'Italie dans toutes ses nouvelles guerres de l'Allemagne,

de la Prusse, de la Pologne, de l'Espagne. Il assista aux immortelles journées d'Austerlitz, d'Iéna, à la bataille sanglante d'Eylau, à la victoire décisive de Friedland; son âge déja avancé, les fatigues presque incroyables qu'il avait éprouvées, une violente ophthalmie furent à peine capables de l'empêcher d'accompagner nos soldats en Russie. Ce fut la première fois que la grande armée partit sans lui.

Toujours occupé, et occupé avec passion, des progrès de la chirurgie militaire, M. Percy sut faire tourner vers ces progrès tout ce que ces guerres perpétuelles offrirent de merveilleux, et même tout ce qu'elles offrirent d'affreux.

On a vu comment, en imitant les chars de l'artillerie légère, il avait multiplié les secours de la chirurgie. Mais ce n'était pas tout; il fallait encore que ces secours fussent confiés, jusque dans les rangs inférieurs du service, à des mains exercées. « On a besoin, dit M. Percy, d'une certaine « habitude pour remuer un blessé, pour le charger sur un « brancard, et pour le transporter; c'est moins par la force « que par l'adresse qu'on y réussit; et celle-ci ne s'acquiert « que par l'exercice. »

M. Percy voit donc ici une nouvelle lacune de la chirurgie des armées; et il ne l'a pas plutôt vue qu'il la remplit. Il institue des corps réguliers de *soldats infirmiers,* destinés à relever les blessés sur le champ de bataille, à les soigner dans les hospices, à maintenir la salubrité dans les camps, dans les hôpitaux; et comme, dans cette suite de créations, inspirées par l'humanité non moins que par la science, son attention se porte à tout et embrasse tout, il a bientôt reconnu jusqu'aux inconvénients des *brancards* usités alors, et il en imagine aussitôt une nouvelle espèce, plus simple, mieux disposée, et

sur laquelle les blessés se trouvent enfin plus commodément transportés.

Rien n'égale, au reste, les soins dont il entoure ces blessés. Après les avoir pansés lui-même ou fait panser sur le champ de bataille, après les avoir fait relever sous ses yeux, il les accompagne, il veille sur chacun d'eux : les soldats, témoins d'une sollicitude si active, si soutenue, qui ne se dément jamais, paient tant de bienfaits par leur reconnaissance, et l'appellent leur père.

Il les aimait, il les traitait comme des enfants; ses soins appartenaient à tous; la qualité, le rang, même un rang supérieur, tout s'effaçait à ses yeux, dès qu'il s'agissait de ses blessés; et ce fut toujours la seule gravité des blessures qui décida de la promptitude de ses secours. Telle était, au surplus, la volonté expresse du chef de la grande armée. Le lendemain de la bataille d'Eylau, un général, gravement blessé et déja transporté à quelques lieues de distance, fait appeler M. Percy : « Il n'ira point, répond l'empereur; il se « doit à tous et non à un seul. »

Ce fut quelques jours après cette terrible bataille d'Eylau que M. Percy présenta à l'empereur le vaste projet d'une réorganisation complète de la chirurgie militaire.

Cette chirurgie, telle qu'il en avait conçu le système, devait se suffire à elle-même en tout et partout; elle devait avoir son administration propre, ses soldats infirmiers, ses chirurgiens de tout grade, et former un corps tout à fait militaire, à l'instar de l'artillerie et du génie.

M. Percy l'appelait *chirurgie de bataille;* c'était le nom même dont il s'était déja servi, quelques années aupa-

ravant, dans l'une de ces conversations si fréquentes qu'il eut avec l'empereur sur la chirurgie militaire.

Dans ces conversations, que le *Journal des campagnes* de M. Percy nous a conservées, on voit l'empereur tantôt descendre jusqu'aux plus petits détails, ou plutôt ne trouver aucun détail petit, parler des heures entières de *médicaments*, de *quinquina*, de *camphre*, etc.; tantôt s'élever aux plus grandes vues, poser les limites respectives de *la médecine et de la chirurgie des armées;* et, d'un autre côté, on voit M. Percy profiter de ces conversations pour revenir sans cesse sur ce projet même de *chirurgie de bataille*, dont je parle ici; projet que l'empereur approuvait, qui eût fini par être adopté sans doute, et qui seul pouvait assurer en effet les destinées de la chirurgie militaire, des destinées du moins telles que M. Percy les avait conçues : dignes des bienfaits d'une institution si utile, et de la reconnaissance d'une nation éclairée.

Mais ces grandes pensées d'organisation et de régénération de la chirurgie militaire n'occupaient pas seules M. Percy : parmi tant de progrès, parmi tant d'améliorations dont il a enrichi cette branche de l'art, l'art proprement dit ne lui doit pas moins que l'institution.

La *thérapeutique des plaies d'armes à feu*, le *traitement des plaies contuses de la tête*, celui des *fractures comminutives des os*, les divers *cas d'amputation*, l'*extraction des corps étrangers*, l'*emploi du séton*, celui des *ligatures*, celui du *feu*, etc.; toutes ces questions, éclaircies ou résolues, toutes traitées avec une érudition, avec une précision jusque-là sans exemple, ont renouvelé la théorie entière de la

chirurgie des armées; et, réunis à ceux de M. Larrey, les écrits de M. Percy sur ces importantes questions resteront à jamais comme l'un des plus beaux monuments que la science ait élevés à l'humanité; monument digne de la gloire même de nos armées, et l'un des plus imposants, sans contredit, de la chirurgie et de notre siècle.

Au reste, jamais expérience plus vaste ne s'était offerte à une méditation plus active. M. Percy comptait par milliers les amputations qu'il avait faites ou fait faire sous ses yeux. Mais, parmi tant d'opérations, pour la plupart si graves et si compliquées, il en est une que je dois indiquer ici plus particulièrement.

Dans les fractures profondément comminutives de l'extrémité supérieure de l'humérus, la chirurgie ne connaissait encore de ressource que l'amputation du bras. M. Percy ose concevoir l'idée de retrancher l'extrémité seule de l'os, et de conserver ainsi le membre : opération savante, hardie, et qui ouvre à l'art une voie nouvelle.

Tant de services rendus par M. Percy à la chirurgie militaire; tant de progrès qu'elle lui devait; tant de considération, tant d'éclat qu'il avait répandus sur elle; son zèle, sa bienveillance pour ses collaborateurs, ces hommes dont il avait si souvent admiré le dévouement intrépide et éclairé; par-dessus tout peut-être, le caractère de grandeur et de dignité qu'il avait su donner à des fonctions si utiles, si respectables d'ailleurs par leur objet même, expliquent assez et l'impression profonde qu'il avait faite sur son époque, et l'enthousiasme durable qui lui a maintenu le surnom de *père de la chirurgie militaire.*

Entraîné par le récit des travaux continuels de M. Percy pendant vingt-cinq années de guerre, je n'ai point parlé des longues et vives querelles qu'il eut, durant tout ce temps, avec à peu près tous les régimes administratifs qui se succédèrent. Je n'aurais appris, d'ailleurs, rien de bien nouveau en annonçant que, comme tous ceux qui ont voulu porter la réforme dans de grandes institutions, il eut aussi de grandes oppositions à combattre; mais il manquerait un trait à son éloge et à sa vie, si je n'ajoutais que ces querelles n'eurent jamais d'autre objet que la chirurgie militaire, ni d'autre cause que le besoin sans cesse renaissant et d'en faire respecter les droits si souvent méconnus, et d'en faire récompenser les services si souvent payés d'ingratitude.

La postérité, qui marque la vraie place des hommes et des choses; elle qui honore d'une si juste reconnaissance le nom et les bienfaits de M. Percy, ne se souvient plus de ceux qui le tourmentèrent, ni de toutes les misérables contrariétés qu'on lui suscita. Elle a conservé ses *Réponses aux questions du Conseil de santé,* comme un ouvrage d'une expérience consommée; et elle tâche d'oublier que ce Conseil n'avait pas craint de les exiger, à titre d'épreuve, de M. Percy, alors âgé de quarante ans, associé de l'ancienne Académie de Chirurgie, couronné jusqu'à seize fois par différents corps savants, et déja proclamé l'*honneur de la chirurgie militaire* aux armées du Nord et de la Moselle.

J'ai dit plus haut que l'âge et la santé de M. Percy ne lui permirent pas de suivre nos soldats pendant les campagnes des dernières années de l'Empire. Ce fut vers cette époque qu'il commença à prendre une part active aux travaux de

l'Institut. Il en avait été nommé membre en 1807, étant, au moment même de son élection, à cette armée de Pologne qui, par la victoire de Friedland, conquit pour un moment à la France la paix de Tilsitt; paix tout à la fois si courte et si mémorable.

Une fois assis parmi vous, il enrichit bientôt vos séances par de nombreux Mémoires : sur le *préjugé qui fait regarder comme mortelles les blessures aux aines*, sur la *lueur phosphorescente de certaines plaies*, sur la *réunion des parties profondément divisées*, etc. Il enrichissait en même temps le *Dictionnaire des Sciences médicales* de nombreux articles sur presque tous les points de la chirurgie militaire; il savait trouver encore du loisir pour ses recherches d'érudition : sur les *vases réfrigérants des Espagnols;* sur les *autels et les tombeaux des anciens peuples;* sur Copernic; sur Anuce Foës, célèbre traducteur d'Hippocrate, etc.

Je distingue, parmi ces divers écrits, fruits de sa plume savante et féconde, l'*Éloge historique de Sabatier;* éloge qui montre ce qu'eût été M. Percy, devenu, selon le vœu de Louis, l'historien de l'Académie de Chirurgie.

On voit que l'activité de M. Percy le suivait partout, dans sa vie littéraire et scientifique, comme dans sa vie des camps et des ambulances; et même toute cette première activité des camps et des ambulances, il devait se la retrouver une fois encore. Je veux parler de cette époque malheureuse où l'on vit, tout à la fois, les armées étrangères occuper la capitale, et jeter, au milieu d'elle, douze mille de leurs blessés dans un état de dénûment affreux. M. Percy n'a pas plutôt appris qu'il y a des blessés et des blessés qui manquent de tout, qu'il est

parmi eux; soutenu par un administrateur éclairé (1), il organise, il régularise, presqu'en un moment, tous les services, tous les secours que cette masse d'hommes exige; et son dévouement à l'humanité et sa grande expérience ont rarement obtenu des résultats plus rapides et plus étendus.

Vers les dernières années de sa vie, M. Percy avait pris l'habitude de passer une partie de son temps à la campagne; et sa passion de faire du bien aux hommes l'y avait suivi : il y traitait les pauvres; il leur fournissait des médicaments; il se plaisait à les leur préparer lui-même. Dans cette ame noble et élevée, la passion de faire du bien s'était toujours confondue avec la passion de la gloire et de la science; et jamais peut-être n'a-t-on mieux vu que par son exemple, que cet amour de la gloire et de la science n'est encore que l'amour de l'humanité, vu sous une autre face.

M. Percy avait un physique imposant, une taille élevée, une belle figure, une physionomie noble et grave. Il devait à une constitution athlétique et à un fonds de gaîté qui ne l'abandonna jamais, cette santé forte, et presque inaltérable, qui résista si long-temps à toutes les fatigues de la guerre.

Ce ne fut, en effet, et comme je l'ai déja dit, que vers le temps des dernières guerres de l'Empire que cette santé, d'ailleurs si peu ménagée, commença à s'affaiblir. M. Percy avait éprouvé dès lors les premières atteintes d'une phlegmasie chronique des intestins et d'une hypertrophie du cœur. Tout à coup, cette phlegmasie négligée se rallume avec violence;

---

(1) M. le comte Chabrol de Volvic, alors préfet de la Seine.

un drastique, pris mal à propos, vient l'accroître encore. Enfin, après les plus cruelles douleurs, M. Percy succombe le 18 février 1825.

Il avait trouvé, dans madame Percy, une compagne dévouée, et le témoin privilégié d'une foule de bienfaits dérobés à la reconnaissance publique. Il n'a point eu d'enfants; mais il a dû à la famille même de madame Percy un neveu, M. Laurent, qui, après s'être montré le digne associé de ses travaux, dans plusieurs écrits qui leur sont communs, s'est montré depuis le digne historien de sa vie et de ses ouvrages.

Sa place à l'Académie a été remplie par M. le baron Dupuytren.

TITRES DES PRINCIPAUX ÉCRITS DE M. PERCY.

Écrits imprimés.

Mémoire sur les ciseaux à incision, couronné par l'Académie royale de Chirurgie, en 1785. Paris, 1785.

Mémoire sur l'extraction des corps étrangers, couronné par l'Académie royale de Chirurgie, en 1787; imprimé plus tard sous le titre de *Manue du chirurgien d'armée :* la seconde édition est de 1830.

Pyrotechnie chirurgicale-pratique, ou l'art d'appliquer le feu en chirurgie, Mémoire couronné par l'Académie royale de Chirurgie, en 1792; imprimé en 1811.

Réponses du citoyen Percy aux questions épuratoires qui lui ont été proposées par la Commission de Santé séante à Paris; Metz, 1795.

Mémoire sur les hydatides utérines et sur le part hydatique (lu à l'une des dernières séances publiques de l'Académie royale de Chirurgie); imprimé en 1811.

Notice sur les autels et les tombeaux des anciens peuples du nord de l'Europe; Paris, 1811.

Mémoire sur des espèces d'amphores, dites tenajas, usitées de tout temps en Espagne; Paris, 1811.

Mémoire sur les vases réfrigérants appelés en Espagne Alcarazas, Bucaros ou Catimploras. Paris (Magasin encyclopédique), 1812.

Mémoire sur l'ancienneté, l'origine et le fondement de la tradition qui a fait regarder comme mortelles les blessures aux aines. Paris, 1812.

Éloge historique de Sabatier. Paris, 1812.

Éloge historique d'Anuce Foës. Paris, 1812.

Mémoire sur cette question : « Les anciens avaient-ils des établissements « publics en faveur des indigents, des enfants orphelins ou abandonnés,

« des malades ou des militaires blessés? et, s'ils n'en avaient point, qu'est-ce « qui en tenait lieu? » par MM. Percy et Willaume; couronné par la Société des Sciences, Belles-Lettres et Arts de Mâcon, en 1812. Paris, 1813.

Despotats ou Brancandiers, par M. Percy (article extrait du Dictionnaire des Sciences médicales, tome VIII). Paris, 1814.

Ajoutez ici un grand nombre d'articles sur presque tous les points, soit de *la chirurgie proprement dite*, soit de *la chirurgie militaire*, articles qui ont été insérés dans les divers tomes de ce même *Dictionnaire des Sciences médicales*, et dont plusieurs lui sont communs avec M. Laurent, auteur de *l'Histoire de sa vie et de ses ouvrages*.

Écrits inédits.

Mémoire sur cette question : « Quelles sont les différentes constructions « des bistouris, et les raisons de leur variété, suivant les cas particuliers « où il convient d'en faire usage? de quelles corrections ou perfections ils « seraient susceptibles, et quelle est la méthode de s'en servir? » couronné par l'Académie royale de Chirurgie, en 1786.

Bons effets du quinquina contre les bubons vénériens; adressé à la Société royale de Médecine, le 29 février 1780.

Ravages inouïs d'un coryza négligé, 1780.

Topographie de Béthune, 1782.

Observations sur les tumeurs enkystées; adressées à l'Académie royale de Chirurgie, en 1785.

Moyen simple et très-avantageux dans la thérapeutique de la gonorrhée virulente; 1784.

Mémoire sur l'allaitement artificiel des enfants nouveau-nés; couronné par la Société royale de Médecine, le 1er septembre 1789.

Observations sur le gorgeret fistulaire; adressées au Directoire des hôpitaux, en 1789.

Observations sur une opération de taille laborieuse et faite en deux temps; adressées à l'Académie royale de Chirurgie, en 1789.

Mémoire sur cette question, proposée par l'Académie royale de Chirurgie: « Déterminer la meilleure forme des diverses espèces d'aiguilles propres « à la réunion des plaies, à la ligature des vaisseaux, etc. » 1790.

Observations zootomiques et pathologiques, relatives à la ligature des gros vaisseaux, spécialement dans l'anévrisme. C'est du préambule de cet important mémoire que j'ai tiré le passage cité page xl de cet Éloge.

Mémoire sur la possibilité de réunir un nez, une oreille, ou un doigt, qui auraient été totalement séparés du corps; 1815.

Sur le méricisme ou rumination humaine; 1818.

Sur la perte du nez et ses réparations; 1819.

Sur la lueur phosphorescente qui se montre dans certaines plaies; 1819.

Notice biographique sur Copernic; 1824.

Je termine cette liste des écrits inédits de M. Percy par le *Journal de ses Campagnes*, recueil précieux et par la nouveauté des observations et par l'importance des résultats.

Voyez, du reste, pour tous ces écrits inédits de M. Percy, *l'Histoire*, déja citée, *de sa vie et de ses ouvrages*, par M. Laurent, son neveu, un de ses collaborateurs les plus distingués, et le digne héritier de ses manuscrits.

Outre les titres scientifiques et honorifiques déja indiqués de M. Percy, il avait été nommé *baron de l'empire* en 1810, et il était membre d'un grand nombre de sociétés savantes, nationales ou étrangères; il l'était aussi de plusieurs ordres étrangers, qui tous rappelaient les grands services qu'il avait rendus à l'humanité dans tant de pays divers qu'il avait parcourus avec nos armées.

ÉLOGE HISTORIQUE

DU DOCTEUR

THOMAS YOUNG.

PAR M. ARAGO, SECRÉTAIRE PERPÉTUEL.

Lu à l'Académie des Sciences, le 26 novembre 1832.

MESSIEURS,

La mort qui, sans relâche, éclaircit nos rangs, semble diriger ses coups, avec une prédilection cruelle, contre la classe si peu nombreuse des *associés étrangers*. Dans un court espace de temps, l'Académie a vu disparaître de la liste de ses membres, *Herschel*, dont les idées hardies sur la composition de l'univers acquièrent chaque année plus de probabilité; *Piazzi*, qui, le premier jour de ce siècle, dota notre système solaire d'une nouvelle planète; *Watt*, qui fut, sinon l'inventeur de la machine à vapeur, car cet inventeur est un Français, du moins le créateur de tant d'admirables combinaisons, à l'aide desquelles le petit appareil de Papin est devenu le plus ingénieux, le plus utile, le plus puissant véhicule de l'industrie; *Volta*, que sa pile

électrique conduira à l'immortalité ; *Davy*, également célèbre par la décomposition des alcalis et par l'inappréciable lampe de sûreté des mineurs ; *Wollaston*, que les Anglais appelaient le Pape, parce qu'il n'avait jamais failli ni dans ses nombreuses expériences, ni dans ses subtiles spéculations théoriques ; *Jenner*, enfin, dont je puis me dispenser de qualifier la découverte devant des pères de famille. Payer à de si hautes illustrations le légitime tribut de regrets, d'admiration et de reconnaissance de tous les hommes voués à l'étude, est un des principaux devoirs imposés par l'Académie à ceux qu'elle investit du dangereux honneur de parler en son nom dans ces réunions solennelles. Acquitter cette dette sacrée dans le plus court délai possible, ne semble pas une obligation moins impérieuse. En effet, Messieurs, l'académicien régnicole laisse toujours après lui, parmi les confrères que l'élection lui avait donnés, plusieurs confidents de ses plus secrètes pensées, de la filiation de ses découvertes, des vicissitudes qu'il a éprouvées. L'associé étranger, au contraire, réside loin de nous ; rarement il s'assied dans cette enceinte ; on ne sait rien de sa vie, de ses habitudes, de son caractère, si ce n'est par les récits de quelques voyageurs. Quand plusieurs années ont passé sur ces documents fugitifs, si vous en retrouvez encore des traces, ne comptez plus sur leur exactitude : les nouvelles littéraires, tant que la presse ne s'en est point saisie, sont une sorte de monnaie dont la circulation altère en même temps l'empreinte, le poids et le titre.

Ces réflexions feront concevoir comment les noms des Herschel, des Davy, des Volta, ont dû être prononcés dans nos séances avant ceux de plusieurs académiciens célèbres que la mort a frappés au milieu de nous. Au surplus, d'ici à peu

d'instants, je l'espère, personne ne pourra nier que le savant universel dont je vais raconter la vie et analyser les travaux, n'eût des droits réels à quelque préférence.

Thomas Young naquit à Milverton, dans le comté de Somerset, le 13 juin 1773, de parents qui appartenaient à la secte des Quakers. Il passa ses premières années chez son grand-père maternel, M. *Robert Davies*, de Minehead, que d'actives affaires commerciales, par une rare exception, n'avaient pas détourné de la culture des auteurs classiques. Young savait déjà lire couramment à l'âge de *deux ans*. Sa mémoire était vraiment extraordinaire. Dans les intervalles des longues séances qu'il faisait chez la maîtresse d'école du village voisin de Minehead, il avait appris par cœur, à quatre ans, un grand nombre d'auteurs anglais, et même divers poëmes latins qu'il pouvait réciter d'un bout à l'autre, quoique alors il ne comprît pas cette langue. Le nom d'Young, comme plusieurs autres noms célèbres déjà recueillis par les biographes, contribuera donc à nourrir les espérances ou les craintes de tant de bons pères de famille qui voient, dans quelques leçons récitées sans faute ou mal apprises, ici, les indices certains d'une éternelle médiocrité, là, le début infaillible d'une carrière glorieuse. Nous nous éloignerions étrangement de notre but, si ces notices historiques devaient fortifier de tels préjugés. Aussi, sans vouloir affaiblir les émotions vives et pures qu'excitent chaque année les distributions de prix, nous rappellerons aux uns, afin qu'ils ne s'abandonnent pas à des rêves que l'avenir pourra ne point réaliser; aux autres, dans la vue de les prémunir contre le découragement, que *Pic de la Mirandole,* le phénix des écoliers de tous les temps et de tous les pays, fut dans l'âge mûr un auteur insignifiant; que

Newton, cette puissante intelligence dont Voltaire a pu dire sans faire crier à l'exagération :

Confidents du Très-Haut, substances éternelles,
Qui parez de vos feux, qui couvrez de vos ailes
Le trône où votre maître est assis parmi vous,
Parlez, du grand Newton n'étiez-vous point jaloux?

que le grand Newton, disons-nous, fit, en termes de collége, de très-médiocres classes; que l'étude n'avait d'abord pour lui aucun attrait; que la première fois qu'il éprouva le besoin de travailler, ce fut pour conquérir la place d'un élève turbulent qui, assis, à cause de son rang, sur une banquette supérieure à la sienne, l'incommodait de ses coups de pied; qu'à vingt-deux ans, il concourut pour un *Fellowship* de Cambridge, et fut vaincu par un certain *Robert Uvedale* dont le nom, sans cette circonstance, serait aujourd'hui complétement oublié; que Fontenelle, enfin, était plus ingénieux qu'exact, lorsqu'il appliquait à Newton ces paroles de Lucain : « Il n'a pas été donné aux hommes de voir le Nil « faible et naissant. »

A l'âge de six ans, Young entra chez un professeur de Bristol dont la médiocrité fut pour lui une bonne fortune. Ceci n'est point un paradoxe, Messieurs : l'élève ne pouvant se plier aux allures lentes et compassées du maître, devint son propre instituteur, et c'est ainsi que se développèrent de brillantes qualités que trop de secours eussent certainement énervées.

Young avait huit ans, lorsque le hasard, dont le rôle, dans les événements de la vie de tous les hommes, est plus considérable que leur vanité ne juge prudent de l'avouer, vint

l'enlever à des études exclusivement littéraires et lui révéler sa vocation. Un arpenteur de beaucoup de mérite, à côté duquel il demeurait, le prit en grande affection. Il l'emmenait quelquefois sur le terrain, les jours de fête, et lui permettait de jouer avec ses instruments de géodésie et de physique. Les opérations à l'aide desquelles le jeune écolier voyait déterminer les distances et les élévations des objets inaccessibles, frappaient vivement son imagination; mais bientôt quelques chapitres d'un dictionnaire des mathématiques firent disparaître tout ce qu'elles semblaient avoir de mystérieux. A partir de ce moment, dans les promenades du dimanche, le quart de cercle remplaça le cerf-volant. Le soir, par voie de délassement, l'apprenti ingénieur calculait les hauteurs mesurées dans la matinée.

De neuf ans à quatorze, Young demeura à Compton, dans le comté de Dorset, chez un professeur Thomson, dont la mémoire lui fut toujours chère. Pendant ces cinq années, tous les élèves de la pension s'occupèrent exclusivement, suivant les habitudes des écoles anglaises, d'une étude minutieuse des principaux écrivains de la Grèce et de Rome. Young se maintint sans cesse au premier rang de sa classe, et cependant il apprit, dans le même intervalle, le français, l'italien, l'hébreu, le persan et l'arabe; le français et l'italien, par occasion, afin de satisfaire la curiosité d'un camarade, qui avait en sa possession plusieurs ouvrages imprimés à Paris dont il désirait savoir le contenu; l'hébreu, pour lire la Bible dans l'original; le persan et l'arabe, dans la vue de décider cette question qu'une conversation de réfectoire avait soulevée : Y a-t-il entre les langues orientales des différences aussi tranchées qu'entre les langues européennes?

Je sens le besoin d'avertir que j'écris sur des documents authentiques, avant d'ajouter que pendant qu'il faisait de si fabuleux progrès dans les langues, Young, durant ses promenades autour de Compton, s'était pris d'une vive passion pour la botanique; que, dépourvu des moyens de grossissement dont les naturalistes font usage quand ils veulent examiner les parties les plus délicates des plantes, il entreprit de construire lui-même un microscope, sans autre guide qu'une description de cet instrument donnée par Benjamin Martin; que, pour arriver à ce difficile résultat, il dut acquérir d'abord beaucoup de dextérité dans l'art du tourneur; que les formules algébriques de l'opticien lui ayant présenté des symboles dont il n'avait aucune idée (des symboles de *fluxions*), il fut un moment dans une grande perplexité; mais que ne voulant pas, enfin, renoncer à grossir ses pistils et ses étamines, il trouva plus simple d'apprendre le calcul différentiel pour comprendre la malencontreuse formule, que d'envoyer à la ville voisine acheter un microscope.

La brûlante activité du jeune Young lui avait fait dépasser les bornes des forces humaines. A 14 ans, sa santé fut grièvement altérée. Divers indices firent même craindre une maladie du poumon; mais ces symptômes menaçants cédèrent aux prescriptions de l'art et aux soins empressés dont le malade fut l'objet de la part de tous ses parents.

Il est rare, chez nos voisins d'outre-mer, qu'une personne riche, en confiant son fils à un précepteur particulier, ne lui cherche pas un camarade d'étude parmi les jeunes gens du même âge qui déjà se sont fait remarquer par leurs succès. C'est à ce titre que Young devint, en 1787, le condisciple du petit-fils de M. David Barclay, de Youngsbury, dans le comté

de Hertford. Le jour de son installation, M. Barclay, qui sans doute ne croyait pas avoir le droit de se montrer très-exigeant avec un écolier de quatorze ans, lui donna plusieurs phrases à copier, afin de s'assurer s'il avait une belle écriture. Young, peut-être humilié de ce genre d'épreuve, demanda, pour y satisfaire, la permission de se retirer dans une salle voisine. Son absence ayant duré plus longtemps que la transcription ne semblait devoir l'exiger, M. Barclay commençait à plaisanter sur le manque de dextérité du petit Quaker, lorsque enfin il rentra. La copie était remarquablement belle : un maître d'écriture n'aurait pas mieux fait. Quant au retard, il n'y eut plus moyen d'en parler, car le petit Quaker, comme l'appelait M. Barclay, ne s'était pas contenté de transcrire les phrases anglaises proposées : il les avait encore traduites dans *neuf* langues différentes.

Le précepteur, ou, comme on dit sur l'autre rive de la Manche, le *Tutor,* qui devait diriger les deux écoliers de Youngsbury, était un jeune homme de beaucoup de distinction, alors tout occupé à se perfectionner dans la connaissance des langues anciennes; c'était l'auteur futur de la *Calligraphia græca.* Il ne tarda pas, cependant, à sentir l'immense supériorité de l'un de ses deux disciples, et il reconnaissait, avec la plus louable modestie, que, dans leurs communes études, le véritable *Tutor* n'était pas toujours celui qui en portait le titre.

A cette époque, Young rédigea, en recourant sans cesse aux sources originales, une analyse détaillée des nombreux systèmes de philosophie qui furent professés dans les différentes écoles de la Grèce. Ses amis parlent de cet ouvrage avec la plus vive admiration. Je ne sais si le public est destiné

à jamais en jouir. En tout cas il n'aura pas été sans influence sur la vie de son auteur, car en se livrant à un examen attentif et minutieux des bizarreries (je me sers d'un terme poli) dont fourmillent les conceptions des philosophes grecs, Young sentit s'affaiblir l'attachement qu'il avait eu jusque-là pour les principes de la secte dans laquelle il était né. Toutefois, il ne s'en sépara entièrement que quelques années après, pendant son séjour à Édimbourg.

La petite colonie studieuse de Youngsbury quittait pendant quelques mois d'hiver le comté de Hertford et allait habiter Londres. Durant l'un de ces voyages, Young rencontra un professeur digne de lui. Il fut initié à la chimie par le docteur Higgins, dont je puis d'autant moins me dispenser de prononcer ici le nom, que, malgré ses réclamations vives et nombreuses, on s'est obstiné à ne pas reconnaître la part qui lui revient légitimement dans la théorie des proportions définies, l'une des plus belles acquisitions de la chimie moderne.

Le docteur Brocklesby, oncle maternel d'Young, et l'un des médecins les plus répandus de Londres, justement fier des éclatants succès du jeune écolier, communiquait parfois ses compositions aux savants, aux littérateurs, aux hommes du monde, dont l'approbation pouvait le plus flatter sa vanité. Young se trouva ainsi, de très-bonne heure, en relation personnelle avec les célèbres Burke et Windham de la chambre des communes, et avec le duc de Richmond. Ce dernier, alors grand-maître de l'artillerie, lui offrit la place de secrétaire assistant. Les deux autres hommes d'état, quoiqu'ils désirassent aussi l'attacher à la carrière administrative, lui recommandaient d'aller d'abord à Cambridge suivre

un cours de droit. Avec d'aussi puissants patrons, Young pouvait compter sur un de ces emplois lucratifs dont les personnages en crédit ne sont jamais avares envers ceux qui les dispensent de toute étude, de toute application, et leur fournissent journellement les moyens de briller à la cour, au conseil, à la tribune, sans jamais compromettre leur vanité par quelque indiscrétion. Young avait, heureusement, la conscience de ses forces; il sentait en lui le germe des brillantes découvertes qui, depuis, ont illustré son nom; il préféra la carrière laborieuse, mais indépendante d'homme de lettres, aux chaînes dorées qu'on faisait briller à ses yeux. Honneur lui soit rendu! Que son exemple serve de leçon à tant de jeunes gens que l'autorité détourne de leur noble vocation, pour les transformer en bureaucrates; que, semblables à Young, les yeux tournés vers l'avenir, ils ne sacrifient pas à la futile et d'ailleurs bien passagère satisfaction d'être entourés de solliciteurs, les témoignages d'estime et de reconnaissance dont le public manque rarement de payer les travaux intellectuels d'un ordre élevé; et s'il arrivait que, dans les illusions de l'inexpérience, ils trouvassent qu'on leur prescrit un trop lourd sacrifice, nous leur demanderions de recevoir une leçon d'ambition, de la bouche du grand capitaine dont l'ambition ne connut pas de bornes; de méditer ces paroles que le premier Consul, que le vainqueur de Marengo, adressait à l'un de nos plus honorables collègues (M. Lemercier) le jour où celui-ci, fort coutumier du fait, venait de refuser une place alors très-importante: celle de conseiller d'État:

« J'entends, monsieur. Vous aimez les lettres, et vous voulez « leur appartenir tout entier. Je n'ai rien à opposer à cette « résolution. Oui! moi-même, pensez-vous que si je n'étais

« pas devenu général en chef et l'instrument du sort d'un « grand peuple, j'aurais couru les bureaux et les salons « pour me mettre dans la dépendance de qui que ce fût, « en qualité de ministre ou d'ambassadeur? Non, non! « je me serais jeté dans l'étude des sciences exactes. J'aurais « fait mon chemin dans la route des Galilée, des Newton. « Et puisque j'ai réussi constamment dans mes grandes entre- « prises, eh bien! je me serais hautement distingué, aussi, « par des travaux scientifiques. J'aurais laissé le souvenir de « belles découvertes. Aucune autre gloire n'aurait pu tenter « mon ambition! »

Young fit choix de la carrière de la médecine dans laquelle il espérait trouver la fortune et l'indépendance. Ses études médicales commencèrent à Londres sous Baillie et Cruick-shank; il les continua à Édimbourg où brillaient alors les docteurs *Black*, *Munro* et *Gregory*; mais ce fut seulement à Gœttingue que, dans l'année suivante (1795), il prit son grade de docteur. Avant de se soumettre à cette formalité si vaine, et, toutefois, si impérieusement exigée, Young, à peine sorti de l'adolescence, s'était déjà révélé au monde scientifique par une note relative à la gomme *Ladanum*; par la polémi-que qu'il avait soutenue contre le docteur Beddoës au sujet de la théorie de Crawford sur le calorique; par un mémoire concernant les habitudes des araignées et le système de Fa-bricius, le tout enrichi de recherches d'érudition; enfin, par un travail sur lequel j'insisterai davantage à cause de son grand mérite, de la faveur inusitée dont il fut l'objet en nais-sant, et de l'oubli dans lequel on l'a laissé depuis.

La Société royale de Londres jouit, dans toute l'étendue des trois royaumes, d'une considération immense et méritée. Les

Transactions philosophiques qu'elle publie, sont depuis plus d'un siècle et demi, les glorieuses archives où le génie britannique tient à honneur de déposer ses titres à la reconnaissance de la postérité. Le désir de voir inscrire son nom dans la liste des collaborateurs de ce recueil vraiment national, à la suite des noms de Newton, de Bradley, de Priestley, de Cavendish, a toujours été parmi les étudiants des célèbres universités de Cambridge, d'Oxford, d'Édimbourg, de Dublin, le plus vif comme le plus légitime sujet d'émulation. Là, toutefois, est le dernier terme de l'ambition de l'homme de science; il n'y aspire qu'à l'occasion de quelque travail capital, et les premiers essais de sa jeunesse arrivent au public par une voie mieux assortie à leur importance, à l'aide d'une de ces nombreuses *Revues* qui, chez nos voisins, ont tant contribué aux progrès des connaissances humaines. Tel est le cours ordinaire des choses; telle, conséquemment, ne devait pas être la marche de Young. A vingt ans, il adresse un mémoire à la Société royale; le *conseil,* composé de toutes les notabilités contemporaines, honore ce travail de son suffrage, et bientôt il paraît dans les Transactions. L'auteur y traitait de la vision.

Le problème n'était rien moins que neuf. Platon et ses disciples, quatre siècles avant notre ère, s'en occupaient déjà; mais aujourd'hui leurs conceptions ne pourraient guère être citées que pour justifier cette célèbre et très-peu flatteuse sentence de Cicéron : « On ne saurait rien imaginer de si absurde qui n'ait trouvé quelque philosophe capable de le soutenir ! »

Après avoir traversé un intervalle de deux mille ans, il faut, de la Grèce, se transporter en Italie quand on veut

trouver sur l'admirable phénomène de la vision, des idées qui méritent un souvenir de l'historien. Là, sans avoir jamais, comme le philosophe d'Égine, interdit fastueusement leur école à tous ceux qui n'étaient pas géomètres, des expérimentateurs prudents jalonneront la seule route par laquelle il soit donné à l'homme d'arriver sans faux pas à la conquète de régions inconnues; là, Maurolycus et Porta crieront à leurs contemporains, que le problème de découvrir *ce qui est*, présente assez de difficultés, pour qu'il soit au moins bien présomptueux de se jeter dans *le monde des intelligibles* à la recherche de *ce qui doit être;* là, ces deux célèbres compatriotes d'Archimède commenceront à dévoiler le rôle des divers milieux dont l'œil est composé, et se montreront résignés, comme le furent plus tard Galilée et Newton, à ne pas s'élever au-dessus des connaissances susceptibles d'être élaborées ou contrôlées par nos sens, et qu'on stigmatisait, sous les portiques de l'Académie, de la qualification dédaigneuse de *simple opinion.* Telle est, toutefois, la faiblesse humaine, qu'après avoir suivi, avec un rare bonheur, les principales inflexions de la lumière à travers la cornée et le cristallin, Maurolycus et Porta, près d'atteindre le but, s'arrêtent tout à coup, comme devant une insurmontable difficulté, dès qu'on oppose à leur théorie que les objets doivent paraître sens dessus dessous si les images dans l'œil sont elles-mêmes renversées. L'esprit aventureux de Kepler, au contraire, ne se laisse pas ébranler. C'est de la psychologie que part l'attaque, c'est par de la psychologie claire, précise, mathématique, qu'il renverse l'objection. Sous la main puissante de ce grand homme, l'œil devient, définitivement,

le simple appareil d'optique connu sous le nom de chambre obscure : la rétine est le tableau, le cristallin remplace la lentille vitreuse.

Cette assimilation, généralement adoptée depuis Kepler, ne donnait prise qu'à une seule difficulté. La chambre obscure, comme une lunette ordinaire, *doit être mise au point*, suivant l'éloignement des objets. Quand ces objets se rapprochent, il est indispensable d'écarter le tableau de la lentille; un mouvement contraire devient nécessaire si les objets s'éloignent. Conserver aux images toute la netteté désirable sans changer la position de la surface qui les reçoit, est donc impossible, à moins toutefois que la courbure de la lentille puisse varier : qu'elle s'accroisse quand on vise à des objets voisins, qu'elle diminue pour des objets éloignés.

Parmi ces divers modes d'obtenir des images distinctes, la nature a fait inévitablement un choix, car l'homme peut voir avec une grande netteté à des distances fort dissemblables. La question ainsi posée a été pour les physiciens un vaste sujet de recherches et de discussions; de grands noms figurent dans ce débat.

Kepler, *Descartes*...... soutiennent que l'ensemble du globe de l'œil est susceptible de s'allonger et de s'aplatir.

Poterfield, Zinn....... veulent que la lentille cristalline soit mobile; qu'au besoin elle puisse aller se placer plus ou moins loin de la rétine.

Jurin, Musschenbroek........ croient à un changement dans la courbure de la cornée.

Sauvages, Bourdelot...... font aussi intervenir une variation de courbure, mais dans le cristallin seulement. Tel

est aussi le système de Young. Deux mémoires dont notre confrère fit successivement hommage à la Société royale de Londres, en renferment le développement complet.

Dans le premier, la question n'est guère envisagée que sous le point de vue anatomique. Young y démontre, à l'aide d'observations directes et très-délicates, que le cristallin est doué d'une constitution fibreuse ou musculaire, admirablement adaptée à toutes sortes de changements de forme. Cette découverte renversait la seule objection solide qu'on eût, jusque-là, opposée à l'hypothèse de Sauvages, de Bourdelot, etc. A peine fut-elle publiée que Hunter la réclama. Le célèbre anatomiste servait ainsi les intérêts du jeune débutant, puisque son travail resté inédit n'avait été communiqué à personne. Au surplus ce point de la discussion perdit bientôt toute importance : un érudit montra, en effet, qu'armé de ses puissants microscopes, Leeuwenhoek suivait et dessinait déjà dans toutes leurs ramifications, les fibres musculaires du cristallin d'un poisson. Pour réveiller l'attention publique fatiguée de tant de débats, il ne fallait rien moins que la haute renommée des deux nouveaux membres de la Société royale qui entrèrent en lice. L'un, anatomiste consommé, l'autre, le plus célèbre artiste dont l'Angleterre puisse se glorifier, présentèrent à la Société royale un mémoire, fruit de leurs efforts combinés, et destiné à établir l'inaltérabilité complète de la forme du cristallin. Le monde savant aurait difficilement admis que sir Everard Home et Ramsden réunis eussent pu faire des expériences inexactes; qu'ils se fussent trompés dans des mesures micrométriques. Young lui-même ne le crut point; aussi n'hésita-t-il pas à renoncer publiquement à sa théorie. Cet empressement à se

reconnaître vaincu, si rare dans un jeune homme de vingt-cinq ans, si rare surtout à l'occasion d'une première publication, était ici un acte de modestie sans exemple. Young, en effet, n'avait rien à rétracter. En 1800, après avoir retiré son désaveu, notre confrère développa de nouveau la théorie de la déformation du cristallin, dans un mémoire auquel, depuis, on n'a pas fait d'objection sérieuse.

Rien de plus simple que son argumentation; rien de plus ingénieux que ses expériences. Young élimine d'abord l'hypothèse d'une variation de courbure dans la cornée, à l'aide d'observations microscopiques qui auraient rendu les plus petites variations appréciables. Disons mieux : il place l'œil dans des conditions particulières où les changements de courbure seraient sans nul effet; il le plonge dans l'eau, et prouve qu'alors même la faculté de voir à diverses distances persiste en son entier.

La seconde des trois suppositions possibles, celle d'une altération dans les dimensions de l'organe, est ensuite renversée par un ensemble d'objections et d'expériences auxquelles il serait difficile de résister.

Le problème semblait irrévocablement résolu. Qui ne comprend, en effet, que si, de trois solutions possibles, deux sont écartées, la troisième devient nécessaire; que le rayon de courbure de la cornée et le diamètre longitudinal de l'œil étant inaltérables, il faut bien que la forme du cristallin puisse varier? Young, toutefois, ne s'arrête pas là; il prouve directement, par de subtils phénomènes de déformation des images, que le cristallin change réellement de courbure; il invente, ou du moins il perfectionne un instrument susceptible d'être employé par les personnes les moins intelligentes,

les moins habituées à des expériences délicates, et, armé de ce nouveau moyen d'investigation, il s'assure que tous les hommes chez lesquels manque le cristallin à la suite de l'opération de la cataracte, ne jouissent plus de la faculté de voir *nettement* à différentes distances.

On peut véritablement s'étonner que cette admirable théorie de la vision, que ce réseau, si bien tissu, où le raisonnement et les plus ingénieuses expériences se prêtent sans cesse un mutuel appui, n'occupe pas encore dans la science le rang distingué qui lui appartient; mais, pour expliquer cette anomalie, doit-on nécessairement recourir à une sorte de fatalité? Young aurait-il donc été, comme lui-même le disait souvent avec dépit, une nouvelle Cassandre proclamant sans relâche d'importantes vérités que ses contemporains ingrats refusaient d'accueillir? On serait moins poétique, et plus vrai, ce me semble, en remarquant que les découvertes d'Young n'ont pas été connues de la plupart de ceux qui auraient pu lés apprécier : les physiologistes ne lisent pas son beau mémoire, car il suppose plus de connaissances mathématiques qu'on n'en cultive ordinairement dans les facultés; les physiciens l'ont dédaigné à leur tour, parce que, dans les cours oraux ou dans les ouvrages imprimés, le public ne demande plus guère aujourd'hui que ces notions superficielles dont un esprit vulgaire se pénètre sans aucune fatigue. Dans tout ceci, quoi qu'en ait pu croire notre illustre confrère, nous n'apercevons rien d'exceptionnel : comme tous ceux qui sondent les dernières profondeurs de la science, il a été méconnu de la foule; mais les applaudissements de quelques hommes d'élite auraient dû le dédommager. En pareille matière, on ne doit pas compter les suffrages, il est plus sage de les peser.

La plus belle découverte du docteur Young, celle qui rendra son nom à jamais impérissable, lui fut suggérée par un objet en apparence bien futile : par ces bulles d'eau savonneuse, si vivement colorées, si légères, qui, à peine échappées du chalumeau de l'écolier, deviennent le jouet des plus imperceptibles courants d'air. Devant un auditoire aussi éclairé, il serait sans doute superflu de remarquer que la difficulté de produire un phénomène, sa rareté, son utilité dans les arts, ne sont pas les indices nécessaires de l'importance qu'il doit avoir dans la science. J'ai donc pu rattacher à un jeu d'enfant la découverte que je vais analyser, avec la certitude qu'elle ne souffrirait pas de cette origine. En tout cas, je n'aurais besoin de rappeler, ni la pomme qui, se détachant de sa branche et tombant inopinément aux pieds de Newton, éveilla les idées de ce grand homme sur les lois simples et fécondes qui régissent les mouvements célestes ; ni la grenouille et le coup de bistouri, auxquels la physique a été récemment redevable de la merveilleuse pile de Volta. Sans articuler, en effet, le nom de bulles de savon, je supposerais qu'un physicien eût choisi pour sujet de ses expériences, l'eau distillée, c'est-à-dire un liquide qui, dans son état de pureté, ne se revêt de quelques légères nuances de bleu et de vert, à peine sensibles, qu'à travers de grandes épaisseurs. Je demanderais ensuite ce qu'on penserait de sa véracité s'il venait, sans autre explication, annoncer que, cette eau si limpide, il peut à volonté lui communiquer les couleurs les plus resplendissantes; qu'il sait la rendre violette, bleue, verte; qu'il sait la rendre jaune comme l'écorce du citron, rouge comme l'écarlate, sans pour cela altérer sa pureté, sans la mêler à au-

cune substance étrangère, sans changer les proportions de ses principes constituants gazeux. Le public ne regarderait-il pas notre physicien, comme indigne de toute croyance, lorsqu'après d'aussi étranges propositions, il ajouterait que, pour engendrer la couleur dans l'eau, il suffit de l'amener à l'état d'une véritable pellicule; que *mince* est, pour ainsi dire, synonyme de *coloré;* que le passage de chaque teinte à la teinte la plus différente est la suite nécessaire d'une simple variation d'épaisseur de la lame liquide; que cette variation, dans le passage du rouge au vert, par exemple, n'est pas la millième partie de l'épaisseur d'un cheveu! Eh bien! ces incroyables théorèmes ne sont, cependant, que les conséquences inévitables des accidents de coloration présentés par les bulles liquides soufflées, et même par les lames minces de toutes sortes de corps.

Pour comprendre comment de tels phénomènes ont, pendant plus de vingt siècles, journellement frappé les yeux des physiciens sans exciter leur attention, on a vraiment besoin de se rappeler à combien peu de personnes la nature départit la précieuse faculté de s'étonner à propos.

Boyle pénétra le premier dans cette mine féconde. Il se borna, toutefois, à la description minutieuse des circonstances variées qui donnent naissance aux iris. Hooke, son collaborateur, alla plus loin. Il crut trouver la cause de ce genre de couleurs dans les entre-croisements des rayons, ou, pour parler son propre langage, dans les entre-croisements *des ondes* réfléchies par les deux surfaces de la lame mince. C'était, comme on verra, un trait de génie; mais il ne pouvait être saisi à une époque où la nature complexe de la lumière blanche était encore ignorée.

Newton fit, des couleurs des lames minces, l'objet de son étude de prédilection. Il leur consacra un livre tout entier de son célèbre traité d'optique; il établit les lois de leur formation par un enchaînement admirable d'expériences que personne n'a surpassé depuis. En éclairant avec de la lumière homogène les iris si réguliers dont Hooke avait déjà fait mention, et qui naissent autour du point de contact de deux verres lenticulaires superposés, il prouva que, pour chaque espèce de couleur simple, il existe dans les lames minces de toute nature, une série d'épaisseurs croissantes où aucune lumière ne se réfléchit. Ce résultat était capital : il renfermait la clef de tous ces phénomènes.

Newton fut moins heureux dans les vues théoriques que cette remarquable observation lui suggéra. Dire, avec lui, du rayon lumineux qui se réfléchit, qu'il est *dans un accès* de facile réflexion; dire du rayon qui traverse la lame tout entier, qu'il est *dans un accès* de facile transmission, qu'est-ce donc autre chose qu'énoncer en termes obscurs ce que l'expérience des deux lentilles nous avait appris?

La théorie de Thomas Young échappe à cette critique. Ici on n'admet plus d'accès d'aucune espèce, comme propriété primordiale des rayons. La lame mince se trouve d'ailleurs assimilée, sous tous les rapports, à un miroir épais de la même substance. Si, dans certains de ces points, aucune lumière ne se voit, Young n'en conclut pas que la réflexion y ait cessé : il suppose que dans les directions spéciales de ces points, les rayons réfléchis par la seconde face, allant à la rencontre des rayons réfléchis par la première, *les anéantissent complétement.* C'est ce conflit que l'auteur a désigné par le nom maintenant si fameux *d'interférence.*

Voilà, sans contredit, la plus étrange des hypothèses! On devait certainement se montrer très-surpris de trouver la nuit en plein soleil, dans des points où des rayons de cet astre arrivaient librement; mais qui se fût imaginé qu'on en viendrait à supposer que l'obscurité pouvait être engendrée en ajoutant de la lumière à de la lumière!

Un physicien est justement glorieux quand il peut annoncer quelque résultat qui choque à ce degré-là les idées communes; mais il doit, sans retard, l'étayer de preuves démonstratives, sous peine d'être assimilé à ces écrivains orientaux dont les fantasques rêveries charmèrent mille et une nuits du sultan *Schahriar*.

Young n'eut pas cette prudence. Il montra d'abord que sa théorie pouvait s'adapter aux phénomènes, mais sans aller au-delà des possibilités. Lorsque, plus tard, il arriva aux preuves véritables, le public avait des préventions et il ne put pas les vaincre. Cependant, l'expérience dont notre confrère faisait alors surgir sa mémorable découverte, ne saurait exciter l'ombre d'un doute.

Deux rayons provenant d'une même source allaient, par des routes légèrement inégales, se croiser en un certain point de l'espace. Dans ce point on plaçait une feuille de beau papier. Chaque rayon, pris isolément, la faisait briller du plus vif éclat; mais quand les deux rayons se réunissaient, quand ils arrivaient simultanément sur la feuille, toute clarté disparaissait : la nuit la plus complète succédait au jour.

Deux rayons ne s'anéantissent pas toujours complétement dans le point de leur intersection. Quelquefois on n'y observe qu'un affaiblissement partiel; quelquefois aussi les rayons s'ajoutent. Tout dépend de la différence de longueur des

chemins qu'ils ont parcourus, et cela suivant des lois très-simples dont la découverte, dans tous les temps, eût suffi pour immortaliser un physicien.

Les différences de route qui amènent entre les rayons, des conflits accompagnés de leur destruction entière, n'ont pas la même valeur pour des lumières diversement colorées. Lorsque deux rayons blancs se croisent, il est donc possible que l'un de leurs principes constituants, le rouge, par exemple, se trouve seul dans des conditions de destruction. Mais le blanc moins le rouge, c'est du vert! Ainsi l'interférence lumineuse se manifeste alors par des phénomènes de coloration; ainsi, les diverses couleurs élémentaires sont mises en évidence, sans qu'aucun prisme les ait séparées. Qu'on veuille bien, maintenant, remarquer qu'il n'existe pas un seul point de l'espace où mille rayons de même origine n'aillent se croiser après des réflexions plus ou moins obliques, et l'on apercevra, d'un coup d'œil, toute l'étendue de la région inexplorée que les interférences ouvraient aux investigations des physiciens.

Lorsque Young publia cette théorie, beaucoup de phénomènes de couleurs périodiques s'étaient déja offerts aux observateurs; on doit ajouter qu'ils avaient résisté à toute explication. Dans le nombre on peut citer les anneaux qui se forment par voie de réflexion, non plus sur de minces pellicules, mais sur des miroirs de verre épais légèrement courbes; les bandes irisées de diverses largeurs dont les ombres des corps sont bordées en dehors et parfois couvertes intérieurement, que Grimaldi aperçut le premier, qui plus tard exercèrent inutilement le génie de Newton, et dont la théorie complète était réservée à Fresnel; les arcs colorés rouges

et verts qu'on aperçoit en nombre plus ou moins considérable immédiatement au-dessous des sept nuances prismatiques de l'arc-en-ciel principal, et qui semblaient si complétement inexplicables, qu'on avait fini par n'en plus faire mention dans les traités de physique ; ces couronnes, enfin, aux couleurs tranchées, aux diamètres perpétuellement variables, qui souvent paraissent entourer le soleil et la lune.

Si je me rappelle combien de personnes n'apprécient les théories scientifiques qu'à raison des applications immédiates qu'elles peuvent offrir, je ne saurais terminer cette énumération de phénomènes que caractérisent des séries plus ou moins nombreuses de couleurs périodiques, sans mentionner les anneaux si remarquables par la régularité de leur forme et par la pureté de leur éclat, dont toute lumière un peu vive paraît entourée quand on l'examine au travers d'un amas de molécules ou de filaments d'égales dimensions. Ces anneaux, en effet, suggérèrent à Young l'idée d'un instrument extrêmement simple qu'il appela un *Ériomètre,* et avec lequel on mesure sans difficulté les dimensions des plus petits corps. L'ériomètre, encore si peu connu des observateurs, a sur le microscope l'immense avantage de donner d'un seul coup *la grandeur moyenne* des millions de particules qui se trouvent comprises dans le champ de la vision. Il possède, de plus, la propriété singulière de rester muet lorsque les particules diffèrent trop entre elles, ou, en d'autres termes, lorsque la question de déterminer leurs dimensions n'a véritablement aucun sens.

Young appliqua son ériomètre à la mesure des globules du sang de différentes classes d'animaux, à celle des poussières que diverses espèces végétales fournissent ; à la mesure

de la finesse des fourrures employées dans les manufactures de tissus, depuis celle du castor, la plus précieuse de toutes, jusqu'aux toisons des troupeaux communs du comté de Sussex, qui, placées à l'autre extrémité de l'échelle, se composent de filaments quatre fois et demie aussi gros que les poils de castor.

Avant Young, les nombreux phénomènes de coloration que je viens d'indiquer étaient non-seulement inexpliqués, mais rien ne les liait entre eux. Newton, qui s'en occupa si longtemps, n'avait, par exemple, aperçu aucune connexité entre les iris des lames minces et les bandes de la diffraction. Young amena ces deux espèces de stries colorées à n'être que des effets d'interférence. Plus tard, quand la polarisation chromatique eut été découverte, il puisa dans quelques mesures d'épaisseur, des analogies numériques remarquables, très-propres à faire présumer que, tôt ou tard, ce genre bizarre de polarisation se rattacherait à sa doctrine. Il y avait là, toutefois, on doit l'avouer, une immense lacune à remplir. D'importantes propriétés de la lumière alors complétement ignorées ne permettaient pas de concevoir tout ce que, dans certains cristaux et dans certaines natures de coupes, la double réfraction engendre de singularités par les destructions de lumière qui résultent des entre-croisements de faisceaux; mais c'est à Young qu'appartient l'honneur d'avoir ouvert la carrière; c'est lui qui, le premier, a commencé à débrouiller ces hiéroglyphes de l'optique.

Le mot d'hiéroglyphe envisagé, non plus métaphoriquement, mais dans son acception naturelle, nous transporte sur un terrain qui a déjà été le théâtre de débats nombreux et bien animés. J'ai hésité un moment à affronter les passions

que cette question a soulevées. Le secrétaire d'une académie exclusivement occupée des sciences exactes, pourrait, en effet, sans nulle inconvenance, renvoyer ce procès philologique à des juges plus compétents. Je craignais, d'ailleurs, je l'avouerai, de me trouver en désaccord, sur plusieurs points importants, avec le savant illustre dont il m'a été si doux d'analyser les travaux sans qu'un seul mot de critique ait dû, jusqu'ici, venir se placer sous ma plume. Tous ces scrupules se sont évanouis lorsque j'ai réfléchi que l'interprétation des hiéroglyphes égyptiens est l'une des plus belles découvertes de notre siècle; que Young a lui-même mêlé mon nom aux discussions dont elle a été l'objet; qu'examiner, enfin, si la France peut prétendre à ce nouveau titre de gloire, c'est agrandir la mission que je remplis en ce moment, c'est faire acte de bon citoyen. Je sais d'avance tout ce qu'on trouvera d'étroit dans ces sentiments; je n'ignore pas que le cosmopolitisme a son bon côté; mais, en vérité, de quel nom ne pourrais-je pas le stigmatiser, si, lorsque toutes les nations voisines énumèrent avec bonheur les découvertes de leurs enfants, il m'était interdit de chercher dans cette enceinte même, parmi des confrères dont je ne me permettrai pas de blesser la modestie, la preuve que la France n'est pas dégénérée; qu'elle, aussi, apporte chaque année son glorieux contingent dans le vaste dépôt des connaissances humaines.

J'aborde donc la question de l'écriture égyptienne; je l'aborde, libre de toute préoccupation; avec la ferme volonté d'être juste; avec le vif désir de concilier les prétentions rivales des deux savants dont la mort prématurée a été pour l'Europe entière un si légitime sujet de regrets. Au reste, je

ne dépasserai pas dans cette discussion sur les hiéroglyphes, les bornes qui me sont tracées; heureux si l'auditoire qui m'écoute et dont je réclame l'indulgence, trouve que j'ai su échapper à l'influence d'un sujet dont l'obscurité est devenue proverbiale !

Les hommes ont imaginé deux systèmes d'écriture entièrement distincts. L'un est employé chez les Chinois : c'est le système hiéroglyphique ; le second, en usage actuellement chez tous les autres peuples, porte le nom de système alphabétique ou phonétique.

Les Chinois n'ont pas de lettres proprement dites. Les caractères dont ils se servent pour écrire, sont de véritables hiéroglyphes : ils représentent non des sons, non des articulations, mais des idées. Ainsi *maison* s'exprime à l'aide d'un caractère unique et spécial, qui ne changerait pas, quand même tous les Chinois arriveraient à désigner une maison, dans la langue parlée, par un mot totalement différent de celui qu'ils prononcent aujourd'hui. Ce résultat vous surprend-il? Songez à nos chiffres, qui sont aussi des hiéroglyphes. L'idée de l'unité ajoutée sept fois à elle-même s'exprime partout, en France, en Angleterre, en Espagne, etc., à l'aide de deux ronds superposés verticalement et se touchant par un seul point; mais en voyant ce signe idéographique (8), le Français prononce *huit;* l'Anglais *eight;* l'Espagnol *ocho*. Personne n'ignore qu'il en est de même des nombres composés. Ainsi, pour le dire en passant, si les signes idéographiques chinois étaient généralement adoptés, comme le sont les chiffres arabes, chacun lirait dans sa propre langue les ouvrages qu'on lui présenterait, sans avoir besoin de connaître un seul mot de la langue parlée par les auteurs qui les auraient écrits.

Il n'en est pas ainsi des écritures alphabétiques :

> *Celui de qui* nous vient cet art ingénieux
> De peindre la parole et de parler aux yeux,

ayant fait la remarque capitale, que tous les mots de la langue parlée la plus riche se composent d'un nombre très-borné de sons ou articulations élémentaires, inventa des signes ou lettres, au nombre de 24 ou 30, pour les représenter. A l'aide de ces signes, diversement combinés, il pouvait écrire toute parole qui venait frapper son oreille, même sans en connaître la signification.

L'écriture chinoise ou hiéroglyphique semble l'enfance de l'art. Ce n'est pas, toutefois, ainsi qu'on le disait jadis, que pour apprendre à la lire, il faille, en Chine même, la longue vie d'un mandarin studieux. Rémusat, dont je ne puis prononcer le nom sans rappeler l'une des pertes les plus cruelles que les lettres aient faites depuis longtemps, n'avait-il pas établi, soit par sa propre expérience, soit par les excellents élèves qu'il formait tous les ans dans ses cours, qu'on apprend le chinois comme toute autre langue. Ce n'est pas non plus, ainsi qu'on l'imagine au premier abord, que les caractères hiéroglyphiques se prêtent seulement à l'expression des idées communes : quelques pages du roman *Yu-kiao-li*, ou les *Deux Cousines,* suffiraient pour montrer que les abstractions les plus subtiles, les plus quintessenciées, n'échappent pas à l'écriture chinoise. Le principal défaut de cette écriture serait de ne donner aucun moyen d'exprimer des noms nouveaux. Un lettré de Canton aurait pu mander par écrit à Pékin, que le 14 juin 1800, la plus mémorable ba-

taille sauva la France d'un grand péril; mais il n'aurait su comment apprendre à son correspondant, en caractères purement hiéroglyphiques, que la plaine où se passa ce glorieux événement était près du village de *Marengo*, et que le général victorieux s'appelait *Bonaparte*. Un peuple chez lequel la communication de noms propres, de ville à ville, ne pourrait avoir lieu que par l'envoi de messagers, en serait, comme on voit, aux premiers rudiments de la civilisation; aussi, tel n'est pas le cas du peuple chinois. Les caractères hiéroglyphiques constituent bien la masse de leur écriture; mais quelquefois, et surtout quand il faut écrire un nom propre, on les dépouille de leur signification idéographique, pour les réduire à n'exprimer que des sons et des articulations, pour en faire de véritables lettres.

Ces prémisses ne sont pas un hors-d'œuvre. Les questions de priorité que les méthodes graphiques de l'Égypte ont soulevées, vont être maintenant faciles à expliquer et à comprendre. Nous allons, en effet, trouver dans les hiéroglyphes de l'antique peuple des Pharaons, tous les artifices dont les Chinois font usage aujourd'hui.

Plusieurs passages d'Hérodote, de Diodore de Sicile, de saint Clément d'Alexandrie, ont fait connaître que les Égyptiens se servaient de deux ou trois sortes d'écritures, et que dans l'une d'elles, au moins, les caractères symboliques ou représentatifs d'idées jouent un grand rôle. Horapollon nous a même conservé la signification d'un certain nombre de ces caractères; ainsi, l'on sait que l'*épervier* désignait l'*ame*; l'*ibis*, le *cœur*; la *colombe* (ce qui pourra paraître assez étrange), un *homme violent*; la *flûte*, l'*homme aliéné*; le nom-

bre *seize*, la *volupté*; une *grenouille*, l'*homme imprudent*; la *fourmi*, le *savoir*; un *nœud coulant*, l'*amour*; etc., etc.

Les signes ainsi conservés par Horapollon ne formaient qu'une très-petite partie des huit à neuf cents caractères qu'on avait remarqués dans les inscriptions monumentales. Les modernes, Kircher entre autres, essayèrent d'en accroître le nombre. Leurs efforts ne donnèrent aucun résultat utile, si ce n'est de montrer à quels écarts s'exposent les hommes les plus instruits, lorsque dans la recherche des faits, ils s'abandonnent sans frein à leur imagination. Faute de données, l'interprétation des écritures égyptiennes paraissait depuis longtemps à tous les bons esprits, un problème complétement insoluble, lorsqu'en 1799, M. Boussard, officier du génie, découvrit, dans les fouilles qu'il faisait opérer près de Rosette, une large pierre couverte de trois séries de caractères parfaitement distincts. Une de ces séries était du grec. Celle-là, malgré quelques mutilations, fit clairement connaître que les auteurs du monument avaient ordonné que la *même inscription* s'y trouvât tracée en trois sortes de caractères, savoir, en caractères sacrés ou hiéroglyphiques égyptiens, en caractères locaux ou usuels, et en lettres grecques : ainsi, par un bonheur inespéré, les philologues se trouvaient en possession d'un texte grec ayant en regard sa *traduction* en langue égyptienne, ou, tout au moins, une transcription avec les deux sortes de caractères anciennement en usage sur les bords du Nil.

Cette pierre de Rosette, devenue depuis si célèbre, et dont M. Boussard avait fait hommage à l'Institut du Caire, fut enlevée à ce corps savant à l'époque où l'armée française

évacua l'Égypte. On la voit maintenant au musée de Londres, où elle figure, dit Thomas Young, comme un monument de la valeur britannique. Toute valeur à part, le célèbre physicien eût pu ajouter, sans trop de partialité, que cet inappréciable monument bilingue témoignait aussi quelque peu des vues avancées qui avaient présidé à tous les détails de la mémorable expédition d'Égypte, comme aussi du zèle infatigable des savants illustres dont les travaux, exécutés souvent sous le feu de la mitraille, ont tant ajouté à la gloire de leur patrie. L'importance de l'inscription de Rosette les frappa, en effet, si vivement, que pour ne pas abandonner ce précieux trésor aux chances aventureuses d'un voyage maritime, ils s'attachèrent à l'envi, dès l'origine, à le reproduire, par de simples dessins, par des contre-épreuves obtenues à l'aide des procédés de l'imprimerie en taille-douce, enfin, par des moulages en plâtre ou en soufre. Il faut même ajouter que les antiquaires de tous les pays ont connu pour la première fois la pierre de Rosette à l'aide des dessins des savants français.

Un des plus illustres membres de l'Institut, M. Silvestre de Sacy, entra le premier, dès l'année 1802, dans la carrière que l'inscription bilingue ouvrait aux investigations des philologues. Il ne s'occupa toutefois que du texte égyptien en caractères usuels. Il y découvrit les groupes qui représentent différents noms propres et leur nature phonétique. Ainsi, dans l'une des deux écritures, au moins, les Égyptiens avaient des signes de sons, de véritables lettres. Cet important résultat ne trouva plus de contradicteurs, lorsqu'un savant suédois, M. Akerblad, perfectionnant le travail de notre compatriote, eût assigné, avec une probabilité voisine de la cer-

titude, la valeur phonétique individuelle des divers caractères employés dans la transcription des noms propres que faisait connaître le texte grec.

Restait toujours la partie de l'inscription purement hiéroglyphique ou supposée telle. Celle-là était demeurée intacte; personne n'avait osé entreprendre de la déchiffrer.

C'est ici que nous verrons Thomas Young déclarer d'abord, comme par une sorte d'inspiration, que dans la multitude des signes sculptés sur la pierre et représentant soit des animaux entiers, soit des êtres fantastiques, soit encore des instruments et des produits des arts ou des formes géométriques, ceux de ces signes qui se trouvent renfermés dans des encadrements elliptiques, correspondent aux noms propres de l'inscription grecque : en particulier, au nom de Ptolémée, le seul qui dans la transcription hiéroglyphique soit resté intact. Immédiatement après, Young dira que dans le cas spécial de l'encadrement ou cartouche, les signes ne représentent plus des idées, mais des sons; enfin, il cherchera, par une analyse minutieuse et très-délicate, à assigner un hiéroglyphe individuel à chacun des sons que l'oreille entend dans le nom de Ptolémée de la pierre de Rosette, et dans celui de Bérénice d'un autre monument.

Voilà, si je ne me trompe, dans les recherches d'Young sur les systèmes graphiques des Égyptiens, les trois points culminants. Personne, a-t-on dit, ne les avait aperçus, ou du moins ne les avait signalés, avant le physicien anglais. Cette opinion, quoique généralement admise, me paraît contestable. Il est, en effet, certain que dès l'année 1766, M. de Guignes, dans un mémoire imprimé, avait indiqué les cartouches des inscriptions égyptiennes comme renfermant tous des

noms propres. Chacun peut voir aussi, dans le même travail, les arguments dont s'étaie ce savant orientaliste, pour établir l'opinion qu'il avait embrassée sur la nature constamment phonétique des hiéroglyphes égyptiens. Young a donc la priorité sur un seul point : c'est à lui que remonte la première tentative qui ait été faite pour décomposer en lettres les groupes des cartouches, pour donner une valeur phonétique aux hiéroglyphes composant, dans la pierre de Rosette, le nom de Ptolémée.

Dans cette recherche, comme on peut s'y attendre, Young fournira de nouvelles preuves de son immense pénétration; mais égaré par un faux système, ses efforts n'auront pas un plein succès. Ainsi, quelquefois, il attribuera aux caractères hiéroglyphiques une valeur simplement alphabétique; plus loin, il leur donnera une valeur syllabique ou même dissyllabique, sans s'inquiéter de ce qu'il y aurait d'étrange dans ce mélange de caractères de natures différentes. Le fragment d'alphabet publié par le docteur Young renferme donc du vrai et du faux; mais le faux y abonde tellement, qu'il sera impossible d'appliquer la valeur des lettres dont il se compose, à toute autre lecture qu'à celle des deux noms propres dont on les a tirées. Le mot *impossible* s'est si rarement rencontré dans la carrière scientifique de Young, qu'il faut se hâter de le justifier. Je dirai donc que depuis la composition de son alphabet, Young lui-même croyait voir dans le cartouche d'un monument égyptien, le nom d'*Arsinoé,* là où son célèbre compétiteur a montré depuis, avec une entière évidence, le mot *autocrator;* qu'il crut reconnaître *Évergète* dans un groupe où il faut lire *César!*

Le travail de Champollion, quant à la découverte de la valeur

phonétique des hiéroglyphes, est clair, homogène, et ne semble donner prise à aucune incertitude. Chaque signe équivaut à une simple voyelle ou à une simple consonne. Sa valeur n'est pas arbitraire : tout hiéroglyphe phonétique est l'image d'un objet physique dont le nom, en langue égyptienne, commence par la voyelle ou par la consonne qu'il s'agit de représenter.

L'alphabet de Champollion, une fois modelé sur la pierre de Rosette et sur deux ou trois autres monuments, sert à lire des inscriptions entièrement différentes ; par exemple le nom de *Cléopâtre,* sur l'obélisque de *Philæ,* transporté depuis longtemps en Angleterre, et où le Dr Young, armé de son alphabet, n'avait rien aperçu. Sur les temples de *Karnac,* Champollion lira deux fois le nom d'*Alexandre ;* sur le zodiaque de Denderah, un titre impérial romain ; sur le grand édifice au-dessus duquel le zodiaque était placé, les noms et surnoms des empereurs Auguste, Tibère, Claude, Néron, Domitien, etc. Ainsi, pour le dire en passant, se trouvera tranchée, d'une part, la vive discussion que l'âge de ces monuments avait fait naître; ainsi, de l'autre, sera constaté sans retour, que sous la domination romaine, les hiéroglyphes étaient encore en plein usage sur les bords du Nil.

L'alphabet, qui a déjà donné tant de résultats inespérés, appliqué, soit aux grands obélisques de Karnac, soit à d'autres monuments qui sont aussi reconnus pour être du temps des Pharaons, nous présentera les noms de plusieurs rois de cette antique race ; des noms de divinités égyptiennes; disons plus : des mots *substantifs, adjectifs* et *verbes* de la langue copte. Young se trompait donc, quand il regardait les hiéroglyphes phonétiques comme une invention moderne; quand il avançait qu'ils avaient seulement servi à

la transcription des noms propres, et même des noms propres étrangers à l'Égypte. M. de Guignes, et surtout M. Étienne Quatremère, établissaient, au contraire, un fait réel, d'une grande importance, que la lecture des inscriptions des Pharaons est venue fortifier par des preuves irrésistibles, lorsqu'ils signalaient la langue copte actuelle comme celle des anciens sujets de Sésostris.

On connaît maintenant les faits. Je pourrai donc me borner à fortifier de quelques courtes observations la conséquence qui me paraît en résulter inévitablement.

Les discussions de priorité, même sous l'empire des préjugés nationaux, ne deviendraient jamais acerbes, si elles pouvaient se résoudre par des règles fixes; mais dans certains cas, la première idée est tout; dans d'autres, les détails offraient les principales difficultés; ailleurs, le mérite semble avoir dû consister, moins dans la conception d'une théorie que dans sa démonstration. On devine déjà combien le choix du point de vue doit prêter à l'arbitraire, et combien, cependant, il aura d'influence sur la conclusion définitive. Pour échapper à cet embarras, j'ai cherché un exemple dans lequel les rôles des deux prétendants à l'invention pussent être assimilés à ceux de Champollion et de Young, et qui eût, d'autre part, concilié toutes les opinions. Cet exemple, j'ai cru le trouver *dans les interférences,* même en laissant entièrement de côté, pour la question hiéroglyphique, les citations empruntées au mémoire de M. de Guignes.

Hooke, en effet, avait dit, avant Thomas Young, que les rayons lumineux interfèrent, comme ce dernier avait supposé avant Champollion, que les hiéroglyphes égyptiens sont quelquefois phonétiques. Hooke ne prouvait pas directement son

hypothèse; la preuve des valeurs phonétiques assignées par Young à divers hiéroglyphes, n'aurait pu reposer que sur des lectures qui n'ont pas été faites, qui n'ont pas pu l'être.

Faute de connaître la composition de la lumière blanche, Hooke n'avait pas une idée exacte de la nature des interférences, comme Young, de son côté, se trompait sur une prétendue valeur syllabique ou dissyllabique des hiéroglyphes.

Young, d'un consentement unanime, est considéré comme l'auteur de la théorie des interférences; dès lors, par une conséquence qui me paraît inévitable, Champollion doit être regardé comme l'auteur de la découverte des hiéroglyphes.

Je regrette de n'avoir pas songé plus tôt à ce rapprochement. Si, de son vivant, Young eût été placé dans l'alternative d'être le créateur de la doctrine des interférences, en laissant les hiéroglyphes à Champollion, ou de garder les hiéroglyphes, en abandonnant à Hooke l'ingénieuse théorie optique, je ne doute pas qu'il ne se fût empressé de reconnaître les titres de notre illustre compatriote. Au surplus, il lui serait resté, ce que personne ne pourra lui contester, le droit de figurer dans l'histoire de la mémorable découverte des hiéroglyphes, comme Kepler, Borelli, Hooke et Wren figurent dans l'histoire de la gravitation universelle.

Les limites qui me sont tracées ne me permettront même pas de citer les simples titres des nombreux écrits que le Dr Young a publiés. Cependant la lecture publique d'un aussi riche catalogue eût certainement suffi à la gloire de notre confrère. Qui ne se fût imaginé, en effet, qu'on avait enregistré les travaux de plusieurs Académies, et non ceux d'une seule personne, en entendant, par exemple, cette série de titres :

Mémoire sur les usines où l'on travaille le fer.
Essais sur la musique et sur la peinture.
Recherches sur les habitudes des araignées et le système de Fabricius.
Sur la stabilité des arches des ponts.
Sur l'atmosphère de la lune.
Description d'une operculaire.
Théorie mathématique des courbes épicycloïdales.
Restitution et traduction de diverses inscriptions grecques.
Sur les moyens de fortifier la charpente des vaisseaux de ligne.
Sur le jeu du cœur et des artères dans le phénomène de la circulation.
Théorie des marées.
Sur les maladies de poitrine.
Sur le frottement dans les axes des machines.
Sur la fièvre jaune.
Sur le calcul des éclipses.
Essais de grammaire.
Etc., etc.

Des travaux aussi nombreux, aussi variés, semblent avoir exigé la vie laborieuse et retirée d'un de ces savants dont l'espèce, à vrai dire, commence à se perdre, qui dès la première jeunesse divorcent avec tous les contemporains pour s'ensevelir complétement dans leur cabinet. Thomas Young était, au contraire, ce qu'on est convenu d'appeler un homme du monde. Il fréquentait assidûment les plus brillants cercles de Londres. Les graces de son esprit, l'élégance de ses manières, eussent amplement suffi pour l'y faire remarquer; mais qu'on se représente ces réunions nombreuses, dans lesquelles cinquante sujets différents sont tour à tour effleurés en quelques minutes, et l'on concevra de quel prix devait être une véritable bibliothèque vivante, où chacun trouvait à l'instant une réponse exacte, précise, substantielle, sur

toutes les natures de questions qui pouvaient être proposées.

Young s'était beaucoup occupé des arts. Plusieurs de ses mémoires témoignent des profondes connaissances que, de très-bonne heure, il avait acquises dans la théorie de la musique. Il poussa aussi très-loin le talent d'exécution, et je crois être certain que de tous les instruments connus, en y comprenant même la cornemuse écossaise, on n'en pourrait citer que deux dont il ne sût pas jouer. Son goût pour la peinture se développa pendant le séjour qu'il fit en Allemagne. Alors, la magnifique collection de Dresde l'absorba entièrement, car il n'aspirait pas seulement au facile mérite d'accoler, sans se méprendre, tel ou tel nom de peintre à tel ou tel tableau. Les défauts et les qualités caractéristiques des plus grands maîtres; leurs fréquents changements de manière; les objets matériels qu'ils mettaient en œuvre; les modifications que ces objets, que les couleurs entre autres, éprouvent par la suite des temps, l'occupèrent tour à tour. Young, en un mot, étudiait la peinture en Saxe, comme auparavant il avait étudié les langues dans son propre pays; comme plus tard il cultiva les sciences. Au reste, tout était à ses yeux un sujet de méditations et de recherches. Les camarades universitaires de l'illustre physicien se rappellent un exemple risible de cette disposition d'esprit : ils rapportent qu'étant entrés dans la chambre de Young le jour où, pour la première fois, il reçut, à Édimbourg, une leçon de menuet, on le trouva occupé à tracer minutieusement, avec la règle et le compas, les routes entre-croisées que parcourent les deux danseurs, et les divers perfectionnements dont ces figures lui paraissaient susceptibles.

Young emprunta de bonne heure à la secte des Quakers, dont il faisait alors partie, l'opinion que les facultés intellec-

tuelles des enfants diffèrent originairement entre elles beaucoup moins qu'on ne le suppose. *Chaque homme aurait pu faire ce que tout autre homme a fait*, était devenu sa maxime favorite. Jamais, au surplus, il ne recula personnellement devant les épreuves d'aucun genre, auxquelles on désirait soumettre son système. La première fois qu'il monta à cheval, en compagnie du petit-fils de M. Barclay, l'écuyer qui les suivait franchit une barrière élevée : Young voulut l'imiter, mais il alla tomber à dix pas. Il se releva sans mot dire, fit une seconde tentative, fut encore désarçonné, mais ne dépassa pas cette fois la tête du cheval, à laquelle il resta accroché; à la troisième épreuve, le jeune écolier, comme le voulait sa thèse de prédilection, réussit à exécuter ce qu'on venait de faire devant lui. Cette expérience n'a dû être citée ici que parce qu'elle fut reprise d'abord à Édimbourg, ensuite à Gœttingue, et poussée beaucoup plus loin qu'on ne voudra peut-être le croire. Dans l'une de ces deux villes, Young, en très-peu de temps, parvint à lutter d'adresse avec un funambule renommé; dans l'autre, et toujours à la suite d'un défi, il acquit dans l'art de la voltige à cheval une habileté extraordinaire, et qui eût été certainement remarquée, même au milieu des artistes consommés dont les tours de force attirent tous les soirs un si nombreux concours au cirque de Franconi. Ainsi, ceux qui se complaisent dans les contrastes pourront, d'un côté, se représenter Newton, le timide Newton, n'allant en voiture, tant la crainte de tomber le préoccupait, que les bras étendus et les mains cramponnées aux deux portières, et, de l'autre, son illustre émule galopant, debout sur deux chevaux, avec toute l'assurance d'un écuyer de profession.

En Angleterre, un médecin, s'il ne veut pas perdre la confiance du public, doit s'abstenir de s'occuper de toute recherche scientifique ou littéraire qui semble étrangère à l'art de guérir. Young sacrifia longtemps à ce préjugé : ses écrits paraissaient sous le voile de l'anonyme. Ce voile, il est vrai, était bien transparent : deux lettres contiguës d'une certaine devise latine servaient successivement, dans un ordre régulier, à la signature de chaque mémoire ; mais Young communiquait les trois mots latins à tous ses amis nationaux ou étrangers sans leur recommander d'en faire mystère à personne. Au reste, qui pouvait ignorer que l'illustre auteur de la théorie des interférences était le secrétaire de la Société royale de Londres pour la correspondance étrangère ; qu'il donnait dans les amphithéâtres de l'*Institution royale* un cours général de physique mathématique ; qu'associé à sir Humphry Davy, il publiait un journal de sciences, etc., etc. ? Et d'ailleurs, il faut le dire, l'anonyme n'était rigoureusement observé que pour les petits mémoires. Dans les occasions importantes, quand, par exemple, parurent en 1807, les deux volumes in-4°, de 8 à 900 pages chacun, où toutes les branches de la philosophie naturelle se trouvent traitées d'une manière si neuve et si profonde, l'amour-propre de l'auteur fit oublier les intérêts du médecin, et le nom de Young, en gros caractères, remplaça les deux petites lettres italiques dont le tour était alors venu, et qui auraient figuré d'une manière assez ridicule sur le titre de cet ouvrage colossal.

Young n'eut donc jamais, comme praticien, ni à Londres, ni à Worthing où il passait la saison des bains de mer, une clientèle très-étendue. Le public le trouvait trop savant ! On

doit même avouer que ses cours de médecine, celui, par exemple, qu'il faisait à l'hôpital de Saint-Georges, furent généralement peu suivis. Quelqu'un a dit pour l'expliquer, que ses leçons étaient trop pleines, trop substantielles, qu'elles dépassaient la portée des intelligences ordinaires! Ne pourrait-on pas plutôt attribuer ce défaut de succès à la franchise, peu commune, que Young mettait à signaler les difficultés inextricables qui se rencontrent à chaque pas dans l'étude des nombreux désordres de notre frêle machine ?

Pense-t-on qu'à Paris, qu'à une époque surtout où chacun veut arriver au but, vite et sans fatigue, un professeur de faculté conservât beaucoup d'auditeurs, s'il débutait par ces paroles que j'emprunte textuellement au docteur Young :

« Aucune étude n'est aussi compliquée que celle de la mé-
« decine. Elle surpasse les bornes de l'intelligence humaine.
« Les médecins qui se précipitent en avant, sans essayer de
« comprendre ce qu'ils voient, sont souvent aussi avancés que
« ceux qui se livrent à des généralisations hâtives appuyées
« sur des observations à l'égard desquelles toute analogie est
« en défaut. »

Et si le professeur, continuant sur le même ton, ajoutait : Dans les *loteries* de la médecine, les chances du possesseur « de dix billets doivent être évidemment supérieures aux « chances de celui qui n'en a que cinq. »

Quand ils se croiraient engagés dans une loterie, ceux des auditeurs que la première phrase n'aurait pas mis en fuite, seraient-ils disposés à faire de grands efforts pour se procurer le plus de billets, ou, en expliquant la pensée de notre confrère, le plus de connaissances possibles ?

Malgré ses connaissances, peut-être même à cause de leur immensité, Young manquait entièrement d'assurance au lit du malade. Alors, les fâcheux effets qui pouvaient éventuellement résulter de l'action du médicament le mieux indiqué, se présentaient en foule à son esprit, lui semblaient balancer les chances favorables qu'on devait en attendre et le jetaient dans une indécision, sans doute fort naturelle, mais que le public prend toujours du mauvais côté. La même timidité se reconnaît dans tous les ouvrages de Young qui traitent de la médecine. Cet homme, si éminemment remarquable par la hardiesse de ses aperçus scientifiques, ne donne plus alors que de simples catalogues de faits. A peine semble-t-il convaincu de la bonté de sa thèse, soit quand il s'attaque au célèbre docteur Radcliffe dont tout le secret, dans la pratique la plus brillante et la plus heureuse, avait été, comme il le déclarait lui-même, d'employer les remèdes à contre-sens; soit lorsqu'il combat le docteur Brown qui s'était trouvé, disait-il, dans la désagréable nécessité de reconnaître, et cela d'après les documents officiels d'un hôpital confié à des médecins justement célèbres, qu'en masse, les fièvres abandonnées à leur cours naturel ne sont ni plus graves, ni plus longues que lorsqu'on les traite par les meilleures méthodes.

En 1818, Young ayant été nommé secrétaire du Bureau des longitudes, abandonna presque entièrement la pratique de la médecine pour se livrer à la minutieuse surveillance de l'ouvrage périodique célèbre connu sous le nom de *Nautical Almanac.* A partir de cette époque, le journal de l'Institution royale donna, tous les trimestres, de nombreuses dissertations sur les plus importants problèmes de l'art nau-

tique et de l'astronomie. Un volume intitulé : *Illustrations de la mécanique céleste de Laplace ;* une savante dissertation *sur les marées,* auraient d'ailleurs amplement attesté que Young ne considérait pas l'emploi qu'il venait d'accepter comme une sinécure. Cet emploi fut cependant pour lui une source inépuisable de dégoûts. Le *Nautical Almanac* avait été depuis son origine, un ouvrage exclusivement destiné au service de la marine. Quelques personnes demandèrent qu'on en fît, de plus, une éphéméride astronomique complète. Le Bureau des longitudes, à tort ou à raison, n'ayant pas paru grand partisan du changement projeté, se trouva subitement en butte aux plus violentes attaques. Les journaux de toute couleur, *whigs* ou *torys,* prirent part au combat. On ne vit plus dans la réunion des Davy, des Wollaston, des Young, des Herschel, des Kater et des Pond, qu'un assemblage d'individus (je cite textuellement) *qui obéissaient à une influence béotienne ;* le *Nautical Almanac*, jadis si renommé, était devenu pour la nation anglaise un *objet de honte ;* si l'on y découvrait une faute d'impression, comme il y en a, comme il y en aura toujours dans les recueils de chiffres un peu volumineux, la marine britannique, depuis la plus petite chaloupe jusqu'au colossal vaisseau à trois ponts, trompée par le chiffre inexact, allait s'engloutir en masse au fond de l'Océan, etc.

On a prétendu que le principal promoteur de ces folles exagérations n'aperçut tant de graves erreurs dans le *Nautical Almanac*, qu'après avoir inutilement tenté de se faire agréger au Bureau des longitudes. J'ignore si le fait est exact. En tout cas je ne saurais me rendre l'écho des malicieux commentaires auxquels il donna naissance : je ne dois pas oublier, en effet, que depuis plusieurs années,

le membre de la Société royale dont on a voulu parler, consacre noblement une partie de sa brillante fortune à l'avancement des sciences. Cet astronome recommandable, comme tous les savants dont les pensées sont concentrées sur un seul objet, a eu le tort, que je ne prétends pas excuser, de mesurer au travers d'un verre grossissant, l'importance des projets qu'il avait conçus; mais ce qu'il faut surtout lui reprocher, c'est de n'avoir pas prévu que les hyperboles de sa polémique seraient prises au sérieux; c'est d'avoir oublié qu'à toutes les époques et dans tous les pays, il existe un grand nombre d'individus qui, inconsolables de leur nullité, saisissent comme une proie toutes les occasions de scandale, et sous le masque du bien public, deviennent avec délices les ignobles Zoïles de ceux de leurs contemporains dont la renommée a proclamé les succès. A Rome, celui qu'on chargeait d'insulter au triomphateur était du moins un esclave; à Londres, c'est d'un membre de la Chambre des communes que des savants illustres recevront un cruel affront. Un orateur, déjà célèbre par ses préjugés, mais qui n'avait jusqu'alors épanché son fiel que sur des productions d'origine française, s'attaquera aux plus beaux noms de l'Angleterre, et débitera contre eux, en plein parlement, de puériles accusations avec une risible gravité. Des ministres dont la faconde se fût exercée des heures entières sur les priviléges d'un *bourg pourri,* ne prononceront pas une seule parole en faveur du génie; le Bureau des longitudes, enfin, sera supprimé sans opposition. Le lendemain, il est vrai, les besoins d'une innombrable marine feront entendre leur voix impérieuse, et l'un des savants qu'on avait dépouillés, l'ancien secrétaire du Bureau, le Dr Young enfin, se

verra rappelé à ses premiers travaux. Impuissante réparation! Le savant en aura-t-il moins été séparé de ses illustres collègues? L'homme de cœur aura-t-il moins entendu les nobles fruits de l'intelligence humaine, tarifés devant les représentants du pays, en guinées, shellings et pennys, comme du sucre, du poivre ou de la cannelle?

La santé de notre confrère, qui déjà était un peu chancelante, déclina, à partir de cette triste époque, avec une effrayante rapidité. Les médecins habiles dont il était assisté, perdirent bientôt tout espoir. Young lui-même avait la conscience de sa fin prochaine et la voyait arriver avec un calme admirable. Jusqu'à sa dernière heure, il s'occupa sans relâche d'un dictionnaire égyptien, alors sous presse, et qui n'a été publié qu'après sa mort. Quand ses forces ne lui permirent plus de se soulever et d'employer une plume, il corrigea les épreuves à l'aide d'un crayon. L'un des derniers actes de sa vie fut d'exiger la suppression d'une brochure écrite avec talent, par une main amie, et dirigée contre tous ceux qui avaient contribué à la destruction du Bureau des longitudes.

Young s'éteignit, entouré d'une famille dont il était adoré, le 10 mai 1829, à peine âgé de cinquante-six ans.

L'autopsie fit découvrir qu'il avait l'aorte ossifiée.

Si je ne suis pas resté trop au-dessous de la tâche qui m'était imposée; si j'ai surtout fait ressortir, comme je le désirais, l'importance et la nouveauté de l'admirable loi des interférences lumineuses, Young est maintenant à vos yeux l'un des savants les plus illustres dont l'Angleterre puisse s'enorgueillir. Votre pensée, devançant mes paroles, voit déjà dans le récit des justes honneurs rendus à l'auteur d'une aussi belle découverte, la péroraison de cette notice historique.

Ces prévisions, je le dis à regret, ne se réaliseront pas. La mort d'Young a eu dans sa patrie très-peu de retentissement. Les portes de Westminster, jadis si accessibles à la médiocrité titrée, sont restées fermées à l'homme de génie qui n'était pas baronnet. C'est au village de Farnborough, dans la modeste tombe de la famille de sa femme, que les restes de Thomas Young ont été déposés. L'indifférence de la nation anglaise pour des travaux qui devaient tant ajouter à sa gloire, est une bien rare anomalie dont on doit être curieux de connaître les causes.

Je manquerais de franchise, je serais panégyriste et non historien, si je n'avouais, qu'en général, Young ne ménageait pas assez l'intelligence de ses lecteurs; que la plupart des écrits dont les sciences lui sont redevables, pèchent par une certaine obscurité. Toutefois, l'oubli dans lequel ils ont été longtemps laissés, n'a pu dépendre uniquement de cette cause.

Les sciences exactes ont sur les ouvrages d'art ou d'imagination, un avantage qui a été souvent signalé. Les vérités dont elles se composent, traversent les siècles, sans avoir rien à souffrir ni des caprices de la mode, ni des dépravations du goût. Mais aussi, dès qu'on s'élève dans certaines régions, sur combien de juges est-il permis de compter? Lorsque Richelieu déchaîna contre le grand Corneille une tourbe de ces hommes que le mérite d'autrui rend furieux, les Parisiens sifflèrent à outrance les séides du cardinal despote et applaudirent le poëte. Ce dédommagement est refusé au géomètre, à l'astronome, au physicien qui cultivent les sommités de la science. Leurs appréciateurs compétents, dans toute l'étendue de l'Europe, ne s'élèvent jamais au nombre de huit à dix. Suppo-

sez-les injustes, indifférents, voire même jaloux, car j'imagine que cela s'est vu, et le public, réduit à croire sur parole, ignorera que d'Alembert ait rattaché le grand phénomène de la précession des équinoxes au principe de la pesanteur universelle; que Lagrange soit parvenu à assigner la cause physique de la libration de la lune; que depuis les recherches de Laplace, l'accélération du mouvement de cet astre se trouve liée à un changement particulier dans la forme de l'orbite de la terre, etc., etc. Les journaux de sciences, quand ils sont rédigés par des hommes d'un mérite reconnu, acquièrent ainsi, sur certaines matières, une influence qui souvent devient funeste. C'est ainsi, je pense, qu'on peut qualifier celle que la *Revue d'Édimbourg* a quelquefois exercée.

Au nombre des collaborateurs de ce célèbre journal, figurait à l'origine, en première ligne, un jeune écrivain à qui les découvertes de Newton avaient inspiré une admiration ardente. Ce sentiment, si naturel, si légitime, lui fit malheureusement méconnaître tout ce que la doctrine des interférences renfermait de plausible, d'ingénieux, de fécond. L'auteur de cette théorie n'avait peut-être pas toujours eu le soin de revêtir ses décisions, ses arrêts, ses critiques, des formes polies dont le bon droit n'a jamais à souffrir, et qui, au reste, étaient un devoir impérieux quand il s'agissait de l'immortel auteur de la *Philosophie naturelle*. La peine du talion lui fut appliquée avec usure; *l'Edinburgh Review* attaqua l'érudit, l'écrivain, le géomètre, l'expérimentateur, avec une véhémence, avec une âpreté d'expressions presque sans exemple dans les débats scientifiques. Le public se tient ordinairement sur ses gardes quand on lui parle un langage aussi passionné; mais, cette fois, il adopta d'emblée les opi-

nions du journaliste sans qu'on eût le droit de l'accuser de légèreté. Le journaliste, en effet, n'était pas un de ces Aristarques imberbes dont aucune étude préalable ne justifie la mission. Plusieurs bons mémoires, accueillis par la Société royale, déposaient de ses connaissances mathématiques et lui avaient assigné une place distinguée parmi les physiciens à qui l'optique expérimentale était redevable; le barreau de Londres le proclamait déjà une de ses plus éclatantes lumières ; les whigs de la Chambre des communes voyaient en lui l'orateur incisif qui, dans les luttes parlementaires, serait souvent l'heureux antagoniste de Canning; c'était enfin le futur président de la Chambre des pairs: c'était le lord chancelier actuel (1)!

---

(1) Les journaux m'ayant fait l'honneur de s'occuper quelquefois, des nombreux témoignages de bienveillance et d'amitié que lord Brougham a bien voulu me donner en 1834, tant en Écosse qu'à Paris, deux mots d'explication paraissent ici indispensables. L'éloge du docteur Young a été lu dans une séance publique de l'Académie des Sciences, le 26 novembre 1832; à cette époque je n'avais jamais eu aucune relation personnelle avec l'auteur des articles de la *Revue d'Édimbourg;* ainsi toute accusation d'ingratitude porterait à faux. N'auriez-vous pas pu, me dira-t-on peut-être, au moment de livrer votre travail à l'impression, supprimer entièrement tout ce qui avait trait à une si fâcheuse polémique? Je le pouvais, en effet, et l'idée m'en était même venue, mais j'y renonçai bientôt. Je connais trop bien les sentiments élevés de mon illustre ami, pour craindre qu'il s'offense de ma franchise dans une question où, j'en ai la conviction profonde, l'immense étendue de son esprit ne l'a pas mis à l'abri de l'erreur. L'hommage que je rends au noble caractère de lord Brougham, en publiant aujourd'hui ce passage de l'éloge de Young, sans le modifier, est, à mon sens, tellement significatif, que je n'essayerai pas d'y rien ajouter.

Qu'opposer à d'injustes critiques partant de si haut? Je n'ignore pas combien certains esprits puisent de fermeté dans la conscience de leur bon droit; dans la certitude que, tôt ou tard, la vérité triomphera; mais je sais aussi qu'on agit sagement en ne comptant pas trop sur de pareilles exceptions.

Écoutez, par exemple, Galilée lui-même, dire, à demi-voix, après son abjuration :

« E pur si muove ! »

Et ne cherchez pas dans ces immortelles paroles une idée d'avenir, car elles sont l'expression du cruel dépit qu'éprouvait l'illustre vieillard. Young, aussi, dans l'écrit de quelques pages qu'il publia en réponse à l'*Edinburgh Review*, se montra profondément découragé. La vivacité, la véhémence de ses expressions, déguisaient mal le sentiment qui l'oppressait. Au reste, hâtons-nous de le dire, justice, justice complète fut enfin rendue au grand physicien! Depuis quelques années, le monde entier voyait en lui, une des principales illustrations de notre temps. C'est de France (Young prenait plaisir à le proclamer lui-même) que partit le signal de cette tardive réparation. J'ajouterai qu'à l'époque beaucoup plus ancienne où la doctrine des interférences n'avait encore fait de prosélytes, ni en Angleterre, ni sur le continent, Young trouvait dans sa propre famille, quelqu'un qui le comprenait et dont les suffrages auraient dû le consoler des dédains du public. La personne distinguée que je signale ici à la reconnaissance de tous les physiciens de l'Europe, voudra bien m'excuser si je complète mon indiscrétion.

Dans l'année 1816, je fis un voyage en Angleterre avec mon savant ami, M. Gay-Lussac. Fresnel venait alors de débuter

dans la carrière des sciences, de la manière la plus brillante par son Mémoire sur la Diffraction. Ce travail qui, suivant nous, renfermait une expérience capitale, inconciliable avec la théorie newtonnienne de la lumière, devint naturellement le premier objet de nos entretiens avec le D[r] Young. Nous étions étonnés des nombreuses restrictions qu'il apportait à nos éloges, lorsque enfin il nous déclara que l'expérience dont nous faisions tant de cas, était consignée, depuis 1807, dans son traité de Philosophie naturelle. Cette assertion ne nous semblait pas fondée. Elle rendit la discussion longue et minutieuse. Madame Young y assistait sans avoir l'air d'y prendre aucune part; mais, comme nous savions que la crainte, vraiment puérile, de passer pour des femmes savantes; que la crainte d'être désignées par le ridicule sobriquet de *bas bleus*, rend les dames anglaises fort réservées en présence des étrangers, notre manque de savoir-vivre ne nous frappa qu'au moment où madame Young quitta brusquement la place. Nous commencions à nous confondre en excuses auprès de son mari, lorsque nous la vîmes rentrer, portant sous le bras un énorme in-4°. C'était le premier volume du traité de Philosophie naturelle. Elle le posa sur la table, l'ouvrit, sans mot dire, à la page 787 et nous montra du doigt, une figure où la marche curviligne des bandes diffractées, sur laquelle roulait la discussion, se trouve établie théoriquement.

J'espère qu'on me pardonnera ces petits détails. Trop d'exemples n'ont-ils pas déja habitué le public à considérer l'abandon, l'injustice, la persécution, la misère, comme le salaire naturel de ceux qui consacrent laborieusement leurs veilles au développement de l'esprit humain! N'oublions donc pas de signaler les exceptions quand il s'en présente. Si nous

voulons que la jeunesse se livre avec ardeur aux travaux intellectuels, montrons-lui que la gloire attachée à de grandes découvertes, s'allie quelquefois à un peu de tranquillité et de bonheur. Arrachons même, s'il est possible, de l'histoire des sciences, tant de feuillets qui en ternissent l'éclat. Essayons de nous persuader que dans les cachots des inquisiteurs, une voix amie faisait entendre à *Galilée,* quelques-unes de ces douces paroles que la postérité réservait à sa mémoire; que derrière les épaisses murailles de la Bastille, *Fréret* apprenait déjà du monde savant, quel rang glorieux lui était réservé parmi les érudits dont la France s'honore; qu'avant d'aller mourir à l'hôpital, *Borelli* trouva quelquefois dans la ville de Rome un abri contre les intempéries de l'air, un peu de paille pour reposer sa tête; que *Kepler*, enfin, que le grand *Kepler* n'éprouva jamais les angoisses de la faim!

MÉMOIRES

DE

L'ACADÉMIE ROYALE DES SCIENCES

DE L'INSTITUT DE FRANCE.

EXPÉRIENCES

SUR

LA FORCE DE CONTRACTION PROPRE DES VEINES PRINCIPALES, DANS LA GRENOUILLE.

PAR M. FLOURENS.

Lues à l'Académie, le 2 avril 1832.

§ I[er].

1. Tous les physiologistes connaissent le phénomène du *pouls veineux ;* phénomène singulier dont Haller et Lamure se sont disputé la découverte, et qui, comme l'ont montré leurs expériences, tient au simple refoulement, ou reflux du sang de l'oreillette droite dans les veines-caves, et de

celles-ci dans les veines iliaques et jugulaires, et des veines jugulaires jusque dans les sinus du cerveau lui-même.

2. Le *pouls veineux* dont il s'agit ici est un phénomène d'un tout autre ordre : il n'est point déterminé par le reflux du sang de l'oreillette dans les veines ; il survit et à l'effusion du sang et à l'arrachement de l'oreillette ; il appartient à la veine même ; en un mot, le *pouls veineux* dont ont parlé Haller et Lamure n'est qu'un mouvement *passif et communiqué*, et celui dont je parle est un mouvement *actif et propre*.

3. Les veines principales de la grenouille ont donc un *mouvement* ou *battement propre ;* et c'est à la détermination, soit du mécanisme selon lequel ce *battement* s'opère, soit de la force qui le produit, qu'ont été consacrées les expériences que j'ai l'honneur de communiquer à l'Académie.

§ II.

1. Je mis à nu, sur une grenouille, le cœur et la veine-cave postérieure ou inférieure.

Cette veine s'étend des reins au foie et du foie au cœur, ou, plus exactement, à l'oreillette ; et elle *bat* dans toute son étendue, soit au-dessus, soit au-dessous du foie.

Je remarque d'abord que ce *battement* est continu, régulier, constant ; qu'il répond aux contractions de l'oreillette, et qu'il n'a aucun rapport, ni avec les mouvements du thorax, lequel est immobile dans la grenouille, comme chacun sait, ni avec les mouvements des poumons, lesquels ne se dilatent qu'à de longs intervalles, et à des intervalles d'ail-

leurs très-irréguliers : tous caractères qui le distinguent du *pouls veineux* des animaux à sang chaud, lequel n'est ni continu, ni constant, et répond, au contraire, du moins dans l'un de ses cas, aux mouvements d'inspiration et d'expiration, c'est-à-dire aux mouvements des poumons et de la poitrine.

Un caractère qui l'en distingue plus fortement encore est celui que je vais indiquer. Tous les physiologistes savent qu'il y a deux cas distincts du *pouls veineux* dans les animaux à sang chaud : l'un qui répond, comme je viens de le dire, aux mouvements d'inspiration et d'expiration, et c'est de celui-là que dépendent les mouvements des sinus du cerveau, et, par suite, ceux du cerveau lui-même ; et l'autre qui s'observe principalement, soit quand la poitrine de l'animal est ouverte, soit surtout immédiatement après sa mort, qui par conséquent est indépendant des mouvements de la respiration, et qui répond aux mouvements du cœur, ou, plus exactement, de l'oreillette.

Or donc, si, après avoir ouvert la poitrine, sur un animal à sang chaud, sur un mammifère, sur un lapin, par exemple, on examine la veine-cave postérieure de cet animal, on la voit *battre*, ou se *gonfler* et se *dégonfler* alternativement, et selon l'ordre même que suivent les contractions de l'oreillette droite. Mais, si l'on applique une ligature serrée, sur un point quelconque de son trajet, on voit aussitôt toute la partie de la veine, inférieure à la ligature, cesser de *battre ;* et ce fait seul, dont je me suis assuré plusieurs fois par mes expériences, suffit pour montrer que le *battement* de la veine n'est qu'une dépendance du *battement* même de l'oreillette, ou, plus exactement, du reflux

du sang de l'oreillette dans la veine, reflux qui répond à ce *battement.*

Il n'en est point ainsi dans la grenouille. On a beau lier la veine-cave de cet animal, cette veine n'en continue par moins de *battre au-dessous,* comme *au-dessus* de la ligature; et par conséquent aussi ce seul fait suffit pour montrer que le *battement* de cette veine ne dépend pas du reflux du sang de l'oreillette.

2. J'ai successivement lié la veine-cave, sur plusieurs grenouilles, sans que les *battements* de cette veine aient jamais cessé *au-dessous,* non plus qu'*au-dessus* de la ligature.

3. Sur d'autres grenouilles, j'ai ouvert cette veine; j'ai laissé couler le sang qu'elle contenait; et, bien que devenue presque entièrement vide, elle n'en a pas moins continué de *battre.*

4. Sur d'autres grenouilles enfin, et comme dernière épreuve, j'ai arraché l'oreillette et le cœur entier; et la veine-cave, séparée du cœur et de l'oreillette, n'en a pas moins encore continué de *battre.*

5. Le *battement* de la veine-cave postérieure ne dépend donc ni du *reflux du sang* de l'oreillette dans la veine, puisqu'il subsiste malgré la ligature qui interrompt ce reflux; ni des *tractions de l'oreillette* sur la veine, puisqu'il subsiste malgré l'arrachement du cœur et de l'oreillette; enfin, ce *battement* subsiste dans la veine, quand elle ne contient plus de sang, quand elle ne tient plus au cœur, quand elle est réduite à elle seule; ce *battement* dépend donc d'une *force*

de contraction propre, ou inhérente au tissu de la veine même.

6. Je passe à l'examen du *battement* des autres veines.

§ III.

1. On sait que le cœur de la grenouille, l'un des plus simples parmi les animaux vertébrés, n'a qu'un seul ventricule (aidé, à la vérité, par un bulbe *artériel* contractile), duquel partent toutes les artères, et une seule oreillette où se rendent toutes les veines, savoir, toutes les veines des parties postérieures par la veine-cave postérieure, et toutes les veines des parties antérieures par les deux veines-caves antérieures.

Ces deux veines-caves antérieures s'étendent de la tête à l'oreillette; et, comme la veine-cave postérieure, elles *battent* dans toute leur étendue.

2. De plus, ce *battement* est continu, régulier, constant, comme celui de la veine-cave postérieure; enfin, j'ai ligaturé ces veines; je les ai séparées du cœur et de l'oreillette; j'ai arraché ce cœur et cette oreillette; et leur *battement*, comme celui de la veine-cave postérieure, n'en a pas moins subsisté encore.

3. Le *battement* des veines-caves antérieures dépend donc d'une force *contractile propre*, comme celui de la veine-cave postérieure (1).

---

(1) Dans quelques cas même, il *dure plus long-temps*, après l'extirpation du cœur et de l'oreillette, que celui de la veine-cave postérieure.

4. Il en est de même du *battement* des veines iliaques, d'une part, et des veines pulmonaires et axillaires, de l'autre. Ces veines, réduites à elles seules, ou séparées des veines-caves, n'en continuent pas moins de *battre.* Le *battement* de ces veines est donc, comme celui des veines-caves, un *battement essentiel et propre.*

§ IV.

1. Ainsi donc, 1° la veine-cave postérieure de la grenouille *bat* par une *force propre;* 2° il en est de même des veines-caves antérieures, des iliaques, des pulmonaires, des axillaires, c'est-à-dire de toutes les veines principales de cet animal (1); et 3° enfin, le *battement actif et propre* de ces veines principales est essentiellement distinct du *battement passif et communiqué* de ces mêmes veines dans les animaux à sang chaud, ou du *pouls veineux* de ces animaux.

2. Or maintenant, si l'on considère que, dans la grenouille, comme dans la plupart des animaux à sang froid (2), les artères n'ont pas de *battement* sensible, que le cœur n'y a qu'une force de contraction faible, que le thorax y est immobile, c'est-à-dire que toutes les forces qui concourent, d'une manière essentielle ou secondaire, à la marche du sang veineux dans les animaux à sang chaud, sont plus ou

---

(1) Les autres veines, ou sont privées de *battement*, ou sont trop petites pour qu'on puisse l'y observer.

(2) Ou du moins, comme dans la plupart de leurs artères; car, dans les poissons, par exemple, il y a un *battement partiel* de l'artère *qui sort du cœur*, comme l'a montré Duverney, etc.

moins réduites dans la grenouille, on concevra pourquoi c'est aussi dans les veines de la grenouille que se montre une nouvelle force inhérente et propre.

3. C'est encore ici l'un de ces exemples où les forces des organes se modifient comme leurs fonctions. Dans les animaux à sang chaud, où le *sang artériel* avait besoin d'une marche rapide, le cœur se *contracte* avec force, les artères *battent* avec énergie, et, par suite, la marche du *sang veineux* lui-même se trouve assurée sans que les veines possèdent une force contractile propre; au contraire, dans les animaux froids, lents, où la marche du *sang artériel* devait être moins rapide, le cœur se *contracte* avec moins de force, les artères ne *battent* plus (1), et, par suite, les veines, du moins les veines principales, ont eu besoin d'une *force propre*, d'une force qui suppléât, pour la marche du *sang veineux*, aux forces diminuées du cœur et des artères.

4. Haller a remarqué le premier le *battement* des veines de la grenouille, mais il l'a cru semblable à celui des veines des animaux à sang chaud; et il n'a fait d'ailleurs aucune expérience pour l'en distinguer. Je me propose donc de continuer mes recherches sur tous les autres animaux à sang froid, particulièrement sur les tortues dont le thorax est immobile comme celui de la grenouille et qui respirent par un mécanisme à peu près semblable à celui de cet animal. Dès que ces recherches seront terminées, j'aurai l'honneur d'en communiquer les résultats à l'Académie.

(1) C'est-à-dire, réagissent avec moins d'énergie.

EXPÉRIENCES

SUR

LA RÉUNION OU CICATRISATION DES PLAIES

DE LA MOELLE ÉPINIÈRE ET DES NERFS.

PAR M. FLOURENS.

Lues à l'Académie royale des Sciences, le 3 décembre 1827.

1. J'ai fait voir, par de précédentes expériences (1), que les diverses parties du système nerveux peuvent être plus ou moins complétement séparées du reste du système, et conserver néanmoins encore *un certain degré de vie ou d'action :* c'est par ce *degré de vie ou d'action* qui leur reste, que ces parties sont susceptibles de se rapprocher des parties dont on les a séparées, de se réunir à elles, et de recouvrer ainsi, dans certains cas, par cette réunion, et la *plénitude de leur vie et le plein exercice de leurs fonctions.*

2. Un lobe cérébral, par exemple, divisé par une incision profonde, perd, sur-le-champ, ses fonctions : mais, au bout de quelque temps, cette incision se *cicatrise*, les parties divisées se *réunissent*, et les fonctions du lobe reviennent.

(1) Voyez mes *Recherches expérimentales sur les propriétés et les fonctions du système nerveux dans les animaux vertébrés.* Paris, 1824, p. 101 et suiv. — Voyez aussi mes *Expériences sur le système nerveux*, Paris, 1825, p. 18 et suiv.

Il en est de même pour l'autre lobe, pour le cervelet, pour les tubercules quadrijumeaux, etc.; il en est de même, enfin, pour la moelle épinière, comme l'on va voir.

3. Je fendis longitudinalement, sur un canard, tout le renflement médullaire postérieur : sur-le-champ, l'action des deux jambes fut extrêmement affaiblie; la queue était dans une agitation presque continuelle. Quand l'animal voulait marcher, il étendait ses ailes et ouvrait sa queue, pour venir au secours de ses jambes qu'il ne remuait plus qu'avec lenteur, avec peine, et qui fléchissaient, à tout moment, sous lui : aussi demeurait-il presque toujours couché sur son ventre.

Au bout de trois mois, l'animal se servait de ses jambes tout aussi bien qu'avant l'expérience : je mis alors le renflement opéré à nu, et je le trouvai presque entièrement réuni.

4. Je fendis le renflement postérieur en travers et presque en entier, sur un autre canard. L'usage des jambes fut aussitôt presque entièrement perdu; l'animal les remuait encore un peu, mais il ne pouvait plus se soutenir sur elles, et il n'avançait plus que par le secours de ses ailes. La queue s'agitait souvent et avec force, surtout quand on la pinçait ou qu'on la touchait.

L'animal reprit peu à peu l'usage de ses jambes; quelques mois après l'opération, il l'avait presque entièrement repris; et le renflement opéré ayant été mis alors à nu, je le trouvai presque entièrement réuni.

5. Je fendis enfin, transversalement et complétement, la moelle épinière, sur un troisième canard, un peu au-dessus du renflement postérieur. L'usage des jambes fut aussitôt complétement perdu, l'animal ne pouvait plus du tout ni les

remuer à son gré, ni se soutenir sur elles. La queue se remuait avec force, dès qu'on la touchait.

Ce canard mourut le surlendemain de l'expérience : je mis aussitôt le point de moelle épinière opéré à nu ; cette moelle était divisée dans toute son étendue transversale, mais ses deux bouts divisés, tant l'inférieur que le supérieur, se montraient déja gonflés et rapprochés l'un de l'autre : circonstance importante et qu'on peut regarder comme un premier pas vers la réunion complète, et depuis long-temps connue, qu'offrent les divisions transversales des nerfs.

6. Les expériences de Fontana (1), sur la réunion des nerfs, sont célèbres ; elles ont été répétées par un grand nombre de physiologistes ; je les ai répétées moi-même, et voici quelques résultats particuliers qu'elles m'ont offerts, et qui ne me paraissent pas avoir été indiqués encore.

7. Je coupai en travers le nerf de la huitième paire ou pneumo-gastrique droit, sur un coq. Deux mois après, la plaie extérieure étant entièrement cicatrisée, je mis le nerf opéré à nu. Les bouts divisés étaient très-gonflés et entièrement réunis l'un à l'autre.

Il importait de voir si le bout inférieur avait réacquis, par sa réunion avec le bout supérieur, la faculté de concourir à une réunion nouvelle. Je divisai donc, de nouveau, le nerf cinq à six lignes au-dessous du point précédemment divisé et maintenant réuni. Deux mois après, l'animal étant mort par suite d'un accident tout-à-fait étranger à l'expérience, je trouvai la réunion de cette nouvelle division encore complète, et les deux bouts réunis, pareillement très-gonflés.

(1) *Traité sur le venin de la vipère, etc.* t. II.

8. Je coupai en travers, sur un autre coq, le nerf pneumo-gastrique gauche. Au bout de huit mois, l'animal, bien nourri, avait beaucoup engraissé; et sa plaie extérieure était, depuis très-long-temps, entièrement cicatrisée. J'examinai alors le nerf divisé, je le trouvai entièrement réuni, et, au point de la réunion, très-gonflé. Il ne restait plus qu'à voir s'il avait aussi repris ses fonctions; je coupai donc le nerf pneumo-gastrique droit. L'animal respira d'abord avec peine, mais cette fatigue de la respiration ne persista pas; le lendemain, l'animal respirait bien, il buvait et mangeait. Le troisième jour, la gêne de la respiration reparut; l'animal devint triste, il restait presque toujours à la même place, il ne mangeait plus, il essayait quelquefois de boire : le quatrième jour, la respiration ne se faisait plus qu'avec effort et angoisses; l'animal mourut.

9. Je divisai transversalement le nerf sciatique droit, sur une poule : la *patte* fut aussitôt paralysée, et tout mouvement des doigts perdu. Dix mois après l'opération, cette poule n'avait nullement repris l'usage de sa pate; et elle ne pouvait marcher qu'en s'appuyant sur le coude que forment, à leur jonction, les os de la jambe et du tarse.

Je mis le nerf sciatique opéré à nu; je le trouvai parfaitement réuni, et le point de la réunion très-gonflé. Je voulus voir si, à défaut de la fonction, la communication des irritations était du moins rétablie. Je pinçai donc, tour à tour, ce nerf, sur le point renflé de la réunion, au-dessus, et au-dessous de ce point. A toutes ces irritations, soit au-dessus, soit au-dessous, soit sur le renflement même de la réunion, l'animal criait, s'agitait et remuait sa patte. La communication à travers le *point de réunion*, c'est-à-dire la *continuité physiologique* du nerf, était donc complétement

rétablie. De plus, bien que l'animal ne mût plus ou presque plus sa patte de lui-même, surtout les doigts de cette patte, et ne s'en servit plus pour marcher, cependant, quand je pinçais le nerf sciatique, et dans quelque point de son trajet que le pincement eût lieu, la patte et les doigts de cette patte se mouvaient aussitôt, quoique faiblement.

10. Je coupai, en travers, le nerf sciatique de la jambe gauche, sur une autre poule; et, au lieu d'abandonner, comme dans l'expérience précédente, les bouts divisés du nerf à eux-mêmes, je les maintins rapprochés l'un de l'autre (1), par quelques points de suture passés à travers la cellulosité fine qui entoure le névrilème. J'espérais obtenir, par ce rapprochement artificiel, une réunion plus parfaite des bouts divisés, et par suite un retour plus complet de la fonction du nerf. Cependant, huit mois après l'opération, l'animal n'avait nullement repris encore l'usage de sa patte, et ne marchait, comme le précédent, qu'appuyé sur le coude formé par l'articulation tibio-tarsienne.

---

(1) Il y a un phénomène qui m'a souvent frappé, dans le cours de ces expériences.

Quand on rapproche les deux bouts divisés d'un nerf (pneumo-gastrique, sciatique, ou autre), on aperçoit, au moment même du contact, un *petit mouvement* d'attraction ou de rejonction d'un bout à l'autre. On dirait que ces deux bouts cherchent à se presser et à se pénétrer réciproquement; et c'est là sans doute le premier indice de cette *tendance* (pour ainsi dire *chronique*, par opposition à la précédente) à se rapprocher et à se réunir qu'offrent toujours les deux bouts divisés d'un nerf, dès qu'ils sont divisés, et par laquelle ils se rapprochent et se réunissent en effet, quelque écartés qu'ils soient d'abord l'un de l'autre, dès l'instant de la division, par le mouvement des parties auxquelles ils tiennent.

Ce phénomène mérite d'être suivi; il serait le premier exemple d'un mouvement réel et actif du tissu nerveux.

Je mis le nerf opéré à nu; la réunion des bouts divisés était complète et leur point de réunion très-grossi. Je pinçai le nerf *au-dessus* du point renflé de la réunion, l'animal cria et les doigts de la patte se contractèrent; je le pinçai *au-dessous*, même résultat; je pinçai *le point de la réunion*, et même résultat encore.

11. Je coupai, sur un coq, les deux nerfs principaux qui vont, du plexus brachial, l'un à la face supérieure, et l'autre à la face inférieure de l'aile. A la section du premier de ces nerfs, l'aile commença à traîner et à se mouvoir avec peine; à la section du second, elle traîna tout-à-fait, et son extrémité (partie à laquelle se rendaient principalement les nerfs coupés) ne se mut plus du tout. Je croisai alors les bouts des nerfs divisés, en joignant le bout supérieur d'un nerf avec le bout inférieur de l'autre, et réciproquement; et je maintins ce *croisement artificiel* par un point de suture.

Au bout de quelques mois, l'animal avait parfaitement repris l'usage de l'extrémité de son aile, laquelle ne traînait plus, et dont il se servait pour voler tout aussi bien qu'avant l'expérience. La plaie extérieure était depuis long-temps entièrement cicatrisée. Je mis les nerfs opérés à nu : ils étaient complétement réunis, et dans l'ordre même où je les avais placés; c'est-à-dire que le bout inférieur d'un nerf se continuait avec le bout supérieur de l'autre, et réciproquement.

Je pinçai ces nerfs *au-dessus* du point de leur réunion, l'aile se mut aussitôt, et l'animal cria; je les pinçai *au-dessous*, l'animal le sentit de même, et son aile se mut encore; pareille chose eut lieu, quand je pinçai le *point grossi* de la *réunion*. Et de plus, quand je pinçais le nerf supérieur, *au-dessus du point de la réunion*, c'étaient les muscles de la face inférieure de l'aile qui se contractaient; et c'étaient, au con-

traire, les muscles de la face supérieure de l'aile qui se contractaient quand je pinçais le nerf inférieur, toujours *au-dessus du point de la réunion.* La communication des irritations était donc parfaitement rétablie dans tout le trajet des nerfs réunis ; et, de plus, elle s'opérait dans un *sens croisé*, sens croisé déterminé par le *croisement artificiel* des nerfs eux-mêmes.

12. Je fis, sur un autre coq, une expérience dont le résultat pouvait être plus curieux encore. Je coupai d'abord, sur ce coq, le nerf pneumo-gastrique droit en travers; puis je réunis, par un point de suture, le bout inférieur de ce nerf au bout supérieur ou spinal du nerf de la cinquième paire cervicale, préalablement coupé aussi en travers.

Au bout de trois mois, je trouvai les bouts, *artificiellement* rapprochés, de la cinquième paire *cervicale* et de la huitième paire *encéphalique*, parfaitement réunis l'un à l'autre, et très-grossis au point de leur réunion.

Je coupai alors le nerf pneumo-gastrique gauche, pour voir si le pneumo-gastrique droit avait repris ses fonctions; mais l'animal tomba aussitôt dans cet état de respiration pénible, laborieuse, et de suffocation qui accompagne toujours la section simultanée des deux nerfs pneumo-gastriques; et, le second jour de cette nouvelle opération, il mourut.

13. Je répétai cette expérience de l'union du bout inférieur du nerf pneumo-gastrique droit avec le bout supérieur du nerf de la cinquième paire cervicale, sur un canard. Je réunis de plus, sur ce canard, le bout inférieur du cinquième nerf cervical avec le bout supérieur du nerf de la huitième paire. Au bout de trois mois et demi, la réunion des bouts *artificiellement* rapprochés se trouva complète, et dans le

sens même selon lequel ces bouts avaient été rapprochés : mais, à la section du nerf pneumo-gastrique gauche, l'animal tomba dans le même état que le précédent.

14. On sent combien un succès complet, c'est-à-dire le retour de la fonction, eût été curieux dans ces deux dernières expériences, puisqu'*un nerf cérébral* eût alors tiré le principe de ses fonctions d'*un nerf de la moelle épinière même*, c'est à-dire d'un point des centres nerveux tout-à-fait différent de celui duquel, dans l'ordre naturel, il le tire. Je me propose de les répéter.

15. Ainsi, 1° les plaies de la moelle épinière sont, comme celles de l'encéphale, susceptibles de réunion et de cicatrisation; et, avec la réunion de la plaie, la fonction revient. 2° Les nerfs, transversalement et complétement divisés, sont susceptibles de se réunir. 3° Un nerf coupé dans son trajet, se réunit; et, cette réunion opérée, si on le coupe de nouveau, au-dessous du premier point d'abord divisé et puis réuni, il se réunit encore. 4° On peut *croiser* deux nerfs différents de manière à ce que le bout supérieur de l'un corresponde au bout inférieur de l'autre, et réciproquement; et, dans ce cas, la réunion s'opère encore. 5° Enfin, on peut joindre le nerf de la huitième paire à un nerf cervical; et la réunion a encore lieu. 6° Dans tous ces cas, la communication des irritations, par les *points réunis*, se rétablit en entier; et il y a de nouveau ainsi *continuité de vie et d'action*, dans le nerf, comme *continuité de tissu*. 7° Quant au retour de la fonction, je n'ai pu en juger dans la première expérience; il a été incomplet dans les seconde, troisième et quatrième; il a paru complet dans la cinquième; et il a été nul dans les sixième et septième.

RECHERCHES

SUR

LA SYMÉTRIE DES ORGANES VITAUX,

CONSIDÉRÉS DANS LA SÉRIE ANIMALE.

Par M. FLOURENS.

Lues à l'Académie royale des Sciences, le 16 juillet 1832.

§ Ier.

1. Bichat a fait une *loi générale*, comme chacun sait, de *l'irrégularité* ou *non-symétrie* des organes vitaux; *non-symétrie* qu'il oppose, comme trait de contraste, à la *symétrie* si connue des organes de la vie animale.

2. « La plus essentielle des différences, dit Bichat, qui « distinguent les organes de la vie animale de ceux de la « vie organique, c'est la symétrie des uns et l'irrégularité « des autres. »

3. Mais, en posant cette *loi*, Bichat n'a considéré que l'homme et les genres voisins de l'homme; et il n'a tenu aucun compte de tous les autres animaux, c'est-à-dire du plus grand nombre, sans aucune comparaison.

4. On verra bientôt, en effet, par les faits que je rapproche ici, qu'il n'est pas un organe de la vie organique (foie, pancréas, poumons, rate, etc.) qui, dans un animal ou dans l'autre, ne se montre parfaitement symétrique; et qu'ainsi la symétrie de ces organes, masquée dans quelques espèces par certaines circonstances particulières, reparaît dans l'ensemble de la série; en sorte que leur *non-symétrie* qui, à ne considérer que l'homme et les animaux voisins de lui, paraît le cas général, n'est, au contraire, à considérer l'ensemble des animaux, que le cas particulier et exceptionnel.

§ II.

1. Je commence, par les *poumons*, cette revue de la *symétrie* des organes vitaux, dans les différentes classes.

2. Bichat insiste beaucoup sur quelques petites différences qui se trouvent entre le poumon droit et le poumon gauche de l'homme; comme, par exemple, que l'un de ces poumons, le droit, a trois lobes, et que l'autre, le gauche, n'en a que deux; que le volume de l'un l'emporte sur le volume de l'autre, etc.

3. Mais, outre que de pareilles différences, qui ne tiennent qu'au *volume*, ou à la *division* d'un organe, ne sont jamais d'un bien grand poids en anatomie comparée, c'est que, dans la classe même des mammifères à laquelle appartient l'homme, ces petites différences ne se montrent pas constantes. A la vérité, dans cette classe, le poumon droit a, presque toujours, un plus grand nombre de lobes que le gauche; mais, d'abord, il est plusieurs mammifères, comme l'*éléphant*, le *rhinocéros*, le *cheval*, le *lama*, le *lamantin*, le

marsouin, etc, qui n'ont de lobes ni à l'un ni à l'autre poumon ; et il en est quelques autres, ensuite, qui en ont un nombre égal à un poumon et à l'autre, comme le *mone*, parmi les singes, le *rat de la baie d'Hudson*, parmi les rongeurs, etc.

4. Ainsi donc, dans les mammifères même, où pourtant l'inégalité entre les deux poumons forme le cas le plus général, le poumon droit y ayant presque toujours, comme je viens de le dire, un plus grand nombre de lobes que le gauche, on voit déja quelques espèces où se montre l'égalité, ou la symétrie, entre ces deux organes, soit qu'ils aient l'un et l'autre un *nombre égal* de lobes, soit qu'ils en manquent *également* l'un et l'autre.

5. Mais, c'est surtout dans les oiseaux que cette symétrie paraît avec évidence.

6. Dans tous les oiseaux, en effet, les deux poumons sont ou tout-à-fait, ou à peu près tout-à-fait égaux entre eux, et ils n'ont de lobes ni l'un ni l'autre.

7. Ainsi, à l'inverse des mammifères où la symétrie paraissait le cas exceptionnel, et l'irrégularité le cas général, on voit, dans les oiseaux, la symétrie former, au contraire, une loi commune, constante, et qui ne souffre aucune exception.

8. Dans la classe des reptiles, il est quelques ordres où règne la symétrie; et il en est quelques autres où l'irrégularité reparaît, et même d'une manière plus tranchée que dans les mammifères. D'abord, les *chéloniens*, la plupart des *sauriens*, et surtout tous les *batraciens*, ont les poumons doubles et égaux ; mais quelques *sauriens*, et presque tous

les *ophidiens*, ont toujours un poumon très-petit par rapport à l'autre; et même, dans quelques *ophidiens*, le petit poumon disparaît tout-à-fait; et par conséquent il n'y a plus alors qu'un seul poumon dans ces animaux.

9. Ces rapports de variation entre les deux poumons des *ophidiens* offrent l'un des faits les plus curieux de l'anatomie comparée; car ces rapports observent un certain ordre.

10. Ainsi, par exemple, parmi les vrais serpents, les *boas* ont le petit poumon de moitié plus court que l'autre; il est quatre fois plus court que l'autre dans les *typhlops;* il manque tout-à-fait dans les *amphisbènes*, dans les *rouleaux*, etc; et parmi les *ophidiens* qui, comme les *orvets*, les *scheltopusik*, les *ophisaures*, se rapprochent des *sauriens* par les vestiges de membres qu'ils conservent encore cachés sous la peau, on voit le petit poumon être de moitié plus court que l'autre dans les *orvets;* d'un tiers, dans les *ophisaures;* d'un quart, dans les *scheltopusik;* et de plus encore, dans les *acontias.*

11. D'un autre côté, le *bipède lépidopode* et le *bimane cannelé* sont deux *sauriens*, mais deux *sauriens* qui se rapprochent des *ophidiens*, et surtout des *orvets*, par le manque d'une paire de membres, antérieure ou postérieure; et, ce qui complète le rapprochement, c'est que, comme dans les *ophidiens* et dans les *orvets*, ces deux *sauriens* ont aussi l'un des poumons plus petit que l'autre. Ainsi dans le *bipède lépidopode*, le petit poumon est de moitié plus court que l'autre; et, dans le *bimane cannelé*, le petit poumon n'est plus qu'en vestige.

12. C'est dans un ordre de reptiles, celui des *batraciens*, que s'observe, pour la première fois, parmi les vertébrés, le passage de la respiration aérienne à la respiration aquatique, ou de l'appareil pulmonaire à l'appareil branchial, soit que, comme dans les *grenouilles*, les *crapauds*, les *salamandres*, etc., ces deux appareils se succèdent l'un à l'autre; soit que, comme dans les *axolots*, les *protées*, les *sirènes*, etc., ces deux appareils existent simultanément. Or, dans tous ces animaux, ces deux appareils, le pulmonaire et le branchial, sont toujours symétriques.

13. La même symétrie règne dans tous les poissons; dans tous, les branchies d'un côté sont égales, ou à peu près égales aux branchies de l'autre; et, sous ce rapport de la symétrie de leur appareil respiratoire, les poissons offrent la même constance que les oiseaux.

14. Ainsi, dans le grand embranchement des vertébrés, c'est l'inégalité des poumons qui donne le *cas général* pour les mammifères, pour plusieurs reptiles; et c'est, au contraire, l'égalité ou la symétrie qui donne ce *cas général* pour les oiseaux et pour les poissons; mais, comme, dans les mammifères même et surtout dans les reptiles, l'égalité, ou la symétrie, reparaît souvent, on voit que cette symétrie donne donc, en définitive, le cas général ou dominant de l'appareil respiratoire dans cet embranchement.

15. Il en est de même pour les invertébrés, du moins pour tous ceux qui ont un appareil respiratoire bien distinct.

16. D'abord, parmi les mollusques, ceux qui respirent

par des branchies ont, pour la plupart, l'appareil symétrique, comme tous les *céphalopodes*, plusieurs *gastéropodes*, plusieurs *acéphales*, etc.

17. Parmi les *gastéropodes*, ceux qui respirent l'air en nature n'ont qu'une cavité pulmonaire; mais, ce qui est à remarquer, c'est que cette cavité unique est placée sur le milieu du corps; position médiane qui est, en effet, celle que prennent, ou que tendent à prendre, de plus en plus, tous les organes vitaux, à mesure que, de pairs ou doubles, ils deviennent impairs ou simples.

18. Comme on devait s'y attendre, c'est surtout dans les *articulés*, où tout le corps est si symétrique, que se voit bien aussi toute la symétrie de l'appareil respiratoire.

19. Ainsi, les branchies des *crustacés* sont complétement symétriques; rien n'est plus symétrique que les branchies en éventail des *sabelles*, des *serpules*, etc, parmi les *annélides;* et jusque dans les *insectes*, où la respiration ne se fait plus par un appareil circonscrit dans un lieu déterminé, mais par des *trachées*, ou canaux aériens répandus dans tout le corps, on voit une symétrie parfaite régner, et entre les principaux troncs de ces trachées, et entre leurs ouvertures extérieures ou *stigmates*.

§ III.

1. Je passe au *cœur*, et je me borne toujours aux seuls faits principaux.

2. Le premier de ces faits est que, toutes les fois que les

divers *cœurs* sont réunis en une seule masse, cette masse est toujours placée vers la ligne médiane du corps. Ainsi, dans l'homme, dans les mammifères, dans les oiseaux, où les deux cœurs ne sont séparés que par une cloison commune, le cœur est placé sur la ligne médiane. De plus, dans tous ces animaux, les deux cœurs sont exactement composés de même; et le *volume* même des deux ventricules, comparés entre eux, est souvent égal.

3. Dans tous les reptiles, soit que leur ventricule, toujours unique, ait deux oreillettes, ou qu'il n'en ait qu'une, comme dans les *batraciens*, cas où il n'y a plus qu'un cœur; et dans tous les poissons où il n'y a aussi qu'un cœur, le cœur est toujours sur la ligne médiane.

4. Mais, dans les mollusques qui ont plusieurs cœurs séparés, comme les *céphalopodes*, on voit aussitôt ceux de ces cœurs séparés, qui sont doubles, prendre une position latérale. Ainsi, dans ces mollusques *céphalopodes*, il y a deux cœurs pulmonaires, et ils sont latéraux; il n'y a qu'un cœur aortique, et il est médian.

5. Ainsi, dans un autre embranchement encore, celui des *articulés*, les *crustacés décapodes* ont pareillement trois cœurs, et pareillement les deux cœurs pairs ou semblables sont latéraux, et le cœur impair est médian; et, dans les autres *articulés* qui, comme les *squilles* et les *arachnides*, n'ont plus pour cœur qu'un vaisseau; ou qui même, comme les *insectes*, n'ont plus ce vaisseau qu'en vestige; ce vaisseau, ce vestige de vaisseau sont toujours situés sur la ligne médiane.

§ IV.

1. Le foie nous offrira une suite de dispositions à peu près pareilles.

2. Dans l'homme, c'est une seule masse, divisée en trois lobes, et occupant surtout l'hypocondre droit.

3. C'est toujours ce même côté droit qu'il occupe principalement, dans les mammifères; mais, en général, il s'y divise en lobes plus nombreux, plus séparés, et quelquefois même tout-à-fait séparés entre eux.

4. Le foie des oiseaux prend une figure plus uniforme: d'abord, il se partage toujours en deux lobes; ensuite, ces deux lobes sont rarement très-inégaux entre eux; et enfin, ils sont exactement placés l'un du côté droit, et l'autre du côté gauche.

5. Le foie des oiseaux se compose donc de deux moitiés; et ces deux moitiés sont latérales ou symétriques.

6. Dans les reptiles et les poissons, le cas général est la *non-symétrie;* et cependant le foie du *crocodile* offre presque autant de symétrie que celui des oiseaux.

7. Les mollusques ont toujours un foie considérable; et il est même assez symétrique dans les *céphalopodes.*

8 La plupart des articulés n'ont plus de foie proprement dit, c'est-à-dire de foie sous forme de *glande conglomérée et compacte.* Mais, comme tout est de la symétrie la plus exacte dans ces animaux, le foie, quand il s'y montre, s'y

montre, aussi, exactement symétrique, comme, par exemple, dans les *squilles* ou *mantes de mer*.

§ V.

1. Le pancréas disparaît encore plutôt que le foie dans la série animale, car il manque dès les mollusques, et même dès les poissons osseux, du moins en tant que glande compacte et conglomérée; et quoique, en général, il se soustraie à la symétrie, il n'y échappe pourtant pas toujours.

2. Ainsi, dans plusieurs mammifères, comme le *chien*, le *chat*, etc, il est double; il est pareillement double dans la plupart des oiseaux; et même, dans quelques oiseaux, les deux pancréas sont à peu près égaux.

§ VI.

1. La rate elle-même n'échappe pas entièrement à la symétrie: car on connaît le beau fait des rates multiples du *marsouin*, beau fait que l'on doit à M. Cuvier; et, ce qui est plus important pour la question que je traite ici, c'est que, dans les oiseaux, le rate se montre exactement placée sur la ligne médiane.

§ VII.

1. Je me borne à rappeler la symétrie connue des appareils sécréteurs de l'urine, du lait, des larmes, de l'appareil générateur, de l'appareil salivaire, etc.

2. Je me borne à rappeler encore la symétrie de plusieurs

appareils de sécrétions particulières; des appareils sécréteurs de la soie, dans les *chenilles*, des appareils sécréteurs qui règnent le long de la ligne latérale, dans les poissons, etc et je me hâte d'arriver aux résultats généraux des faits que je viens de rapprocher.

§ VIII.

1. Le premier de ces résultats généraux est que, à considérer l'ensemble des animaux, les organes de la vie organique ne sont pas moins soumis à la *symétrie* que ceux de la vie animale.

2. Le second est que les organes de la vie organique se soumettent à la *symétrie*, d'après le même mode que les organes de la vie animale, c'est-à-dire, ou en se montrant doubles, et alors chaque moitié de l'organe occupant chaque moitié du corps; ou en se montrant simples, et alors cet organe simple occupant, ou tendant, de plus en plus, à occuper la ligne médiane.

3. Le troisième est que la vie organique a donc ses deux côtés, droit et gauche, tout comme la vie animale. De plus, chacun de ces côtés est complet, par rapport à l'autre, dans la vie organique, non moins que dans la vie animale; car de même, en effet, que, dans la vie animale, chaque côté a ses membres, ses organes des sens, etc., de même, dans la vie organique, à considérer du moins l'ensemble des animaux, chaque côté a son cœur, son foie, son pancréas, son poumon, etc.

4. La vie se compose donc de deux vies; et chacune de ces

vies se compose de deux côtés, de deux moitiés semblables ou symétriques.

5. Et cette *dualité* de la vie, et cette *dualité* des appareils de chaque vie, remontent, du moins dans les animaux les plus élevés, jusqu'au système le plus important de l'économie.

6. Dans tous les animaux vertébrés, en effet, il y a deux systèmes nerveux, l'un, le cérébro-spinal, pour la vie animale; l'autre, le grand sympathique, pour la vie organique; et, ce qui n'est pas moins remarquable, c'est que le système nerveux de la vie organique, dans tous ces animaux, est double, comme le système nerveux de la vie animale.

7. Ainsi, deux systèmes nerveux, deux vies; et, pour chaque vie, un système nerveux double, et aussi pour chaque vie, une série complète d'organes ou d'appareils doubles.

8. Ainsi donc, la vie organique n'est pas moins symétrique, au fond, que la vie animale; et, si quelques-uns de ses organes se montrent plus souvent frappés d'irrégularité que ceux de l'autre vie, il est aisé de voir que cette irrégularité tient toujours à des circonstances purement accidentelles.

§ IX.

1. La première de ces circonstances est la forme générale du corps de l'animal; et la seconde est la mobilité même des organes dont il s'agit.

2. Par la forme générale du corps, ces organes ont dû

souvent être repoussés de leur vraie position; et par leur mobilité, car ils sont suspendus dans le corps plutôt qu'ils n'y tiennent essentiellement, ils ont pu se prêter à ce déplacement.

3. Et ce n'est pas seulement, au reste, dans la vie organique, que la *disposition générale* du corps change quelquefois la position des organes; car, dans les *pleuronectes*, par exemple, il a suffi d'un simple changement de cette *disposition générale* pour rejeter, comme chacun sait, les deux yeux de l'animal du même côté du corps.

4. Ainsi donc, toutes les fois que la forme générale du corps ne s'y oppose pas, les organes vitaux, ou prennent une position latérale et symétrique, s'ils sont *doubles*, ou une position médiane et qui n'est pas moins symétrique, s'ils sont *simples;* et le canal digestif est la preuve la plus évidente peut-être de la règle que j'indique ici.

5. En effet, le canal digestif, en sa qualité d'organe impair ou simple, doit se placer sur la ligne médiane. Or, dans tous les animaux où il est beaucoup plus long que le corps, il a été contraint de se replier, de se contourner sur lui-même, et il semble manquer ainsi à la position médiane; mais, dès qu'il se montre un animal où il n'est pas plus long que le corps, il prend aussitôt cette position médiane, comme dans la *lamproie*, par exemple.

§ X.

1. En résumé donc, la symétrie des organes de la vie organique tient à des circonstances essentielles, profondes; et

leurs irrégularités, quand il en existe, ne tiennent qu'à des circonstances secondaires et accidentelles.

2. La symétrie, même pour les organes de la vie organique, forme donc la loi générale de l'économie.

DES VARIÉTÉS

DE FORME DE CHAUX CARBONATÉE,

OBSERVÉES DANS LE CALCAIRE DE CLAMECY;

Par M. BECQUEREL.

La ville de Clamecy, située dans le département de la Nièvre, est entourée de montagnes calcaires de la formation jurassique qui renferment un grand nombre de variétés de forme de chaux carbonatée. J'ai pensé que la détermination de ces variétés aurait quelque intérêt pour la cristallographie et la géologie.

Combinaison une à une.

1 Chaux carbonatée inverse (Haüy), en cristaux limpides, translucides, blancs ou jaunâtres, d'une épaisseur qui varie depuis deux millimètres jusqu'à plusieurs centimètres. Cette variété s'y trouve donc avec des dimensions peu ordinaires.

2. Chaux carbonatée équinaxe (Haüy), en petits cristaux de quelques millimètres d'épaisseur.

3. Chaux carbonatée cuboïde (Haüy), en cristaux translucides, d'environ deux millimètres d'épaisseur.

4. Chaux carbonatée cryptogène, c'est-à-dire qui cache

son origine. Je désigne ainsi le dodécaèdre à triangles scalènes, qui sert de type à la variété paradoxale, et qui ne présente plus aucune des facettes additionnelles appartenant à cette dernière (fig. 1re) $(E'\,'E\,B'\,D^2)$, incidence de x sur x à l'endroit de l'arête g, 153° 13′ 58″; de x sur x, à l'endroit de l'arête o, 92° 3′ 10″; de x sur x', 135° 35′ 5″.

Combinaisons deux à deux.

1. Chaux carbonatée unitaire (Haüy), en cristaux limpides, d'environ huit millimètres d'épaisseur.

2. Chaux carbonatée biforme (fig. 3). Combinaison de l'inverse avec l'équiaxe; en cristaux blancs, translucides. Incidence de f sur g, 143° 7′ 48″.

3. Chaux carbonatée dodécaèdre raccourcie (Haüy).

4. Chaux carbonatée obtusangle (fig. 2) $(E'\,'E\,\underset{x}{B'}\,\overset{2}{D})\,\underset{h}{\overset{}{B}}^{\,1}$, la variété cryptogène épointée par l'équiaxe; le pointement est quelquefois très-surbaissé par suite du passage de l'équiaxe à la variété lenticulaire.

5. Chaux carbonatée sub-paradoxale (fig. 4), $(E'\,'E\,B'\,\overset{2}{D})\,\underset{f}{\overset{2}{D}}$, combinaison de la cryptogène avec l'inverse; c'est la variété paradoxale de M. Haüy privée des facettes de la métastique.

Quelques échantillons, à une lumière très-vive, présentent des rudiments des facettes de l'inverse.

Combinaisons trois à trois.

1. Chaux carbonatée paradoxale (Haüy), en cristaux limpides ou translucides, dont l'épaisseur varie depuis deux millimètres jusqu'à plusieurs centimètres.

2. Chaux carbonatée tétra-hexaèdre (fig. 5), $(E''\underset{x}{E}B'D^2)\ \underset{\overset{1}{g}}{B}\underset{f}{E''}E$

Cette variété présente la combinaison de la cryptogène avec l'inverse et l'équiaxe; les cristaux sont ou limpides ou translucides, et varient d'épaisseur depuis un millimètre jusqu'à un centimètre; leurs formes sont nettes et bien prononcées.

a. Chaux carbonatée tétra-hexaèdre raccourcie, la variété précédente dont les arêtes les moins obtuses sont presque nulles (fig. 6).

3. Chaux carbonatée bi-binaire (Haüy); les cristaux qui appartiennent à cette variété ont environ cinq millimètres d'épaisseur.

Combinaisons quatre à quatre.

1. Chaux carbonatée trigentésimale; la variété tétra-hexaèdre, augmentée des faces de la primitive (fig. 8).

a. Chaux carbonatée trigentésimale raccourcie, la variété précédente dont les arêtes les moins obtuses sont remplacées entièrement par les faces de la primitive (fig. 13).

2. Chaux carbonatée délotique (Haüy), en beaux cristaux limpides, dont l'épaisseur varie depuis environ quatre millimètres jusqu'à plusieurs centimètres.

3. Chaux carbonatée sex-trigentésimale (fig. 7). Je désigne ainsi la combinaison de la paradoxale de M. Haüy avec l'équiaxe.

4. Chaux carbonatée bibino-bisunitaire $\underset{e}{e}\,\underset{r}{D}\,\underset{g}{\overset{1}{B}}\,\overset{2}{E'}\,\underset{f}{'\overset{2}{E}}$ l'analogie prismée de M. Haüy, combinée avec l'inverse.

Combinaisons cinq à cinq.

Chaux carbonatée duo-quadragentésimale, la variété délotique augmentée de la contrastante (fig. 9), $\underset{x}{(E'\,'E\,B'\,D^2)}\,\underset{r}{\overset{2}{D}}\,\underset{f}{E'\,'E}\,\underset{P}{P}\,\underset{m}{\overset{3}{e}}$ en beaux cristaux limpides de sept à huit millimètres d'épaisseur. Incidence de *x* sur *m*, 166° 36′ 59″; de *f* sur *m*, 145° 51′ 8″.

Combinaisons sept à sept.

Chaux carbonatée sex-sexagentésimale (fig. 10), $\underset{g}{B}\,\underset{f}{E'\,'E}\,\underset{r}{\overset{2}{D}}\,\underset{x}{(E'\,'E\,B'\,D^2)}\,\underset{c}{\overset{2}{e}}\,\underset{b}{({}^{\frac{7}{15}}E^{\frac{7}{15}}D^5B^3)}\,\underset{\xi}{({}^{\frac{7}{5}}E^{\frac{7}{5}}D^5B')}$, variété composée de l'équiaxe, de l'inverse, de la métastatique, de la cryptogène, de la prismatique et de deux dodécaèdres, décrits par M. Haüy dans les *Annales du Muséum d'Histoire naturelle* (t. XVIII, p. 169), sur deux variétés qu'il a nommées synallactite et identique.

Combinaisons neuf à neuf.

Chaux carbonatée ennéacontaèdre (fig. 11).

$\underset{g}{\overset{1}{B}}\,\underset{f}{E'\,'E}\,\underset{r}{\overset{2}{D}}\,\underset{x}{(E'\,'E\,B'\,D^2)}\,\underset{c}{\overset{2}{e}}\,\underset{\xi}{({}^{\frac{7}{5}}E^{\frac{7}{5}}D^5B')}\,\underset{u}{({}^{\frac{5}{12}}E^{\frac{5}{12}}D^4B^3)}\,\underset{6}{({}^{\frac{7}{15}}E^{\frac{7}{15}}D^5B^3)}\,\underset{o}{(EDB)}$.

La variété précédente augmentée de deux autres dodécaèdres, qui paraissent appartenir aux 43e et 51e modifications de M. de Bournon. L'un de ces deux dodécaèdres est resté indéterminé dans les signes représentatifs ci-dessus des lois de décroissement, attendu l'impossibilité où l'on a été de mesurer plusieurs angles.

Incidences.

De *g* sur *f*	143° 7′ 48″
De *g* sur *r*	129. 13. 54
De *r* sur *c*	135. 0. 0
De *c* sur *c*	120. 0. 0
De ξ sur ξ	122. 34. 44
De *b* sur *b*	107. 24. 48
De *b* sur *b′*	145. 34. 12
De *u* sur *u′*	158. 4. 50
De *u* sur *u*	96. 34. 20
De *u* sur *f*	169. 2. 25
De *b* sur *r*	159. 27. 14
De *r* sur *r*	144. 20. 26
De *x* sur *f*	162. 58. 34

Combinaisons dix à dix.

Chaux carbonatée duo-centésimale (fig. 12), la variété précédente dont les lignes d'intersection de la métastatique et de l'équiaxe sont remplacées par des facettes qui paraissent appartenir à la 44e modification de M. de Bournon;

comme ces facettes sont peu étendues, et qu'il n'est pas possible de mesurer leurs incidences sur les faces adjacentes; je ne fais que les indiquer.

Cette variété est la plus composée qui ait été observée jusqu'à présent dans la chaux carbonatée.

Parmi les 19 variétés de forme de chaux carbonatée que je viens de citer, il s'en trouve huit décrites par M. Haüy, neuf composées de formes déja connues, et deux présentant des modifications des précédentes avec trois nouveaux dodécaèdres.

L'inverse et la paradoxale sont les formes combinées qui se trouvent dans presque toutes les variétés ci-dessus; l'inverse surtout s'y présente constamment; ces deux variétés semblent composer le noyau qui a donné naissance, par ses modifications, à la plupart des cristaux du calcaire de Clamecy et de ceux du Jura et des départements de la Drôme et des Bouches-du-Rhône, comme l'a déja remarqué M. Beudant.

De sorte qu'on pourrait dire que ces deux variétés, dans ces différentes localités, sont indispensables à la formation de presque toutes les autres. Il serait donc à désirer qu'on observât avec le plus grand soin, dans les terrains de même formation, les variétés de formes principales qui entrent dans toutes les combinaisons, afin d'établir les rapports qui pourraient exister entre les cristaux servant de type aux variétés du même genre et les substances qui les renferment, et de suivre les modifications qui résulteraient des changements survenus dans la gangue. En suivant cette marche, peut-être parviendrait-on un jour à réunir assez de faits pour reconnaître, à l'inspection des cristaux, la formation

des terrains dans lesquels on les trouverait, sans le secours d'autres circonstances, telles que la présence des fossiles. La chlorite schisteuse et les serpentines, par exemple, qui servent de gangue au fer oxidulé octaèdre en Corse, se trouvent encore accompagnées des mêmes variétés de cristaux au Saint-Gothard et à Falhun; le fer oxidulé octaèdre paraît donc avoir des rapports intimes avec les roches à base de magnésie, de sorte que l'une de ces substances peut en quelque sorte faire reconnaître l'autre. Ce sont précisément ces rapports qu'il faudrait étudier non-seulement dans l'exemple que je viens de citer, mais encore dans toutes les roches qui présentent les mêmes variétés de cristaux ou quelques-unes de leurs modifications : ce serait le moyen de cimenter une alliance entre la géologie et la cristallographie.

MÉMOIRE

SUR

LA POLARISATION CIRCULAIRE

ET SUR SES APPLICATIONS A LA CHIMIE ORGANIQUE.

PAR M. BIOT.

Lu à l'Académie Royale des Sciences, le 5 novembre 1832.

M'ÉTANT proposé de soumettre à une nouvelle étude la polarisation circulaire opérée par le cristal de roche, afin de reconnaître et de constater, s'il est possible, la cause physique qui la produit, j'ai découvert dans les lois de ce phénomène un nouveau moyen d'en rendre les plus faibles traces appréciables par des caractères que je n'avais pas soupçonnés jusqu'alors; et l'extrême sensibilité de ce procédé m'a fait reconnaître l'existence de la polarisation circulaire dans un grand nombre de substances tant solides que liquides, où elle avait jusqu'ici échappé à l'observation. Comme la nature moléculaire de ces phénomènes les rend très-caractéristiques pour la constitution des corps où ils ont lieu, il est nécessaire de commencer ici par rappeler les conditions physiques qui leur donnent cet avantage.

Les premiers phénomènes qui se rapportent à ce genre de faits ont été signalés par M. Arago dans un Mémoire publié parmi ceux de l'Institut pour 1811, sur les couleurs des plaques cristallisées. Il observa que, lorsqu'un rayon polarisé traverse perpendiculairement une plaque de cristal de roche, taillée perpendiculairement à l'axe de double réfraction, si l'on analyse le rayon émergent à l'aide d'un prisme doublement réfringent, le rayon se résout en deux images de couleurs complémentaires; et ces couleurs changent quand on tourne le double prisme autour du rayon; de sorte que dans le cours d'une demi-révolution, l'image extraordinaire qui, par exemple, était d'abord rouge, devient successivement orangée, jaune, vert-jaunâtre et enfin violette, après quoi les mêmes séries de teintes se reproduisent successivement.

Il est évident que ces apparences sont précisément celles qui auraient lieu, si l'on suppose que les rayons diversement colorés sont, en sortant de la plaque, polarisés suivant différents plans; et M. Arago arriva à cette conclusion dans un second Mémoire lu postérieurement à l'Académie.

Je repris ce sujet dans un Mémoire publié parmi ceux de l'Institut pour 1812, et j'en complétai les lois expérimentales dans un second travail lu à l'Académie en septembre 1818.

Lorsqu'un rayon de lumière naturelle, soit blanc, soit coloré d'une teinte quelconque, est réfléchi spéculairement par une surface polie, sous un certain angle qui est déterminé pour chaque substance et pour chaque espèce de lumière de réfrangibilité fixe, on dit que ce rayon est polarisé suivant un plan qui est ici le plan de réflexion; et cette dénomination est fondée sur ce que, lorsqu'on analyse un

tel rayon par un prisme achromatique, doué de la réfraction double, il manifeste des propriétés symétriques, tant à droite qu'à gauche du plan suivant lequel il a été réfléchi.

Cette symétrie n'est point troublée lorsque le rayon, avant d'être analysé, traverse une plaque de spath d'Islande ou de tout autre cristal à un axe optique, suivant la direction même de cet axe, excepté toutefois si ce cristal est le quartz régulièrement cristallisé. Car alors, quoique le trajet du rayon se fasse suivant l'axe optique même, où toute action dépendante de la double réfraction générale est nulle, la symétrie primitive du rayon est détruite; et si, après son émergence, on analyse la modification qu'il a subie, en le formant successivement avec chacune des lumières simples du spectre, on trouve, comme je l'ai prouvé par l'expérience, que le plan de polarisation primitif a été dévié, soit vers la droite de l'observateur, soit vers sa gauche, d'un angle proportionnel à l'épaisseur de la plaque; lequel angle est différent pour chaque couleur simple, et va croissant avec la réfrangibilité, suivant une proportion sensiblement réciproque au carré de la longueur des accès ou des ondulations propres à chaque espèce de lumière de réfrangibilité fixe. Ce mouvement angulaire, cette véritable rotation ainsi imprimée aux plans de polarisation primitifs des rayons lumineux, constitue ce que l'on a nommé la *polarisation circulaire.*

Chaque rayon ainsi dévié se comporte d'ailleurs, dans son nouveau plan de polarisation réel ou apparent, exactement comme il l'aurait fait s'il eût été primitivement polarisé dans ce nouveau plan par la réflexion; d'où il suit que si un rayon blanc, ainsi dispersé par rotation, est ensuite réfracté par un prisme achromatique doué de la réfraction double, on peut

toujours, étant donnée la position de ce prisme, calculer la proportion de chaque lumière simple déviée qu'il enlève par la réfraction, soit ordinaire, soit extraordinaire; de sorte que l'on connaît ainsi numériquement la nature et les proportions de toutes les lumières simples qui, en se superposant, composent la teinte de chacune des deux images observables à travers le prisme cristallisé. Or, Newton a donné une construction expérimentale, à l'aide de laquelle, de telles proportions étant assignées, on peut définir par le calcul l'espèce particulière de teinte qui résultera pour l'œil de leur mélange. Quoique Newton ait présenté cette construction comme lui ayant été donnée par des expériences directes sur le mélange des lumières simples, expériences qui se trouvent décrites minutieusement dans son Optique, on a reconnu depuis qu'elle est liée par une relation numérique très-remarquable avec les longueurs des accès ou des ondulations lumineuses des différents rayons simples; de sorte qu'on peut penser qu'elle se rattache à la nature physique de la lumière, ainsi qu'à son mode d'action, beaucoup plus intimement et plus profondément que Newton ne nous l'a laissé voir, ou peut-être qu'il ne l'a lui-même aperçu. Quoi qu'il en soit, cette construction trouvait à la fois une application et une épreuve dans le calcul des teintes composées, tant ordinaires qu'extraordinaires, que la polarisation peut produire dans les circonstances qui viennent d'être signalées; et même ce genre d'épreuves était singulièrement propre à faire mesurer la justesse de la construction neutonienne, car la variation progressivement graduée de l'épaisseur des plaques et la diversité des positions du prisme produisent une multitude, en quelque sorte indéfinie, de mélanges de

lumières simples dont la composition est donnée, et dont la teinte résultante doit toujours être assignée par cette construction, si elle est exacte, conformément aux indications immédiatement présentes de l'observation.

On a pu voir, dans mon Mémoire de 1818, combien cet accord est minutieusement fidèle lorsque la teinte résultante est calculée numériquement, tant pour son éclat que pour sa nature, par les formules que la construction de Newton fournit, et que j'ai données dans le III[e] volume de mon traité de Physique. Les nouveaux caractères que je vais indiquer aujourd'hui sont encore une conséquence de cette construction et de ces formules appliquées aux lois de rotation que j'ai assignées pour les différents rayons qui composent la lumière simple; et cette nouvelle vérification, plus minutieuse encore que les précédentes, n'est pas moins rigoureusement conforme avec les faits.

En parlant de la déviation que les plans de polarisation primitifs de rayons subissent dans ce phénomène, j'ai dit que tantôt cet effet s'opérait vers la droite, tantôt vers la gauche, de l'observateur qui reçoit le rayon lumineux. J'ai en effet trouvé que, parmi les aiguilles de cristal de roche, il en est qui produisent la rotation dans un de ces sens, tandis que d'autres la produisent dans le sens contraire; et, ce qui est bien remarquable, les unes comme les autres le font suivant les mêmes lois et avec une énergie égale, du moins lorsque leur constitution cristalline n'offre point d'irrégularités. Or, si l'on interpose dans le trajet du rayon deux plaques qui soient ainsi douées d'affections contraires, la seconde défait en tout ou en partie la rotation que la première avait imprimée aux plans de polarisation des rayons; et, selon

qu'elle est moins, ou plus, ou également épaisse, elle laisse subsister un excès de la rotation primitive, ou donne elle-même un excès dans son sens propre, ou enfin détruit complétement la rotation que la première plaque avait imprimée au rayon, de sorte que, dans ce dernier cas, le rayon se trouve entièrement ramené à sa polarisation primitive, suivant un seul plan, qui est celui où la réflexion l'avait dirigé d'abord. Je n'avais pu découvrir dans les plaques dont j'ai fait usage aucun indice de cristallisation intérieure qui appartînt spécialement à l'un de ces deux effets et pût servir à le prévoir. M. Herschell le fils, qui a fait plusieurs autres belles découvertes sur la polarisation, a trouvé un caractère de ce genre, pour toutes les aiguilles dont il a pu faire usage, dans la direction des faces plagièdres, dont les arêtes de ces aiguilles sont quelquefois traversées aux angles des sommets; et j'ai vérifié l'exactitude de ce résultat dans celles qui se sont offertes à moi. Néanmoins il reste à y faire rentrer quelques échantillons rares qui portent à la fois des faces plagièdres dans deux sens opposés; ce qui semblerait offrir, selon la règle de M. Herschell, comme un double indice de rotation. J'ai eu l'occasion de faire, à ce sujet, diverses observations curieuses; mais comme elles se lient à d'autres recherches, je n'en parlerai pas aujourd'hui à l'Académie.

Dans le cours de mes expériences sur les lois générales de la polarisation circulaire, je fus conduit à ce phénomène extraordinaire, et que j'aurais été loin d'attendre, savoir, qu'elle se produit également dans certains liquides, quoique l'état de fluidité de ces substances et l'incidence perpendiculaire du rayon transmis ne permissent pas de concevoir dans la disposition moléculaire d'un tel milieu des conditions d'action

dissymétriques autour de la normale à la surface d'incidence. Cependant de telles actions s'y exercent, puisque les plans de polarisation du rayon émergent se trouvent déviés; et même elles s'y présentent avec l'opposition que l'on remarque sous ce rapport entre les diverses aiguilles de cristal de roche, certains fluides opérant la déviation vers la gauche, d'autres vers la droite de l'observateur. Enfin, ce qui me surprit encore davantage, lorsque les faits le confirmèrent d'une manière indubitable, les lois de rotation des différents rayons simples étaient identiques dans ces diverses substances, et les mêmes que dans le cristal de roche, autant que les expériences les plus minutieuses permettaient d'en juger. Car non-seulement la rotation qu'elles opéraient pouvait être complétement compensée par des plaques de cristal de roche à rotation contraire, mais encore ces liquides se compensaient aussi les uns les autres lorsque, en les choisissant de rotations contraires, on les combinait avec des épaisseurs réciproques à leur énergie; ce qui n'aurait pu arriver si leur mode d'action relatif sur les différents rayons lumineux n'avait pas été exactement, ou du moins très-approximativement le même. En outre, cette compensation s'opérait également, soit que les épaisseurs dont il s'agit fussent interposées les unes après les autres sur le trajet des rayons dans différents tubes, soit que leurs molécules fussent toutes placées et mêlées dans un même tube, suivant des proportions pareilles, du moins lorsque les deux liquides ainsi mêlés n'avaient pas l'un sur l'autre d'action chimique qui pût modifier mutuellement leur constitution. En plaçant une même épaisseur dans des tubes de longueurs diverses, et complétant la différence des longueurs par d'autres fluides, tels que l'eau, l'éther et l'alcool, dont l'action propre est

sensiblement nulle, les teintes résultantes de la circularité de la polarisation demeuraient rigoureusement constantes, de sorte que l'inégal éloignement des particules efficaces n'avait aucune influence sur ces effets. De là je dus conclure que l'action ainsi exercée par les liquides dont il s'agit était une action moléculaire, c'est-à-dire exercée par leurs dernières particules, et uniquement dépendante de leur constitution individuelle, sans aucune relation avec les positions de ces particules entre elles, ni avec leurs mutuelles distances, non plus qu'avec leur état de repos ou de mouvement. Je confirmai ces résultats en suivant une des substances dont il s'agit, l'essence de térébenthine, depuis l'état solide qu'elle prend dans sa combinaison avec l'acide hydrochlorique, jusques et y compris l'état de vapeur; et tous ces phénomènes réunis me parurent établir d'une manière irrécusable qu'en effet dans les substances dont il s'agit l'action rotatoire était moléculaire, ainsi que je l'ai plus haut exprimé. Malheureusement les substances qui m'avaient présenté cette singulière propriété étaient en très-petit nombre. L'huile de térébenthine, et une certaine huile essentielle de laurier pour la rotation vers la gauche; l'huile de citron, le sirop de sucre et la dissolution alcoolique de camphre naturel pour la rotation vers la droite, étaient, avec le cristal de roche, les seuls corps où ces résultats me fussent connus; et je ne sache pas que depuis on y en ait ajouté d'autres. S'ils suffisaient pour établir les lois de cette action, ils laissaient beaucoup à désirer relativement à la connaissance des conditions chimiques et physiques de composition et de constitution qui déterminent l'existence de pareilles propriétés.

Cette limitation tenait à la nature des caractères dont j'avais besoin alors pour reconnaître l'existence de la rotation.

Je les trouvais dans la coloration simultanée des deux images que donne le rayon transmis, lorsqu'on l'analyse par un prisme doublement réfringent rendu achromatique. Cette coloration est en effet un indice indubitable lorsqu'elle est sensible, et lorsqu'on peut suivre ses variations dans les diverses positions du prisme autour du rayon ainsi modifié. Mais si l'on imagine que l'action rotatoire devienne excessivement faible, les plans de polarisation du faisceau transmis seront excessivement peu dispersés à travers les épaisseurs de liquide où l'on peut observer le plus généralement, ne fût-ce que pour prévenir l'absorption trop forte de la lumière transmise. Or, la dispersion des plans de polarisation devenant très-faible, la coloration des deux images réfractées, dont cette dispersion est la cause, sera très-faible aussi dans toutes les positions du prisme réfringent, même dans celles où l'opposition des teintes de ces images serait de nature à les rendre le plus sensible. Si un tel cas arrive, on pourra facilement méconnaître des nuances aussi légères, et supposer que la rotation n'existe pas quand elle se produit réellement.

En outre, si le milieu à travers lequel on veut observer a une couleur propre, en vertu de laquelle il absorbe de préférence certains rayons et en laisse passer d'autres, la coloration des images doublement réfractées, devra généralement se trouver affaiblie; et pourra l'être au point de devenir tout-à-fait insensible, même lorsque le milieu imprimerait encore une rotation réelle, mais faible, aux plans de polarisation des rayons simples. Ce sont ces divers obstacles qui, jusqu'ici, ne m'avaient laissé découvrir les propriétés rotatoires que dans un si petit nombre de corps; car, avec des caractères d'une application plus sensible et plus géné-

rale, je les trouve aujourd'hui dans un très-grand nombre.

Ces nouveaux caractères, je les fonde sur une conséquence mathématique des lois que j'ai établies pour cette rotation, en les appliquant au cas où, soit par la nature propre du milieu, soit par la limitation de l'épaisseur à travers laquelle on l'observe, la dispersion totale des plans de polarisation doit être considérée comme extrêmement faible. En appropriant à ce cas les formules générales que j'ai données dans mon Mémoire de 1818, on trouve que, quelle que soit la quantité absolue de la rotation, il existe une direction du prisme rhomboïdal très-voisine du plan de polarisation primitif, mais néanmoins différente, pour laquelle l'image extraordinaire donnée par ce prisme est un minimum absolu d'intensité. Si l'on suppose que le rayon, primitivement polarisé, contienne tous les éléments de la lumière blanche et qu'il ne s'en absorbe rien dans le milieu qui le détourne, la teinte propre de l'image extraordinaire dans ce minimum, sera un pourpre violacé presque exactement identique à celui qui, dans la construction de Newton, répond à la limite commune du rouge et de violet. D'après les proportions qui le composent, ce pourpre doit être d'une très-bonne teinte; néanmoins, il contient une si petite fraction de la lumière totale transmise que, dans les actions très-faibles, à moins d'employer une vivacité d'illumination qui serait plus nuisible qu'utile à l'observation de ces phénomènes, il disparaît en totalité. Mais cela même devient une particularité favorable; car immédiatement avant d'atteindre ce minimum, l'image extraordinaire, toujours très-faible, doit être d'un bleu très-bon, tandis qu'au-delà du minimum, elle passe de suite au rouge-sombre, puis au rouge-orangé, d'où l'on voit que sans

s'inquiéter de l'image ordinaire qui, dans ces trois cas, peut rester pour l'œil sensiblement blanche, ces trois teintes de l'image extraordinaires, bleu, pourpre sombre presque nul, puis rouge, succédant immédiatement l'une à l'autre, suivant cet ordre fixe dans une variation d'azimuth de quatre à cinq degrés, forment un caractère extrêmement délicat et micrométrique que l'on ne peut pas méconnaître lorsqu'on est prévenu de sa nature, et qu'on l'observe comme on peut le faire en s'enveloppant d'une complète obscurité. Maintenant, lorsque le milieu soumis à l'expérience absorbe une partie des rayons simples qui le traversent, et même en absorbe, si l'on veut, un fort grand nombre, la succession des trois teintes près du minimum ne sera plus telle que nous venons de l'expliquer. Mais, à moins que le milieu n'absorbe tous les rayons, excepté un seul, auquel cas la rotation éprouvée par ce rayon deviendrait manifeste, parce qu'on le trouverait polarisé en un seul sens différent de sa polarisation primitive, dans tous les autres cas, il y aura toujours un minimum d'intensité pour l'image extraordinaire. Ce minimum sera toujours très-près de la polarisation primitive, puisque nous supposons la rotation très-faible, et, quelque faible que soit alors l'image dont il s'agit, sa teinte sera dissymétrique avant le minimum et immédiatement après. Or, cette dissymétrie, ainsi que l'existence du minimum hors du plan de la polarisation primitive, sont des conséquences nécessaires d'un pouvoir de rotation tel que celui pour lequel nos formules sont établies. Il ne peut exister que par elles, et d'après les lois sur lesquelles elles sont fondées; conséquemment il suffit d'observer ces indices pour reconnaître qu'un tel pouvoir de rotation existe, même

lorsque son excessive faiblesse, ou la faculté absorbante du milieu observé, éteindrait ou anéantirait presque le phénomène de la coloration des images, dans toutes les positions du prisme autres que celles que je viens de désigner. Avec ce procédé nouveau, j'ai pu constater le pouvoir de rotation dans un très-grand nombre de substances où je n'avais pas cru jusqu'alors qu'il existât; et j'ai pu prouver sa persistance pour quelques autres dans des états de liquidité et de solidité où il m'avait été impossible de les suivre à cause de la faible épaisseur à travers laquelle j'étais parvenu seulement à les observer. Alors la sphère de ces phénomènes, en s'agrandissant, s'est trouvée embrasser une multitude de composés organiques et leurs nombreuses mutations, dont toutes les phases sont ainsi devenues sensibles, appréciables, et l'on pourrait dire visibles, par un indice d'autant plus sûr, qu'il est inhérent à la constitution moléculaire même des corps où il se manifeste, de sorte qu'il les définit dans leur état actuel sans redouter ces décompositions qui sont l'écueil continuel de leur analyse. La chimie organique tirera, je l'espère, de grands secours des indications immédiates que ce caractère optique lui fournira désormais sur la marche et les résultats de ses opérations.

Mais avant de faire connaître ces applications, dont je donnerai plus loin divers exemples, il est nécessaire de démontrer le principe d'où je les ai pu déduire, et de prouver qu'il est en effet une conséquence mathématique de la loi des rotations telle que je viens de l'énoncer. C'est là l'objet d'une première partie de mon Mémoire. Toutes les déductions en sont appuyées par des expériences nombreuses, d'autant plus convaincantes qu'elles sont bien antérieures à

cette recherche, étant celles-là mêmes que j'ai consignées dans les Mémoires de l'Académie pour 1812 et 1818. J'y ai seulement ajouté deux compléments essentiels pour établir la sûreté de la méthode. Le premier consiste à prouver expérimentalement que les liquides qui absorbent par préférence certains rayons colorifiques n'altèrent point les rapports de rotation de ceux qu'ils transmettent. Le second a pour objet de prouver que, lorsqu'une substance douée du pouvoir rotatoire est dissoute dans un liquide inactif, qui ne change pas sa constitution moléculaire, on peut, d'après les proportions constituantes de la dissolution, sa densité, et la quantité de la rotation observée à travers une épaisseur connue du mélange, déterminer la déviation analogue qu'aurait opérée la substance active, si on l'eût observée seule avec l'unité de densité et d'épaisseur. Cette déduction est en effet indispensable pour mesurer l'action moléculaire des substances que l'on ne peut observer qu'à l'état de dissolution, ce qui est de beaucoup le plus grand nombre. Ayant établi les formules propres à ce calcul, je les confirme par des expériences directes, où je fais voir que trois dissolutions de sucre de canne dans l'eau distillée faites en proportions très-diverses, produisant en conséquence d'inégales rotations, et donnant des séries de couleurs extrêmement différentes, assignent, et donnent toutes également la même valeur pour le pouvoir de rotation moléculaire de ce sucre, sous les conditions précitées de densité et d'épaisseur; tellement que ce pouvoir étant calculé d'après une seule des dissolutions, il détermine les rotations des deux autres, et en assigne toutes les teintes aussi exactement que le peut faire l'expérience même.

Dans mes premières observations de ces phénomènes, j'avais été, comme je l'ai dit plus haut, extrêmement surpris de voir que la loi de rotation relative des différents rayons simples, se trouvât si exactement, ou du moins si approximativement la même dans les diverses substances où la rotation s'opérait. Il me semblait infiniment vraisemblable qu'il devait se présenter dans cette loi des inégalités analogues aux phénomènes de la dispersion dans la réfraction rectiligne. Mes observations actuelles, beaucoup plus nombreuses, m'avaient fait parfois soupçonner quelques traces d'une pareille inégalité, que je me proposais ultérieurement de suivre dans ses détails. Mais il vient de s'en offrir à moi un exemple d'une évidence indubitable dans l'acide tartrique, dont la combinaison avec la potasse et la soude opère une dispersion si considérable entre les axes de double refraction des différents rayons simples, comme M. Herschell l'a découvert; l'inclinaison mutuelle de ces axes, pour chaque couleur simple s'y montrant de plus en plus grande à mesure que la réfrangibilité diminue. Ici la propriété est en quelque sorte inverse; car l'acide tartrique pur étant dissous dans l'eau, dévie en effet les plans de polarisation des rayons lumineux; mais cette rotation, très-faible en elle-même, semble s'opérer sur les différents rayons simples avec une intensité presque égale, ou seulement un peu plus grande pour les moins réfrangibles que pour les plus réfrangibles, ce qui est exactement le contraire de ce qui a lieu dans toutes les autres substances que j'ai pu observer. Mais ce mode nouveau de rotation n'en offre pas moins, n'en doit pas moins offrir, dans l'image extraordinaire, le caractère général d'un minimum d'intensité, précédé et suivi de teintes dissymétriques,

ce qui rend impossible de le méconnaître. J'ai rendu témoin de ces effets M. Persoz, préparateur de chimie au collége de France, en les reproduisant avec plusieurs dissolutions d'acide tartrique très-pur qu'il avait lui-même préparées ; et toute différente que soit la loi de rotation produite par cet acide, elle n'a fait ainsi que confirmer la bonté du caractère expérimental attaché au minimum d'intensité de l'image extraordinaire, précédé et suivi de teintes dissymétriques, pour constater l'existence de la rotation.

Ayant ainsi tracé la marche que je me suis proposé de suivre, je vais en parcourir successivement les détails.

Formules générales propres à déterminer les intensités et la composition chromatique des images données par la polarisation circulaire.

Nommons e l'épaisseur de la plaque solide ou liquide que l'on présente perpendiculairement à la lumière polarisée, et qui exerce une force rotatoire sur ses plans de polarisation. Parmi les rayons de diverses réfrangibilités qui composent généralement cette lumière, isolons, par la pensée, un des groupes dont la nuance, sensiblement uniforme pour l'œil, forme une des divisions neutoniennes du spectre ; par exemple, ceux qui comprennent tout le rouge, depuis le rouge extrême jusqu'à la limite du rouge et de l'orangé. Les premiers de ces rayons, les moins réfrangibles, subiront, dans la plaque, un certain angle de déviation qui les sortira de leur polarisation primitive et que je nommerai a. Les seconds, plus réfrangibles, subiront une déviation angulaire a', qui sera généralement plus grande que la précédente, récipro-

quement au carré des longueurs des accès de ces deux espèces de rayons. Ainsi, tous les degrés de cette nuance, sensiblement uniforme au jugement de l'œil, et que j'appellerai, par cette raison, homochromatique, auront leurs plans de polarisation répartis entre les limites d'arcs a et a'. Maintenant, si l'on vient à réfracter cet ensemble de rayons par un prisme achromatique doué de la réfraction double, il s'y partagera généralement entre les deux réfractions suivant les lois ordinaires de ce genre de phénomènes. Or, si le prisme cristallisé a sa section principale dirigée dans l'azimuth α, autour du plan primitif de polarisation, cet azimuth étant compté dans le même sens que les arcs de rotation a et a', j'ai démontré dans mon Mémoire de 1818, page 64, que les intensités F_o, F_e des deux images réfractées, ordinaire, extraordinaire, ont les expressions suivantes:

$$(1)\quad \begin{cases} F_o = \frac{1}{2}\dot{I}\left[1 + \frac{R\sin.(a'-a)}{a'-a}\cos.(a'+a-2\alpha)\right] \\ F_e = \frac{1}{2}\dot{I}\left[1 - \frac{R\sin.(a.-a)}{a'-a}\cos.(a'+a-2\alpha)\right]; \end{cases}$$

R représente ici l'arc égal au rayon, c'est-à-dire la longueur du rayon convertie en degrés, laquelle, dans la division sexagésimale, répond à 57°,29574. En outre, $\dot{I}$ est le nombre total des rayons qui composent la nuance homochromatique que l'on considère, et dont les plans de polarisation sont supposés *uniformément* répartis sur l'arc a'-a (1).

(1) Cette supposition d'uniformité n'est évidemment qu'une approximation, puisque l'arc de rotation croît avec la réfrangibilité. Les parties les plus réfrangibles de chaque nuance homochromatique ont réellement leurs plans de polarisation respectifs plus séparés que les parties les moins ré-

Newton a donné les valeurs proportionnelles de I pour chacune des sept nuances qu'il a spécifiées dans le spectre produit par la décomposition de la lumière blanche; et comme ces sept nuances se suivent continuement sur le spectre dont

---

frangibles. Mais cette inégalité de séparation est d'autant moindre qu'il y a moins de différence de réfrangibilité entre ces parties, et que leur rotation absolue est plus faible, c'est-à-dire qu'on les observe à de plus petites épaisseurs dans la même substance. Cette dernière condition a généralement lieu dans les phénomènes de coloration produits par la polarisation circulaire, puisqu'ils ne sont observables dans chaque substance qu'à des épaisseurs assez faibles pour que la rotation n'ait pas mélangé les plans de polarisation des rayons en les distribuant sur un trop grand arc, au point de faire disparaître les teintes. Or, dans ces limites de rotation, lorsque nous concevons le spectre partagé par les sept divisions chromatiques, à chacune desquelles nous assignons l'étendue d'arc correspondant aux réfrangibilités de ses rayons extrêmes, nous avons réellement égard à la dispersion des plans de polarisation d'une nuance à l'autre; et la supposition d'une distribution uniforme de ces plans dans chaque nuance n'est plus qu'une approximation commode, de laquelle il ne peut résulter aucune erreur sensible dans le calcul des teintes composées susceptibles d'être éprouvées par l'observation. Si l'on voulait atteindre une plus grande rigueur mathématique, on pourrait l'obtenir en multipliant davantage les divisions établies par Newton dans le spectre, ce qui serait facile d'après la relation existante entre ces divisions et la longueur des accès des rayons qui y répondent, comme je l'ai fait voir à l'endroit cité de mon Précis de Physique; ou, mieux encore, on pourrait supprimer toute supposition d'uniformité, et établir immédiatement les expressions rigoureuses de F_o, F_e, pour une portion quelconque du spectre d'après la loi des rotations réciproques aux carrés des longueurs des accès des rayons, en y joignant la rotation de ces accès avec la distribution des rayons sur la circonférence, employés par Newton pour le calcul des teintes composées; mais cette recherche, d'ailleurs intéressante, serait plus analytique que physique.

elles occupent la totalité, il suffit que la teinte propre à chacune d'elles soit sensiblement homochromatique, *au jugement de l'œil,* pour que l'on puisse leur appliquer la règle de composition que Newton a donnée, sans craindre que les conséquences visuelles en soient démenties; et toute autre division plus multipliée du spectre, à laquelle on appliquerait le même principe de composition, donnerait également des résultats conformes à l'expérience optique, pourvu que l'on distribuât les limites de ces divisions sur la circonférence représentative du spectre conformément aux longueurs de leurs accès, comme je l'ai expliqué dans mon Précis de Physique, 3e édition, tome II, page 434. On pourrait même, comme je l'ai fait voir d'après la relation ainsi indiquée, donner aux sept valeurs relatives de I employées par Newton, une rigueur numérique que lui-même n'y a pas introduite ; soit qu'il n'eût pas aperçu la relation dont il s'agit avec les accès, soit, comme il est bien plus probable, parce que, la connaissant, il sentait l'inutilité pratique qu'il y aurait à employer les fractions compliquées qu'elle assigne, auxquelles il a substitué les fractions plus simples que l'on trouve dans son ouvrage. En conséquence, nous nous bornerons aussi à ces nombres, avec la seule modification de les multiplier par 1000, comme je l'ai fait dans mon traité de Physique pour en rendre l'emploi plus simple encore. De cette manière, si l'on désigne par un indice inférieur les intensités relatives des sept nuances neutoniennes dans la lumière blanche, depuis le rouge jusqu'au violet, on aura pour leurs valeurs particulières

$$\dot{i}_r = \frac{1000}{9} = 111\frac{1}{9},$$

$$\dot{i}_o = \frac{1000}{16} = 62\frac{1}{2},$$

$$\dot{i}_j = \frac{1000}{10} = 100,$$

$$\dot{i}_v = \frac{1000}{9} = 111\frac{1}{9},$$

$$\dot{i}_b = \frac{1000}{10} = 100,$$

$$\dot{i}_i = \frac{1000}{16} = 62\frac{1}{2},$$

$$\dot{i}_u = \frac{1000}{9} = 111\frac{1}{9},$$

ce qui donne les relations d'égalité

$$\dot{i}_r - \dot{i}_u = 0, \quad \dot{i}_o - \dot{i}_i = 0, \quad \dot{i}_j - \dot{i}_b = 0,$$

et la somme de ces quantités, composant le nombre total des rayons de la lumière blanche, est alors égale à

$$\dot{i}_r + \dot{i}_o + \dot{i}_j + \dot{i}_v + \dot{i}_i + \dot{i}_u = 658\tfrac{1}{3}.$$

Pour composer ensemble ces diverses nuances homochromatiques, et en conclure la couleur résultante de leurs mélanges, il faut, selon la construction neutonienne, concevoir tous les rayons du spectre répartis sur une conférence représentée ici fig. 1, et sur laquelle chacune des nuances dont il s'agit occupe les arcs suivants.

Désignation des couleurs simples.	Valeurs des arcs auxquels elles répondent.		
Rouge extrême	0°	0′	0″
Rouge moyen	30	22	47
Limite du rouge et de l'orangé	60	45	34
Orangé moyen	77	50	53
Limite de l'orangé et du jaune	94	56	12
Jaune moyen	122	16	42
Limite du jaune et du vert	149	37	13
Vert moyen	180	0	0
Limite du vert et du bleu	210	22	47
Bleu moyen	237	43	17
Limite du bleu et de l'indigo	265	3	48
Indigo moyen	282	9	7
Limite de l'indigo et du violet	299	14	26
Violet moyen	329	37	13
Violet extrême	360	0	0

Les valeurs individuelles de ces arcs seraient tant soit peu différentes des précédentes, si on les calculait d'après les rapports exacts des accès, comme je l'ai montré dans l'endroit cité de mon précis de physique. Mais cette rigueur numérique n'aurait pour effet que de déplacer les limites de chaque nuance homochromatique de petites quantités égales à ces différences ; ce qui ne pourrait opérer aucune modification appréciable pour l'œil dans la composition et la vivacité des teintes résultantes.

Enfin, pour effectuer le calcul de ces teintes, il faut concevoir, par le centre de la conférence, deux axes de coordonnées rectangulaires x et y, dont nous supposerons les valeurs positives dirigées, comme le représente la figure, savoir : pour les x vers la limite commune du violet et du rouge, que nous avons considérée comme origine des arcs ;

pour les y, vers la fin de l'orangé. Alors, en donnant aux intensités v, o, j...... r, des nuances homochromatiques, les valeurs particulières qui composent la teinte que l'on veut déterminer, valeurs qui, dans le cas actuel, sont celles de F_e correspondantes à ces nuances, les coordonnées X et Y de ce système auront les expressions numériques suivantes, qui sont démontrées dans mon Traité de Physique (*):

$$(A)\quad \begin{cases} X=\dfrac{(r+u)\,0,822840+(o+i)\,0,207398-(j+b)\,0,513992-v.\,0,953796}{r+o+j+v+b+i+u} \\ Y=\dfrac{(r-u)\,0,482350+(o-i)\,0,963163+(j-b).\,0,813736}{r+o+j+v+b+i+u}. \end{cases}$$

De là on déduira la distance Δ du centre de gravité du système au centre du cercle, ainsi que l'angle U, formé par cette distance avec l'axe de x; car on aura

$$\text{tang.}\,U=\frac{Y}{X},\quad \Delta=\frac{Y}{\sin.U},\quad \text{ou bien}\quad \Delta=\frac{X}{\cos.U}.$$

La valeur de U indiquera la direction de la distance Δ, et fera ainsi connaître la nuance chromatique du composé. Les valeurs de Δ et de $1-\Delta$ indiqueront ensuite les proportions de lumière simple et de blanc, qui produiraient pour l'œil une nuance équivalente.

L'intensité absolue de l'image, c'est-à-dire le nombre total de rayons lumineux qui la composent, étant représentée par N, on aura évidemment

$$N=r+o+j+v+b+i+u,$$

---

(1) Traité de physique expérimentale et mathématique, t. 3, p. 451.

et comme la somme totale des rayons qui composent la lumière blanche est exprimée ici par 658 $\frac{1}{3}$, en divisant N par ce nombre, on aura l'intensité relative de F_e en fraction de la quantité totale de lumière transmise à travers la plaque observée.

Les éléments analogues de la teinte ordinaire F_o, que nous nommerons U', Δ', N', se déduiront immédiatement de ceux de F_e par la condition que ces deux teintes sont complémentaires l'une de l'autre, c'est-à-dire doivent reproduire en somme toute la lumière blanche transmise. Cette condition place d'abord la teinte F_o, dans la construction neutonienne, sur la direction diamétralement opposée à F_e, et elle exige pour Δ' que son produit par N' soit égal à $N\Delta$. D'après cela, les éléments de la teinte ordinaire F_o auront les valeurs suivantes :

$$U' = 180 + U; \qquad \Delta' = \Delta . \frac{N}{N'}; \qquad N' = 658\tfrac{1}{3} - N;$$

conséquemment,

$$\Delta' = \Delta . \frac{N}{658\frac{1}{3} - N}.$$

J'ai rapporté ici ces résultats bien connus pour que l'on eût sous les yeux tous les éléments des applications que nous en allons faire.

A cet effet, reprenons les formules (1) qui expriment les intensités des deux images ordinaire, extraordinaire, pour chaque nuance homochromatique : a, a' sont les arcs qui limitent la rotation de cette nuance à travers la plaque que l'on observe, a' appartenant aux plus réfrangibles, et a aux moins réfrangibles des rayons simples qui s'y trouvent com-

pris (1). Or, d'après les lois fondamentales de ce genre de phénomènes, les arcs a, a' pour chaque substance, croissent avec l'épaisseur de la plaque, et lui sont proportionnels ; il en sera donc encore ainsi de leur somme et de leur différence. Conséquemment, si l'on représente par 2ρ et par ρ' les valeurs respectives de $a' + a$ et de $a' - a$, pour une épaisseur de un millimètre dans la substance que l'on considère, on aura généralement pour toute autre épaisseur e de cette même substance

$$a' + a = 2\rho e, \qquad a' - a = \rho' e,$$

de sorte que les formules (1), ainsi transformées, deviendront

$$(2) \qquad \begin{aligned} F_o &= \frac{\text{I}}{2}\left[1 + \frac{R \sin.\rho' e}{\rho' e} \cos.(2\rho e - 2\alpha)\right], \\ F_e &= \frac{\text{I}}{2}\left[1 - \frac{R \sin.\rho' e}{\rho' e} \cos.(2\rho e - 2\alpha)\right]. \end{aligned}$$

Le facteur $\frac{R \sin.\rho' e}{\rho' e}$ exprime le rapport du sinus de l'arc $\rho' e$ à cet arc même. Lorsque l'arc est fort petit, ce rapport devient sensiblement égal à l'unité; et, dans mon travail de 1818, je me suis assuré que, pour des épaisseurs de cristal de roche égales à cinq millimètres ou même un peu plus grandes, on pouvait employer cette approximation sans qu'il en résultât aucune différence appréciable pour l'œil entre les teintes ainsi calculées et celles qui se déduisent de la valeur rigoureuse.

---

(1) Ce serait l'inverse pour l'acide tartrique; mais à cela près de cette spécification, les formules analytiques qui servent ici à calculer F_o, F_e, serviraient également sans modification.

La même simplification pourra donc être admise à plus forte raison encore dans une grande partie des recherches qui vont suivre, car elles n'auront le plus souvent pour objet que de très-petites rotations. En limitant ainsi l'expression de F_e, elle devient

$$F_e = \frac{\dot{I}}{2}[1 - \cos.(2\rho e - \alpha)],$$

ou bien

$$F_e = \dot{I} \sin.^2 (\rho e - \alpha).$$

Nous nous bornons à considérer F_e, parce que F_o en est complémentaire, et peut ainsi s'en conclure directement par cette condition, comme nous l'avons expliqué plus haut.

Maintenant, dans les cas de rotations très-faibles, que nous avons surtout pour but de considérer, les phénomènes de coloration se montrent spécialement, et même presque uniquement, dans des positions du prisme cristallisé où l'arc $\rho e - \alpha$ est très-petit relativement à toutes les espèces de rayons simples dont se compose la lumière transmise. En nous limitant donc, pour le moment, à cette condition, ces divers arcs pourront être supposés proportionnels à leurs sinus. Alors l'expression de F_e se simplifie encore, et devient

$$F_e = \frac{\dot{I}.(\rho e - \alpha)^2}{R^2},$$

R étant le rayon des tables réduit en degré. Nous commencerons par développer les conséquences de cette expression simplifiée dans les cas où la petitesse réelle des arcs $\rho e - \alpha$ permet d'en faire usage; et, pour ne pas perdre de vue cette

condition indispensable de son emploi, nous y laisserons le rayon R en évidence jusqu'à ce que les derniers calculs numériques doivent s'effectuer.

En la formant successivement pour les sept nuances homochromatiques qui composent la lumière blanche, et développant le carré du second membre, nous en tirerons les sept valeurs qui suivent, lesquelles expriment généralement les intensités respectives de F_e pour les sept nuances dont il s'agit:

$$r=\frac{1}{R^2}\left[i_r\rho_r^2e^2-2i_r\rho_r e\alpha+i_r\alpha^2\right],$$

$$o=\frac{1}{R^2}\left[i_o\rho_o^2e^2-2i_o\rho_o e\alpha+i_o\alpha^2\right],$$

$$j=\frac{1}{R^2}\left[i_j\rho_j^2e^2-2i_j\rho_j e\alpha+i_j\alpha^2\right],$$

$$v=\frac{1}{R^2}\left[i_v\rho_v^2e^2-2i_v\rho_v e\alpha+i_v\alpha^2\right],$$

$$b=\frac{1}{R^2}\left[i_b\rho_b^2e^2-2i_b\rho_b e\alpha+i_b\alpha^2\right],$$

$$i=\frac{1}{R^2}\left[i_i\rho_i^2e^2-2i_i\rho_i e\alpha+i_i\alpha^2\right],$$

$$u=\frac{1}{R^2}\left[i_u\rho_u^2e^2-2i_u\rho_u e\alpha+i_u\alpha^2\right].$$

Quand on introduira ces valeurs dans l'expression générale de Y, donnée par les formules (A), page 59, α^2 se trouvera prendre pour facteurs les différences i_r-i_u, i_o-i_i, i_j-i_b qui sont nulles d'elles-mêmes. Le carré α^2 disparaîtra donc ainsi du résultat; et en désignant pour plus de simplicité par c, c', c'', les trois coefficients numériques qui entrent généralement dans l'expression de Y, il viendra

$$Y = \frac{\frac{e^2}{R^2}\left[\left(i_r\rho_r^2 - i_u\rho_u^2\right)c + \left(i_o\rho_o^2 - i_i\rho_i^2\right)c' + \left(i_j\rho_j^2 - i_b\rho_b\right)c''\right]}{r+o+j+v+b+i+u}$$

$$- \frac{\frac{2e\alpha}{R^2}\left[\left(i_r\rho_r - i_u\rho_u\right)c + \left(i_o\rho_o - i_i\rho_i\right)c + \left(i_j\rho_j - i_b\rho_b\right)c''\right]}{r+o+j+v+b+i+u}$$

ou, en vertu des équidifférences précitées,

$$(B)\qquad Y = \frac{\frac{e^2}{R^2}\left[\left(\rho_r^2 - \rho_u^2\right)i_r c + \left(\rho_o^2 - \rho_i^2\right)i_o c' + \left(\rho_j^2 - \rho_b^2\right)i\, c''\right]}{r+o+j+v+b+i+u} - \frac{\frac{2e\alpha}{R^2}\left[\left(\rho_r - \rho_u\right)i_r c + \left(\rho_o - \rho_i\right)i_o c' + \left(\rho_j - \rho_b\right)i_j c''\right]}{r+o+j+v+b+i+u}$$

L'expression de X se formerait de la même manière, et elle aura également pour dénominateur N. Mais le carré α^2 ne disparaîtra généralement pas de son numérateur. Ici nous nous sommes bornés à former Y, parce que nous ferons bientôt une application spéciale de cette expression.

Mais déja nous constaterons une particularité physique très-importante qui résulte de la forme même de ces quantités. Les expressions approchées de r, o, j.... que nous venons de développer tout à l'heure, sont toutes de la forme $\frac{e^2}{R^2}\psi\left(\frac{\alpha}{e}\right)$, en désignant par $\psi\left(\frac{\alpha}{e}\right)$ une fonction composée uniquement du rapport $\frac{\alpha}{e}$ joint à des quantités numériques. Or les expressions générales de Y et de X données pag. 59, sont des fractions dont le numérateur et le dénominateur contiennent également r, o, j.... sous forme linéaire, et ne contiennent de variable que ces éléments. Le rapport $\frac{e^2}{R^2}$

deviendra donc commun à ces deux termes; et, en le supprimant, Y et X se trouveront être des fonctions uniquement composées du rapport $\frac{\alpha}{e}$.

Maintenant les quantités U et Δ qui caractérisent la nuance propre de F_e et la vivacité de sa coloration, se déduisent de Y et de X par les relations suivantes :

$$\text{tang.}\, U = \frac{Y}{X}, \quad \Delta = \frac{Y}{\sin. U} \quad \text{ou} \quad \Delta = \frac{X}{\cos. U},$$

Puisque Y et X ne sont fonctions que du rapport $\frac{\alpha}{e}$, joint à des quantités numériques, l'angle U et la distance Δ ne dépendront pareillement que de ce rapport : de là résulte la conséquence suivante :

Lorsqu'on observe les phénomènes de la polarisation circulaire à travers diverses plaques d'une même substance, dont les épaisseurs sont limitées de manière à ne produire que des rotations très-faibles, et qu'on maintient la section principale du prisme cristallisé dans des azimuths peu différents de l'arc de rotation moyen, comme notre approximation le suppose, ce qui donne aussi les couleurs les plus vives de l'image extraordinaire, les teintes parcourues par cette image se reproduiront identiquement les mêmes, en composition chromatique, en vivacité de coloration, ainsi qu'en succession, à des azimuths proportionnels aux épaisseurs.

Si donc, dans les conditions précédentes, avec une certaine épaisseur que l'on prendra pour unité, on a observé une quelconque de ces teintes, lorsque la section principale du prisme cristallisé était tournée dans l'azimuth (α), toute

autre épaisseur e comprise dans les mêmes limites d'approximation reproduira identiquement la même teinte dans un azimuth α, tel qu'on aura

$$\alpha = e\,(\alpha).$$

Toutefois l'identité n'aura lieu que dans la composition chromatique des teintes, et non dans leur intensité relative, mesurée par le nombre de rayons lumineux de même espèce qui les composeront. Ce nombre, en effet, que nous avons exprimé plus haut par N, se trouve ici évidemment proportionnel à e^2, c'est-à-dire au carré de l'épaisseur de la plaque observée, $\frac{\alpha}{e}$ restant constant. Ainsi la même teinte deviendra plus abondante en lumière à mesure qu'elle se montrera dans des plaques plus épaisses, sans que sa nature chromatique change, du moins en supposant toujours remplies les conditions de notre approximation. Tous ces résultats sont exactement confirmés par l'expérience.

A présent concevons qu'ayant constaté ces relations des azimuths et des teintes dans une substance déterminée, par exemple dans le cristal de roche que l'on prendra pour type de ce genre d'action, on veuille les réobserver, sous les mêmes conditions approximatives, dans une autre substance dont l'énergie de rotation sur les mêmes rayons de réfrangibilité fixe, soit, à épaisseur égale, exprimée par k, la première étant l'unité. Alors les arcs élémentaires de rotation des divers rayons simples dans cette nouvelle substance ne seront plus ρ_r, ρ_o, ρ_j......, comme dans la première, mais ils y deviendront $k\rho_r$, $k\rho_o$, $k\rho_j$....; et les nouvelles valeurs de Y et

de X pour l'image F_e, seront composées en $\frac{\alpha}{ke}$ comme les premières l'étaient en $\frac{\alpha}{e}$. Les expressions de U et de Δ qui déterminent les teintes offriront donc aussi la même relation; de sorte que si une certaine teinte, correspondante à une certaine valeur de U et de Δ, s'est montrée dans la première substance à l'azimuth (α) pour l'unité d'épaisseur, elle se reproduira dans la nouvelle substance à cette même épaisseur dans un azimuth $[\alpha]$, tel que $\frac{[\alpha]}{k}$ soit égal à $\frac{(\alpha)}{1}$, puisque ces deux rapports sont liés avec U et Δ par des équations d'ailleurs identiques. On aura donc ainsi $[\alpha] = k(\alpha)$ pour l'unité d'épaisseur; et par suite, pour toute autre épaisseur e de la nouvelle substance, pareillement comprise dans les rotations très-faibles, la même teinte se remontrera encore à l'azimuth α, pour lequel on aura

$$\alpha = [\alpha]\, e, \text{ ou, ce qui revient au même, } \alpha = k(\alpha)\, e,$$

l'angle (α) étant toujours celui où la même teinte s'observe à l'épaisseur prise pour unité dans la substance considérée comme type.

La combinaison du facteur k avec l'épaisseur e nous indique comment les épaisseurs devront être modifiées dans les diverses substances pour y reproduire la même teinte, avec une même valeur de α, c'est-à-dire dans une position semblable du prisme cristallisé. Si la force rotatoire moléculaire de la substance observée est très-énergique, l'épaisseur e devra être diminuée en proportion; au contraire, elle devra être augmentée si la force moléculaire de rotation est peu intense. Il se pourra ainsi que cette épaisseur devienne

dans certains cas très-considérable, et très-petite dans d'autres, pour développer les mêmes teintes qu'un millimètre de cristal de roche produit. Mais les lois du phénomène seront, dans tous les cas, exactement pareilles, parce que les rotations des rayons simples et les teintes qui en résultent ne dépendent que des arcs $k\rho e$ et $k\rho e - \alpha$.

Ces relations remarquables des teintes de l'image F_e avec les épaisseurs, dans une même substance et dans des substances diverses, lorsque les déviations absolues des plans de polarisation sont très-petites, se trouvent pleinement confirmées par l'expérience, comme nous aurons plus loin l'occasion de le reconnaître. Leur observation seule suffirait pour remonter, par décomposition, aux lois de rotation des rayons simples qui nous ont servi à les établir. Mais ici nous nous bornons à les présenter comme des dérivations mathématiques de ces lois.

Remarquons que la proportionnalité des épaisseurs avec les azimuths auxquels une même teinte se montre est propre à l'image extraordinaire F_e, et n'a pas lieu pour l'image ordinaire F_o. Ceci est facile à démontrer d'après l'expression générale des éléments U' et Δ' qui caractérisent cette dernière; en effet, on a généralement

$$U' = 180 + U; \quad \Delta' = \frac{\Delta . N}{658\frac{1}{3} - N}.$$

L'angle U' caractérise l'effet colorifique de l'image F_e en assignant l'espèce de rayon simple qui semble y dominer au jugement de l'œil. Or U' ne dépend que de U; et U est indépen-

dant de l'épaisseur e, dans notre supposition actuelle où $\frac{\alpha}{e}$ est constant. Donc F_o sera aussi indépendant de l'épaisseur e, quant à la nature sensible de sa teinte. Mais il en dépendra, quant à la vivacité de sa coloration, plus ou moins mêlée de blancheur. Car cette particularité physique est réglée par la valeur de Δ', qui se trouve ici dépendre de Δ et de N. Or Δ est indépendant de l'épaisseur e, mais N en dépend, puisqu'il est généralement de la forme $\frac{e^2}{R^2}\psi\left(\frac{\alpha}{e}\right)$. Conséquemment, lorsque le rapport $\frac{\alpha}{e}$ restera constant, c'est-à-dire lorsqu'on observera une même teinte F_e, l'épaisseur e variant fera varier Δ', c'est-à-dire modifiera la vivacité de la coloration de F_o. Nous nous bornons ici à établir ce résultat généralement, mais les applications numériques que nous ferons bientôt des formules nous en fourniront de nombreux exemples.

Enfin il est évident, par nos calculs mêmes, que l'identité de la teinte F_e, pour des azimuths proportionnels aux épaisseurs, n'est vraie que dans les limites de notre approximation, c'est-à-dire lorsque les arcs $k\ \rho e - \alpha$, calculés pour chacune des sept nuances homochromatiques, sont individuellement assez petits pour qu'on puisse les supposer proportionnels à leurs sinus dans l'évaluation numérique des éléments simples dont F_e se compose. A mesure que les arcs dont il s'agit grandissent, la proportion de lumière simple que chacun d'eux amène dans F_e diffère davantage de celle qu'indique l'expression abrégée $\mathrm{i}\,\frac{(\rho e - \alpha)^2}{R^2}$, et alors cette proportion

doit être déterminée par la formule plus exacte

$$F_e = \dot{I} . \sin^2 (\rho e - \alpha).$$

Celle-ci peut servir pour le cristal de roche jusqu'à des épaisseurs de 4 ou 5 millimètres, sans que les teintes ainsi calculées diffèrent sensiblement pour l'œil de celles qu'indiqueront la formule tout-à-fait rigoureuse. Mais, à des épaisseurs plus considérables, il devient indispensable d'employer cette dernière qui, pour se prêter commodément au calcul numérique, doit être mise sous la formule suivante :

$$F_e = \frac{1}{2}\dot{I}\left[1 - \frac{R \sin. \rho' e}{\rho' e} + 2\frac{R \sin. \rho' e}{\rho' e} \sin.^2 (\rho e - \alpha)\right].$$

Nous supposerons, dans ce qui va suivre, que l'on a toujours égard à ces remarques pour discerner les cas auxquels l'usage des formules approchées est applicable. Car si on les perdait de vue, l'emploi des approximations pourrait donner des résultats physiques qui seraient tout-à-fait erronés.

Enfin, quoique pour l'établissement de ces formules j'aie *énoncé* les rotations relatives des différents rayons simples dans l'ordre qu'elles suivent le plus généralement, c'est-à-dire en les supposant croissantes avec la réfrangibilité, cependant les formules mêmes ne sont point particulières à ce cas ; car la condition de cet ordre n'y entre en aucune manière. Elles s'appliqueraient donc également à toute autre loi de rotation quelconque, pourvu que l'on y mît à la place des ρ_r, ρ_o, ρ_j,.... les valeurs particulières à cette loi. Et pourvu que la rotation de chaque rayon simple y fût encore proportionnelle à l'épaisseur des plaques pour une même sub-

stance, toutes les conséquences générales que nous avons déduites de ces formules subsisteraient également sans aucune modification.

Détermination expérimentale de l'arc de rotation propre à un rayon de réfrangibilité fixe.

L'arc de rotation propre à une réfrangibilité fixe étant la base de toutes les comparaisons que l'on peut faire entre les diverses substances, sous le rapport de leur propriété rotatoire, je crois nécessaire d'entrer dans quelques détails sur la manière la plus facile et la plus exacte de déterminer cet élément par l'observation. Rien ne serait plus aisé si l'on pouvait employer pour cette expérience un faisceau lumineux d'une réfrangibilité mathématiquement fixe, dont tous les rayons élémentaires n'eussent en conséquence qu'une même longueur d'accès. Car alors l'arc de rotation dans une plaque donnée serait le même pour tous ces rayons; de sorte qu'ayant originairement un plan de polarisation commun avant d'entrer dans la plaque, ils se trouveraient encore tous polarisés dans un autre même plan après l'avoir traversée sous l'incidence perpendiculaire, comme nous le supposons toujours. Ainsi, en tournant la section principale du prisme cristallisé dans l'azimuth α de ce nouveau plan de polarisation, le faisceau émergent y subirait tout entier la réfraction ordinaire, et l'image extraordinaire deviendrait complétement nulle; ce qui ferait reconnaître l'arc de déviation α et permettrait de le déterminer.

Mais on ne peut jamais, ou presque jamais, opérer sur un

faisceau lumineux parfaitement homogène quant à sa réfrangibilité. La manière la plus commode et la plus ordinaire consiste à observer à travers une espèce particulière de verre rouge, qui, à une épaisseur suffisante, ne laisse passer sensiblement que des rayons rouges peu différents entre eux par la réfrangibilité, et voisins du rouge extrême. Pour celui dont j'ai fait usage, la réfrangibilité moyenne m'a paru répondre environ au tiers de l'intervalle du rouge total du spectre, du côté du rouge extrême; mais je me suis assuré, par des épreuves décisives, qu'une portion sensible des rayons rouges transmis s'écartait de cette limite en plus et en moins. Il faut examiner quel doit être, dans ce cas, le mode d'observation, et comment il faut en combiner les résultats pour en obtenir des éléments comparables.

Ceci va nous être indiqué par l'expression générale de F_e donnée page 61, laquelle représente l'intensité de l'image extraordinaire produite dans le prisme cristallisé par une lumière sensiblement homochromatique, dont les plans de polarisation se trouvent ainsi uniformément répartis entre certaines limites d'arcs a et a'. Cette expression qui était primitivement

$$F_e = \frac{1}{2} \dot{I} \left[1 - \frac{R \sin.(a'-a)}{a'-a} \cos.(a'+a-2\alpha) \right];$$

quand on y laissait les limites de l'arc de rotation en évidence, a été transformée en

$$F_e = \frac{1}{2} \dot{I} \left[1 - \frac{R \sin.\rho' e}{\rho' e} \cos.(2\rho e - 2\alpha) \right],$$

où ρ' et 2ρ représentent les valeurs de $a'-a$ et $a'+a$ rela-

tivement à une épaisseur d'un millimètre. Pour appliquer cette formule à la lumière transmise par notre verre rouge, je ferai d'abord remarquer que, d'après les expériences rapportées dans mon Mémoire de 1818, ou même à la seule inspection des planches qui les représentent, l'arc $\rho' e$ relatif aux rayons rouges de toute nuance est toujours fort inférieur à 180° dans les plaques qui donnent des images d'une coloration sensible; et en effet la valeur exacte de ρ' pour la lumière rouge étant 2°,9834, $\rho' e$ ne serait encore qu'égal à 179°,004 dans une plaque de cristal de roche qui aurait 60 millimètres d'épaisseur. Or on ne saurait employer une pareille plaque pour des expériences de rotation; car le mélange des rayons de rotations diverses y rendrait toute coloration inappréciable. $\rho' e$ étant donc toujours moindre que 180° dans ces expériences, son sinus sera toujours positif, ainsi que le rapport $\frac{R \sin. \rho' e}{\rho' e}$; conséquemment l'intensité F_e de l'image extraordinaire attendra alors sa plus petite valeur quand le facteur $\cos.(2\rho e - 2\alpha)$ deviendra égal à l'unité, c'est-à-dire quand on aura

$$\alpha = \rho e,$$

ce qui donnera

$$F_e = \frac{1}{2} I \left[1 - \frac{R \sin. \rho' e}{\rho' e} \right].$$

La valeur de α place la section principale du prisme cristallisé sur le milieu de l'arc $a' - a$ où sont répartis les plans de polarisation de la nuance que l'on considère. Quant à l'intensité minimum F_e on voit par son expression qu'elle sera presque nulle dans les très-petites épaisseurs où le terme

négatif $\frac{\text{R} \sin. \rho' e}{\rho' e}$ devient sensiblement égal à l'unité, et qu'elle croîtra graduellement avec l'épaisseur, ce même terme négatif devenant toujours moindre. En outre, si l'on fait généralement

$$\alpha = \rho e + \alpha',$$

l'expression générale F_e devient

$$\text{F}_e = \frac{1}{2} \text{I} \left[1 - \frac{\text{R} \sin. \rho' e}{\rho' e} \cos. 2\alpha' \right];$$

elle est donc symétrique pour des valeurs de α' égales de part et d'autre du minimum. Ceci donne un excellent procédé pour déterminer avec précision l'azimuth moyen α qui ne s'obtiendrait pas exactement si on voulait le déterminer d'une manière directe, parce que la nullité, ou l'excessive faiblesse de F_e dans ce minimum pour les plaques où on l'observe, subsiste encore et se soutient dans les azimuths voisins de cette direction ; de sorte qu'il est très-difficile, sinon impossible, de juger quel est celui où le minimum exact a lieu. Mais on évite tout-à-fait cet inconvénient dans les plaques peu épaisses en profitant de la symétrie de F_e autour de cette limite : car, lorsqu'on a reconnu à peu près la position du prisme cristallisé qui rend F_e sensiblement nul pour l'œil à travers le verre rouge, il n'y a qu'à faire mouvoir l'alidade du prisme autour de cette position, de manière à l'arrêter aux deux azimuths où F_e disparaît et reparaît sensiblement. En effet, la moyenne de ces deux azimuths sera celui du minimum de F_e, et en réitérant plusieurs fois

successivement l'observation de ces limites, on obtiendra l'azimuth-minimum avec une grande exactitude; ce qui donnera l'arc de rotation du rayon simple moyen transmis à travers le verre rouge dont on fait usage. J'ai constamment employé cette méthode de détermination dans les expériences qui font le sujet du présent Mémoire; et sa précision m'a permis d'obtenir ainsi avec certitude des rotations dont la mesure eût été fort incertaine, si on eût voulu la prendre directement.

Enfin, pour pouvoir tirer de ces expériences des résultats précis et complètement comparables, il faut que l'instrument azimuthal et l'observateur soient, l'un et l'autre, enfermés dans une chambre ou enveloppe parfaitement obscure, où le rayon polarisé ait seul accès par un tuyau cylindrique qui le conduise directement à travers la plaque sans répandre aucune clarté au dehors. Cela est surtout nécessaire pour les rotations très-faibles, qui échapperaient aisément à l'observation sans l'entourage d'une complète obscurité. J'ai toujours opéré ainsi dans les expériences que je vais rapporter, et qui ont toutes été faites avec l'appareil général de polarisation décrit dans mon Traité de Physique (1). Le bout seul du tuyau qui porte le verre réflecteur sortait de l'enveloppe, et recevait la lumière des nuées qu'il renvoyait polarisées dans l'appareil. Lorsque le prisme cristallisé était amené dans la position optique convenable à chaque expérience, on ouvrait un petit volet qui laissait entrer la lumière extérieure pour lire sur le cercle divisé l'azimuth auquel s'était arrêté l'alidade mobile qui porte le prisme, après

(1) Traité de Physique, t. IV, p. 255; Précis de Physique, t. II, p. 475.

quoi refermant le volet, l'observateur rentrait dans l'obscurité complète pour répéter l'observation. Il est évident d'ailleurs que, dans ces expériences, il faut, pour avoir des mesures, employer nécessairement un appareil qui ne donne qu'un seul faisceau de rayons polarisés parallèles entre eux. Car les réflexions coniques sur de larges miroirs, comme ceux qu'on emploie pour voir l'ensemble des anneaux dans les plaques cristallisées, dénatureraient toutes les lois de rotations.

La discussion précédente des variations de F_e pour un système de rayons homochromatiques, mais doués de réfrangibilités mathématiquement diverses, pourrait, au premier aperçu, faire concevoir l'idée d'appliquer la même méthode à la détermination du minimum absolu d'intensité de F_e, non plus pour une seule nuance homochromatique, mais pour tout l'ensemble des rayons qui composent la lumière blanche transmise, en considérant cette lumière comme ayant ses plans de polarisation distribués consécutivement, depuis l'extrême rouge jusqu'à l'extrême violet, entre des limites d'arcs réciproques au carré des longueurs d'accès de ces rayons extrêmes. Alors, d'après ce que nous venons d'établir pour une seule nuance, l'azimuth qui donnerait le minimum répondrait au milieu de l'arc total occupé par les plans de polarisation de tous les rayons. Mais une telle extension de nos formules à la totalité du spectre serait essentiellement fautive, parce qu'elle supposerait, comme ces formules elles-mêmes, que la lumière totale ainsi considérée a ses plans de polarisation *uniformément* distribués sur l'arc entier compris entre les rotations de ses rayons extrêmes, supposition suffisamment approchée pour chaque nuance homo-

chromatique, mais qui deviendrait de plus en plus fautive à mesure qu'on l'appliquerait à des systèmes de rayons dont les rayons différeraient davantage en refrangibilité (1).

Revenant donc à considérer les seuls systèmes de rayons homochromatiques auxquels nous avons appliqué d'abord l'expérience de F_e, on peut se demander, comme vérification théorique, quelles seraient les conditions du minimum, si l'arc de distribution de la nuance excédait la limite de 180° que nous avons assignée à $\rho' e$, et quelle serait l'interprétation physique d'un tel minimum?

Pour cela, reprenons l'expression générale de F_e, qui est

$$F_e = \frac{1}{2} I \left[1 - \frac{R \sin . \rho' e}{\rho' e} \cos . (\rho e - 2\alpha) \right].$$

En se bornant à la considérer analytiquement, on voit que, lorsque $\sin \rho' e$ sera positif, le minimum aura lieu quand $\cos(2\rho e - 2\alpha)$ sera égal à $+1$, et qu'au contraire, lorsque $\sin \rho' e$ sera négatif, il aura lieu quand le même cosinus sera égal à -1. Ces conditions, traduites en arcs, donnent donc

$$\rho' e < 180°, \quad \alpha = \rho e, \quad F_e = \frac{1}{2} I \left[1 - \frac{R \sin . \rho' e}{\rho' e} \right],$$

$$\rho' e > 180°, \quad \alpha = \rho e - 90°, \quad F_e = \frac{1}{2} I \left[1 + \frac{R \sin . \rho' e}{\rho' e} \right].$$

Le premier cas est celui que nous avons discuté d'abord. En outre, lorsque $\sin \rho' e$ sera nul, ce qui suppose $\rho' e$ égal à zéro ou à 180°, il n'existera pas de minimum réel de F_e. Car,

(1) Voyez la note de la page 54.

premièrement, l'arc $\rho'e$ étant nul, ce qui rend $\frac{\text{R}\sin.\rho'e}{\rho'e}$ égal à 1, il n'y a plus de dispersion des plans de polarisation, conséquemment plus de polarisation circulaire. Secondement, $\rho'e$ étant 180°, F_e devient constant, et égal à $\frac{1}{2}\dot{I}$, quel que soit l'azimuth α où l'on place le prisme cristallisé. Or, il est également facile de se rendre compte de cette dernière circonstance. Car si l'on conçoit tous les plans de polarisation de la lumière transmise distribués uniformément sur un arc $\rho'e$, ou $a'-a$, égal à 180°, comme la fig. II le représente, quel que soit alors l'azimuth où l'on place la section principale du prisme cristallisé, il y aura toujours une moitié de la lumière transmise qui entrera dans l'image ordinaire F_o, tandis que l'autre moitié entrera dans l'image extraordinaire F_e. Or ceci nous explique la condition du minimum lorsque $\rho'e$ excède 180°. Car si on le suppose, par exemple, égal à $180+\rho''$, ρ'' étant une quantité positive, toute la portion de lumière répartie sur les 180° se partagera également entre les deux images ordinaire et extraordinaire; de sorte que la condition du minimum de F_e dépendra seulement du mode de distribution du reste du faisceau dont les plans de polarisation sont répartis sur l'arc ρ'' qui excède la demi-circonférence; et c'est aussi ce que dans ce cas l'expression générale de F_e nous indique; car si l'on représente par $\dot{I}''$ la portion de la lumière totale $\dot{I}$, qui se trouve répartie sur l'arc ρ'', on aura évidemment

$$\dot{I}''=\frac{\dot{I}.\rho''}{180+\rho''}.$$

Or en remplaçant $\rho' e$ par $180° + \rho''$, l'expression générale de F_e devient

$$F_e = \frac{1}{2}\dot{I}\left[1 + \frac{R \sin.\rho''}{180+\rho''}\cos.(2\rho e - 2\alpha)\right],$$

et elle peut se mettre sous cette forme

$$F_e = \frac{1}{2}(\dot{I} - \dot{I}'') + \frac{1}{2}\dot{I}'' + \frac{1}{2}\frac{\dot{I} R \sin.\rho''}{180+\rho''}\cos.(2\rho e - 2\alpha);$$

chassant $\dot{I}$ du dernier terme au moyen de sa valeur en $\dot{I}''$, il reste pour une valeur quelconque de l'azimuth α

$$F_e = \frac{1}{2}(\dot{I} - \dot{I}'') + \frac{1}{2}\dot{I}''\left[1 + \frac{R \sin.\rho''}{\rho''}\cos.(2\rho e - 2\alpha)\right],$$

ce qui montre la composition de l'image extraordinaire F_e précisément telle que nous venons de l'expliquer. Il est évident, par cette expression, qu'en effet le minimum de F_e dépend seulement de la répartition variable de $\dot{I}''$; et l'on voit que ce minimum aura lieu quand la position du prisme cristallisé donnera au terme variable sa plus grande valeur négative possible, c'est-à-dire quand on aura

$$2\rho e - 2\alpha = 180°, \quad \text{ou} \quad \alpha = \rho e - 90°,$$

comme nous l'avait déja donné le calcul direct.

Mais d'après cette analyse même, on voit qu'une distribution aussi étendue des plans de polarisation d'une même nuance homochromatique ne produira jamais qu'un minimum d'intensité très-imparfaitement déterminable, quand même on chercherait à le fixer pour chaque nuance observée seule sans mélange des autres; car, même dans le minimum,

l'image F_e contiendra une portion constante de lumière $\frac{1}{2}(i - i'')$, qu'aucune position du prisme cristallisé ne pourra affaiblir.

Ainsi, pour avoir des résultats physiquement observables, il faut se borner aux épaisseurs assez petites pour que l'arc total de distribution $\rho' e$ soit moindre que 180°; et en outre, d'après l'expression de F_e, le minimum sera d'autant mieux marqué que l'arc $\rho' e$ sera moindre, c'est-à-dire que l'épaisseur e sera plus petite. Ceci nous ramène donc à n'appliquer cette méthode qu'aux rotations très-faibles, objet de notre première approximation.

Sur l'existence d'un minimum d'intensité observable dans toutes les rotations très-faibles quelle que soit leur loi, avec l'analyse des teintes extraordinaires qui l'avoisinent et leur usage pour suppléer à l'observation des rayons simples.

Lorsque l'on veut mesurer le pouvoir de rotation des substances qui ne produisent cet effet qu'à un degré très-faible dans les limites d'épaisseur où il est possible de les observer, la réduction de la lumière à une nuance simple par l'interposition du verre rouge a l'inconvénient considérable d'affaiblir encore le phénomène, et d'en fixer la mesure par celle de toutes les nuances homochromatiques qui a généralement la moindre déviation, deux circonstances qui doivent évidemment concourir à rendre cette mesure plus incertaine.

Mais heureusement dans ce cas de rotations très-faibles la

réduction de l'image extraordinaire à une nuance simple est inutile. Car en laissant au rayon transmis tous les éléments qui composent la lumière blanche, la faiblesse même de la rotation imprime toujours à l'image extraordinaire F_e des variations de teintes et d'intensité très-rapides autour d'un minimum parfaitement discernable par son extrême affaiblissement ; ce qui, d'après le théorème démontré, pag. 65, fournit autant d'indices de rotation qui doivent se reproduire à des azimuths proportionnels aux épaisseurs des plaques, comme le feraient des rotations de rayons simples. Et ce résultat remarquable a lieu dans toutes les lois possibles de rotation.

En effet, quelle que soit cette loi, puisqu'il y a rotation, lorsqu'un rayon blanc primitivement polarisé en un seul sens aura traversé une épaisseur e de la substance active, tous les plans de polarisation des rayons simples dont ce rayon blanc se compose seront déviés du plan primitif, et distribués dans des azimuths divers, entre certaines limites extrêmes A et A′, proportionnelles à l'épaisseur e. Quelles que puissent être les couleurs des rayons C,C′, qui répondent à ces limites, il est évident que, si l'on amène la section principale du prisme achromatique dans l'azimuth A, l'image F_e ne contiendra point le rayon C, tandis que tout autre rayon, qui aura son plan de polarisation dans l'azimuth X, y entrera pour la proportion $i \sin^2(X - A)$, i étant l'intensité de ce rayon ; et ainsi le rayon C′ polarisé suivant l'arc extrême A′ y entrera proportionnellement plus que tous les autres. Maintenant, si l'azimuth α du prisme s'éloigne de A vers A′, le rayon C commencera à entrer dans l'image F_e ; mais tous les autres rayons

y entreront en quantité moindre que tout à l'heure, le facteur $\sin^2(X-\alpha)$ devenant plus faible pour chacun d'eux ; d'où résultera en somme pour F_e une valeur plus faible. L'azimuth α continuant toujours ainsi à marcher vers A', chacun des rayons simples disparaîtra successivement de l'image F_e, tandis que tous les autres y entreront proportionnellement au carré du sinus de leur écart ; et enfin quand α deviendra égal à A', ce sera le rayon C' qui disparaîtra de F_e, mais tous les autres y entreront en proportion plus grande qu'ils ne le faisaient pour des valeurs de α immédiatement moindres. Il y aura donc un minimum absolu de F_e entre les azimuths extrêmes A, A' ; et les teintes de F_e de part et d'autre de ce minimum seront différentes entre elles. Mais leur variété dépendra de la loi de rotation des rayons simples.

D'après cette analyse du phénomène, si la distribution des plans de polarisation entre les limites A et A' était continue et uniforme pour toute la série des rayons simples, le minimum absolu de F_e aurait lieu quand la section principale du prisme cristallisé serait dirigée sur le milieu de l'arc $A'-A$; ce qui donnerait, pour ce minimum, $\alpha=\frac{1}{2}(A+A')$. Mais quelle que soit la loi de distribution, si l'on décompose par la pensée la lumière blanche en ses nuances sensiblement homochromatiques, comme nous l'avons fait plus haut, et que l'on désigne également par ρ_r, ρ_o, ρ_j,..., les arcs moyens de rotation qui leur sont propres pour une épaisseur égale à l'unité, on pourra facilement déterminer l'azimuth α qui donnera le minimum de F_e pour ce mode de distribution

des rayons simples. Car en représentant par N le nombre total de rayons qui composent l'image F_e, on aura d'abord, suivant notre notation,

$$N = r + o + j + v + b + i + u,$$

et la condition du minimum sera

$$\frac{dN}{d\alpha} = 0.$$

Mettant donc pour r, o, j,.... leurs valeurs en α, que l'on peut borner à leur approximation la plus simple, puisque cette recherche ne doit s'appliquer qu'aux rotations très-faibles, la différentiation donne

$$0 = i_r\left(\rho_r e - \alpha\right) + i_o\left(\rho_o e - \alpha\right) + i_v\left(\rho_v e - \alpha\right) + i_b\left(\rho_b e - \alpha\right) + i_i\left(\rho_i e - \alpha\right) + i_u\left(\rho_u e - \alpha\right).$$

Si l'on a égard aux conditions de symétrie de i_r, i_o, i_j,... avec i_u, i_i, i_b,... et qu'on remplace la somme de ces sept quantités par le nombre $658\frac{1}{3}$ qui exprime la totalité de la lumière blanche transmise à travers la plaque, l'équation précédente devient

$$\text{(C)} \quad 0 = e\left[i_r\left(\rho_r + \rho_u\right) + i_o\left(\rho_o + \rho_i\right) + i_j\left(\rho_j + \rho_b\right) + i_v \rho_v\right] - 658\tfrac{1}{3} \cdot \alpha;$$

d'où l'on voit qu'elle donnera pour α une valeur de la forme

$$\alpha = me,$$

c'est-à-dire que, dans chaque substance, l'azimuth qui donne

le minimum de F_e sera proportionnel à l'épaisseur de la plaque observée, du moins tant que l'arc A′ — A, sur lequel se répartiront les plans de polarisation des rayons simples, pourra être considéré comme très-petit, ainsi que nous l'avons supposé.

En outre, quand on aura fait ce calcul numérique pour une certaine substance que l'on prendra comme type de ce genre d'action, si l'on veut le recommencer pour une autre substance où la loi relative de rotation des rayons simples soit la même, mais dont l'énergie, à épaisseur égale, soit différente et exprimée par k, la première étant l'unité, alors les arcs de rotation élémentaires, pour un millimètre d'épaisseur de cette nouvelle substance, ne seront plus ρ_o, ρ_r, ρ_j,..... mais ils deviendraient respectivement $k\rho_r$, $k\rho_o$, $k\rho_j$,.... Tous les autres coefficients de l'équation (C) resteront d'ailleurs les mêmes que précédemment, puisqu'ils dépendent seulement du mode général de subdivision adopté pour partager le spectre en nuances homochromatiques. Ainsi, en substituant ces nouvelles valeurs des rotations, l'équation (C) donnera une nouvelle valeur de α qui sera de la forme

$$\alpha = kme,$$

le coefficient numérique m étant le même que tout à l'heure. L'azimuth qui donne le minimum de F_e sera donc, dans chaque loi de rotation, proportionnel à l'énergie rotatoire que la substance observée exerce sur les rayons simples; il pourra conséquemment servir pour déterminer cette énergie expérimentalement. Ce résultat dérivait naturellement des considérations générales établies page 66.

Maintenant, concevons que le prisme cristallisé qui analyse la lumière transmise ait sa section principale dirigée suivant cet azimuth α, qui rend F_e un minimum; et supposons qu'on le détourne tant soit peu de cette position en avant ou en arrière. L'image F_e changera aussitôt de teinte en augmentant d'intensité; et si le minimum est bien marqué, cette double variation sera très-caractéristique. Car, d'abord, les teintes de F_e seront différentes entre elles pour les deux sens de changement d'azimuth; et en outre, l'ordre dans lequel elles se succèdent pour chaque loi de rotation, contribuant à les rendre parfaitement distinctes de toute autre, leur donne éminemment les conditions et l'identité requises, pag. 65, pour que les azimuths auxquels elles apparaissent soient, dans chaque substance, proportionnels aux épaisseurs; et puissent conséquemment servir pour établir dans chaque loi de rotation l'énergie relative des substances qui l'opèrent, tout aussi bien qu'on le ferait en observant les rotations d'un seul rayon simple.

Ce résultat s'était offert à moi dans le cristal de roche, dès mes premières recherches sur la polarisation circulaire, publiées dans les Mémoires de l'Académie pour 1812, p. 245. J'avais reconnu alors que, lorsqu'on observait les rotations dans des plaques de cristal de roche d'une épaisseur égale ou inférieure à $3^{mm},5$, on pouvait toujours tourner la section principale du prisme cristallisé dans un azimuth tel que l'image extraordinaire F_e devînt d'un bleu violacé excessivement faible en lumière; et qu'en outre cet azimuth était exactement proportionnel à l'épaisseur des plaques observées. Plus

tard, lorsque j'eus reconnu les lois de ces phénomènes de rotation, et que je sus, d'après ces lois, conclure les teintes composées de la rotation inégale des rayons simples, je fis voir, dans mon Mémoire de 1818, que l'azimuth dont il s'agit était précisément celui qui répond à la rotation moyenne du jaune du spectre, la plus brillante de toutes les nuances homochromatiques; de sorte que sa proportionnalité avec les épaisseurs résultait physiquement de cette relation. Le caractère déterminateur de la teinte F_e, propre à cet azimuth, était donc l'absence sensiblement totale des rayons jaunes dans l'image extraordinaire, ce qui devait déjà la rendre comparativement sombre. Mais en outre, ce que je ne vis pas alors et ce que nous allons démontrer tout à l'heure, la loi qui régit les rotations relatives des différents rayons simples dans le cristal de roche, rendait la faiblesse de cette image encore bien plus marquée par la proximité où l'azimuth qui la donne se trouve être de celui qui rend F_e un minimum d'intensité absolu. Or, c'était évidemment la réunion de ces deux caractères qui m'avait fait remarquer expérimentalement la teinte dont il s'agit, et qui m'avait fait découvrir la proportionnalité des épaisseurs avec les azimuths où elle se montre; proportionnalité qui, résultant d'un caractère physique propre à un seul rayon simple, se soutient fort au-delà des limites d'épaisseur où les rotations peuvent être supposées très-faibles, comme nous le montrerons bientôt d'après les faits.

Dans le cristal de roche, et dans toutes les substances auxquelles la même loi de rotation relative des rayons simples peut être sensiblement appliquée, cette teinte où le jaune

manque est toujours précédée en azimuth par un très-beau bleu; et elle est immédiatement suivie par une autre, qui se reconnaît aisément pour être le violet pourpre ou pourpre violet si éclatant et vif en lumière, que la construction neutonnienne place sur la direction commune qui confine au rouge et au violet. Cette seconde teinte, si reconnaissable par elle-même, et qui le devient encore davantage ici par l'ordre de succession où elle se montre, doit donc offrir également le rapport de proportionnalité entre les épaisseurs et les azimuths auxquels on l'obtient. Or, c'est ce que l'on peut pareillement reconnaître dans mes premiers résultats de 1812, quoique je n'eusse pas jusqu'ici remarqué cette relation.

Le caractère physique de cette teinte pourpre sera donc de rendre Y nul dans les formules des pages 59 et 64 qui représentent la construction neutonienne. En outre, lorsque nous aurons déterminé d'après cette condition l'azimuth auquel elle doit paraître, il faudra, comme conséquence résultante, que cet azimuth se trouve très-voisin de celui qui rend F_e un minimum d'intensité absolu, et qu'il réponde à une valeur d'arc un peu plus grande.

Or l'égalité de Y à zéro dans le cas des rotations très-faibles donne, d'après la page 64 :

$$(D)\qquad \begin{aligned} 0 = e\Big[&(\rho_r^2 - \rho_u^2)\, i_r c + (\rho_o^2 - \rho_i^2)\, i_o c' + (\rho_j^2 - \rho_b^2)\, i_j c''\Big] \\ - 2\alpha\Big[&(\rho_r - \rho_u)\, i_r c + (\rho_o - \rho_i)\, i_o c' + (\rho_j - \rho_b)\, i_j c''\Big]. \end{aligned}$$

Il en résultera donc pour α une valeur unique de la forme

$$\alpha = m'e,$$

m' étant un coefficient numérique indépendant de e. Ainsi, dans les limites de rotations que notre approximation embrasse, l'azimuth α du prisme cristallisé où se montrera cette teinte pourpre, sera proportionnel à l'épaisseur de la plaque. Ceci est encore une application de la conséquence générale établie page 65.

En outre, quand on aura fait ce calcul numérique pour le cristal de roche, si l'on veut le recommencer pour toute autre substance qui, avec une énergie absolue différente, suive cependant les mêmes lois de rotation relatives pour les rayons simples, il suffira, comme dans le cas du minimum, de considérer que les arcs de rotation élémentaires pour un millimètre d'épaisseur ne seront plus ρ_r, ρ_o, ρ_i,... mais deviendront respectivement $k\rho_r$, $k\rho_o$, $k\rho_j$,... tous les autres coefficients de l'équation restant d'ailleurs les mêmes. En substituant ces nouvelles valeurs des rotations, l'équation deviendra divisible une fois par k, après quoi elle donnera

$$\alpha = km'e,$$

le coefficient numérique m' étant le même que tout à l'heure. L'azimuth α sera donc ainsi proportionnel au coefficient k, c'est-à-dire à l'énergie de la rotation que la substance observée imprime aux rayons simples, ce qui est encore conforme aux résultats généraux établis pages 66 et 67.

Enfin dans le cristal de roche, et dans toutes les substances qui suivent la même loi de rotation pour les rayons simples, lorsque l'on observe la rotation moyenne du rouge à travers un verre qui ne transmet que cette espèce de nuance, si, après avoir reconnu l'azimuth moyen qui rend alors F_e le plus nul possible, on enlève le verre, on trouve toujours

que F_e, vu directement, est du plus beau bleu (1); et, dans toutes les observations, l'azimuth de ce bleu précède celui dans lequel F_e devient d'un violet bleuâtre sombre, presque nul. Cette teinte bleue précédente du minimum sera donc encore ici très-utile à déterminer théoriquement, et nous le pourrons en lui donnant pour caractère l'absence de tout rouge sensible dans sa composition.

Voilà ainsi quatre nuances bien marquées de l'image extraordinaire dont il nous faut calculer les azimuths par nos formules, en les spécifiant par les caractères physiques que nous venons d'établir, et que résume le tableau suivant.

Couleur de l'image F_e.	*Son caractère distinctif dans le cristal de roche et dans toutes les substances qui suivent les mêmes lois de rotation.*
Bleu très-beau, précédant le minimum absolu d'intensité de F_e.	Absence du rouge.
Violet-bleuâtre, ou bleu violacé, suivant le bleu et précédant le minimum d'intensité.	Absence du jaune.
Teinte correspondante au minimum d'intensité : à déterminer théoriquement.	Minimum absolu d'intensité de F_e.
Pourpre violacé suivant le minimum d'intensité de F_e.	Y nul ; confine au rouge et au violet.

(1) Pour constater ce caractère expérimentalement, il faut commencer par l'observer sur des plaques de cristal de roche perpendiculaires à l'axe, dont l'épaisseur ne soit pas moindre d'un millimètre, afin que la rotation des différents rayons simples ait dispersé leurs plans de polarisation suffisamment pour que la rotation moyenne du rouge ne se trouve pas trop voisine du minimum d'intensité absolu ; car cette proximité, qui a lieu

Il ne nous reste qu'à effectuer les calculs numériques que nous venons d'indiquer, et nous le ferons en prenant pour type le cristal de roche régulièrement cristallisé, taillé en plaques perpendiculaires à l'axe de double réfraction. Pour cela, il est nécessaire de rappeler comme éléments de ces calculs les valeurs expérimentales des arcs de rotation imprimés par ces plaques aux divers rayons simples. Je les tire de mon Mémoire de 1818, pages 58 et 82 (1).

Arcs de rotation des divers rayons simples à travers un millimètre de cristal de roche perpendiculaire à l'axe.

DÉSIGNATION du rayon simple.	ARC DE ROTATION en degrés sexagésimaux : α.	ARC DE ROTATION MOYEN de la nuance homochromatique : ρ.
Rouge extrême..............	17°,4964.	Rouge moyen : ρ_r ... 18°,9881.
Limite du rouge et de l'orangé.	20,4798.	Orangé........ρ_o ... 21,3968.
de l'orangé et du jaune.	22,3138.	Jaune.........ρ_s ... 23,9945.
du jaune et du vert....	25,6752.	Vert..........ρ_v ... 27,8606.
du vert et du bleu....	30,0460.	Bleu..........ρ_b ... 32,3088.
du bleu et de l'indigo...	34,5717.	Indigo........ρ_i ... 36,1273.
de l'indigo et du violet...	37,6829.	Violet moyen... ρ_u ... 40,8828.
Violet extrême..............	44,0827.	

dans les plaques plus minces, affaiblissant considérablement l'image F_e, la beauté du bleu qui la compose en devient beaucoup moins évidente. Quand on a ainsi observé cette teinte dans les plaques où elle est bien développée, on la suit aisément dans les plus minces, jusqu'à ce que le rapprochement excessif des plans de polarisation empêche de la discerner.

(1) Je n'ai eu besoin des valeurs de ρ dans mon Mémoire de 1818

Comme les deux dernières déterminations indiquées par le tableau de la page 89, dépendent des équations (C) et (D) que nous venons d'établir pages 83 et 87, nous commencerons par elles; et d'abord, si l'on substitue dans (D) les valeurs numériques de ρ relatives aux diverses couleurs simples, avec les valeurs des intensités i_r, i_o,... qui leur correspondent, et que nous avons données page 57, on obtiendra la valeur de l'azimuth α qui rend Y nul : on trouve ainsi

$$\alpha = e.29°,114382, \quad \text{donc} \quad m' = 29°,114382,$$

et pour toute autre substance soumise aux mêmes lois de rotation des rayons simples

$$\alpha = ke.29°,114382.$$

La valeur de m' exprime ici l'azimuth où il faut placer la section principale du prisme doué de la double réfraction pour que l'image extraordinaire donnée par une épaisseur d'un millimètre de cristal de roche perpendiculaire à l'axe

---

que pour calculer la nuance particulière de bleu, qui, pour toutes les substances soumises aux lois du cristal de roche, commence toujours la série des teintes de l'image extraordinaire, lorsque la section principale du prisme cristallisé qui analyse la lumière transmise, est dirigée suivant le plan de sa polarisation primitive, c'est-à-dire dans l'azimuth zéro. Ce calcul, que j'ai détaillé page 82 du Mémoire cité, s'y trouve affecté d'une petite erreur relative à la valeur de r, laquelle doit être $\frac{e^2}{R^2}\cdot 40060,9$ au lieu de $\frac{e^2}{R}\cdot 44391,6$. Heureusement comme cette valeur numérique de r influe relativement peu sur les résultats, les conséquences sont sans importance. Je me bornerai donc à donner ici les vrais éléments de la teinte, qui sont $U = 285°.\ 6'.\ 28''$; $\Delta = 0,2727922$; $1 - \Delta = 0,7272078$.

offre la teinte pourpre qui répond aux limites communes du violet et du rouge. Toutefois cette réalisation matérielle suppose que les valeurs $\rho e - \alpha$ dans une telle épaisseur de cristal de roche sont assez petites pour que la proportionnalité des épaisseurs aux azimuths y subsiste déja sensiblement; c'est ce qui a lieu en effet, comme nous aurons plus tard l'occasion de nous en convaincre par l'application des formules rigoureuses. Mais s'il en eût été autrement, et que la proportionnalité dont il s'agit n'eût dû commencer à être admise pour le cristal de roche qu'à une épaisseur plus faible, par exemple à un demi-millimètre, il aurait fallu considérer m' comme exprimant le double de l'azimuth qui amène F_e sur la limite du violet et du rouge dans un demi-millimètre de ce cristal. Ainsi le résultat numérique resterait toujours exact; il ne faudrait que lui adapter l'énoncé physique convenable pour le réaliser expérimentalement avec une suffisante exactitude.

Maintenant, il faut faire voir que cette teinte est en effet un pourpre, et quel mélange de blanc et de pourpre simple lui serait analogue. Pour cela, il faut calculer numériquement la valeur de F_e pour les sept nuances homochromatiques, en donnant à α la valeur $m'e$ que nous venons de déterminer. Cette substitution doit donc s'opérer d'abord généralement dans les expressions de la pag. 63, et il en résulte pour cette position spéciale du prisme.

$$r = \frac{e^2}{R^2} \cdot i_r \left(\rho_r - m'\right)^2 = \frac{e^2}{R^2} \cdot 11393{,}550,$$

$$o = \frac{e^2}{R^2} \cdot i_o \left(\rho_o - m'\right)^2 = \frac{e^2}{R^2} \cdot 3722{,}585,$$

$$j=\frac{e^2}{R^2}\cdot i_j\left(\rho_j-m'\right)^2=\frac{e^2}{R^2}\cdot\ 2621{,}338,$$

$$v=\frac{e^2}{R^2}\cdot i_v\left(\rho_v-m'\right)^2=\frac{e^2}{R^2}\cdot\ 174{,}668,$$

$$b=\frac{e^2}{R^2}\cdot i_b\left(\rho_b-m'\right)^2=\frac{e^2}{R^2}\cdot\ 1020{,}419,$$

$$i=\frac{e^2}{R^2}\cdot i_i\left(\rho_i-m'\right)^2=\frac{e^2}{R^2}\cdot\ 3073{,}797,$$

$$x=\frac{R^2}{e}\cdot i_u\left(\rho_u-m'\right)^2=\frac{e^2}{R^2}\cdot\ 15388{,}364.$$

Substituant ces valeurs dans les expressions générales de Y et X, données pag. 59, on trouve pour les éléments de la teinte F_e

$$U=0,\quad Y=0,\quad X=\Delta=0{,}5724964,\quad 1-\Delta=0{,}4275036,$$
$$N=\frac{e^2}{R^2}\cdot 37394{,}72,$$

d'où l'on déduit ceux de la teinte complémentaire F_o

$$U'=180^\circ,\quad \Delta'=\Delta\frac{N}{N'},\quad N'=658\tfrac{1}{3}-N.$$

La valeur $U=0$ est la condition même de direction que nous avons primitivement donnée à la teinte, en l'assujettissant à passer par la limite du violet et du rouge. La nullité de Y en est la conséquence immédiate, d'après laquelle nous avons déterminé α; et en effet, en introduisant notre valeur de α dans l'expression générale de Y, elle la rend nulle, sauf les dernières décimales négligées dans les logarithmes. La valeur de X s'obtient d'après son expression générale, en y introduisant les valeurs particulières de r, o, j..... relatives à l'azimuth α; et elle se trouve égale à Δ, parce que l'angle U étant

nul, la distance Δ se dirige sur la ligne même des X positives du côté du pourpre formé par le mélange du bleu et du violet. Enfin la valeur de Δ comparée à celle de $1 - \Delta$, nous apprend que la teinte F_e, donnée par nos plaques dans cette position spéciale du prisme, est équivalente pour l'œil à celle que l'on formerait en mêlant 57 parties de pourpre rouge violacé du spectre avec 43 parties de lumière blanche. Tous ces caractères de la teinte ne renfermant point l'épaisseur e, sont propres à l'azimuth α, indépendamment de l'épaisseur particulière de la plaque où on l'observe. La teinte F_e y sera donc toujours la même, quelle que soit l'épaisseur; son intensité seule croîtra avec cet élément, comme nous le montrerons plus bas.

En réduisant en nombres de la même manière l'équation (C) de la pag. 83, qui donne l'azimuth α dans lequel l'image extraordinaire F_e atteint son minimum d'intensité absolue, on trouve d'abord

$$\alpha = e . 28^\circ{,}820567,$$

conséquemment

$$m = 28^\circ{,}820567,$$

et, pour toute autre substance,

$$\alpha = ke . 28^\circ{,}820567.$$

La valeur de m exprime ici l'azimuth où il faut placer la section principale du prisme cristallisé pour obtenir le minimum d'intensité de F_e avec une plaque de cristal de roche perpendiculaire à l'axe, et ayant un millimètre d'épaisseur. Cet azimuth précède à peine de $0^\circ{,}3$ celui qui donne à F_e la teinte pourpre, limite du rouge et du violet. Ce dernier pro-

duira donc aussi une image extraordinaire d'une intensité très-faible, ce qui donnera tous les avantages que nous lui avons attribué, pag. 86. Cette même valeur de m, multipliée par ke, donnera l'azimuth correspondant du minimum de F_e pour toute autre épaisseur e comprise dans les limites de notre approximation, et pour toute substance dont l'énergie rotative serait k par rapport au cristal de roche.

En introduisant la valeur précédente de m comme nous avons introduit tout à l'heure celle de m' dans les expressions générales de r, o, j... en α, on en déduit de la même manière les intensités des sept nuances homochromatiques qui composent l'image extraordinaire dans l'azimuth du minimum. Ces intensités ont les valeurs suivantes :

$$r = \frac{e^2}{R^2} i_r \left(\rho_r - m\right)^2 = \frac{e^2}{R^2} \cdot 10742{,}01,$$

$$o = \frac{e^2}{R^2} i_o \left(\rho_o - m\right)^2 = \frac{e^2}{R^2} \cdot 3444{,}55,$$

$$j = \frac{e^2}{R^2} i_j \left(\rho_j - m\right)^2 = \frac{e^2}{R^2} \cdot 2329{,}12,$$

$$v = \frac{e^2}{R^2} i_v \left(\rho_v - m\right)^2 = \frac{e^2}{R^2} \cdot 102{,}40,$$

$$b = \frac{e^2}{R^2} i_b \left(\rho_b - m\right)^2 = \frac{e^2}{R^2} \cdot 1216{,}75,$$

$$i = \frac{e^2}{R^2} i_i \left(\rho_i - m\right)^2 = \frac{e^2}{R^2} \cdot 3336{,}70,$$

$$u = \frac{1}{R^2} i_u \left(\rho_u = m\right)^2 = \frac{e^2}{R^2} \cdot 16166{,}30.$$

En substituant ces valeurs dans les expressions générales de Y et de X données pag. 59, on en tire les éléments de la

teinte F_e propres à l'azimuth du minimum d'intensité. Ce sont

$$U = 355°.\ 44'.\ 58'', \quad \Delta = 0{,}580835, \quad 1 - \Delta = 0{,}419165,$$
$$N = \frac{e^2}{R^2} \cdot 37337{,}83.$$

et l'on en déduit les éléments correspondants de la teinte F_o qui en est complémentaire

$$U' = 175°.\ 44'.\ 58'', \quad \Delta' = \Delta . \frac{N}{N'}, \quad N' = 658\tfrac{1}{3} - N.$$

La valeur de l'angle U dirige Δ vers l'extrémité du violet le plus réfrangible, presque sur la limite de ce violet et du rouge, très-peu en-deçà de la limite qui rend Y exactement nul. La teinte F_e sera donc encore d'un ton violacé-pourpre, tel qu'on l'imiterait pour l'œil en mêlant 58 parties de violet tirant sur le pourpre, avec 42 parties de blanc ; et ici, comme pour l'azimuth du pourpre, ces caractères de la teinte seront constants, indépendamment de l'épaisseur e de la plaque où on l'observe. Il n'en sera pas ainsi de l'intensité N, dont l'expression générale montre qu'elle est proportionnelle au carré de l'épaisseur des plaques. Toutefois par cette expression même, on voit que, à épaisseur égale, l'intensité de la teinte F_e, correspondante au cas actuel, sera toujours un peu moindre que celle de F_e correspondante au pourpre ; cela tient à la condition même de minimum par laquelle nous avons déterminé la teinte actuelle, et dont le pourpre précédent se trouvait seulement très-voisin.

Si l'on veut exprimer ces intensités en parties de la lu-

mière totale transmise à travers la plaque, il faudra les diviser l'une et l'autre par $658\frac{1}{3}$; après quoi il ne restera plus qu'à y introduire l'épaisseur particulière de la plaque de cristal de roche que l'on voudra considérer. En outre, pour les réduire tout-à-fait en nombres, il faudra y remplacer le rayon R par sa valeur numérique 57,29574.

Enfin, si l'on veut étendre ce calcul à des plaques de nature différente du cristal de roche, et telles, par exemple, que leur force rotatoire sur les rayons simples, à épaisseur égale, soit exprimé par k, celle du cristal de roche étant l'unité, il faudra considérer que l'azimuth α, soit du minimum, soit du pourpre, sera proportionnel à k, l'épaisseur e restant la même. Les arcs de rotation des rayons simples ρ_r, ρ_o, ρ_j,... seront également proportionnels à k. D'après cela les expressions générales de r, o, j... relatives aux deux azimuths, prendront toutes pour coefficients k^2, et conséquemment les intensités des images extraordinaires se modifieront dans le même rapport, c'est-à-dire qu'elles deviendront, pour l'azimuth minimum

$$\frac{k^2 e^2}{R^2} \cdot \frac{37337{,}83}{658\frac{1}{3}}, \quad \text{ou} \quad k^2 e^2 . 0{,}0172766,$$

et pour l'azimuth du pourpre

$$\frac{k^2 e^2}{R^2} \cdot \frac{37394{,}72}{658\frac{1}{3}}, \quad \text{ou} \quad k^2 e^2 . 0{,}0173029;$$

de sorte que, pour avoir les nombres absolus qui les expriment, il suffira d'y mettre pour k et pour e les valeurs numériques relatives à chaque expérience. Mais cette substitution

ne sera jamais matériellement nécessaire, puisqu'il suffit de savoir, comme les formules en fournissent la preuve, que les deux azimuths dont il s'agit donneront toujours des images extraordinaires d'une intensité très-faible, quand les plaques observées resteront dans les limites de forces rotatoires supposées par nos approximations.

Jusqu'ici nous n'avons considéré que les teintes F_e de l'image extraordinaire. Celles de l'image ordinaire F_o, complémentaires des précédentes, sont caractérisées par les valeurs de U'; et l'on voit que pour le pourpre, F_o répondra au vert moyen dans la construction newtonienne, tandis que pour F_e minimum, F_o s'écartera tant soit peu de ce vert du côté du jaune.

Mais, par une condition propre à ces teintes F_o, la vivacité de leur coloration sera considérablement influencée par l'épaisseur des plaques, tandis que celle des teintes extraordinaires F_e en était indépendante. Cela tient, comme nous l'avons vu, à ce que l'expression de Δ' renferme N, et conséquemment e^2, tandis que Δ ne dépend point de cet élément.

Si l'on développe en série le rapport $\frac{N}{N'}$, d'après les expressions précédentes, on trouve

$$\Delta' = \frac{\Delta N}{658\frac{1}{3}} + \frac{\Delta N^2}{(658\frac{1}{3})^2} + \frac{\Delta N^3}{(658\frac{1}{3})^3} \cdots$$

Ceci rend sensibles les variations de vivacité dont nous parlons. En effet, N étant proportionnel à e^2, sera très-petit du

second ordre quand e sera très-petit du premier. Conséquemment pour les plaques très-peu épaisses, ou à force rotatoire très-faible, Δ' sera presque nul, c'est-à-dire que la coloration de F_o sera insensible, et l'image ordinaire paraîtra blanche. Mais, à mesure que l'épaisseur e augmentera, Δ' croîtra comme le carré de cette épaisseur. La coloration de F_o se développera donc rapidement, et sa teinte propre verte deviendra d'autant plus sensible. F_e, au contraire, deviendra seulement de plus en plus intense et abondant en lumière, sans éprouver aucun changement dans la vivacité de sa coloration, puisque Δ y reste constant.

Or ces phénomènes si singulièrement opposés dans les deux teintes sont confirmés par l'expérience dans tous leurs détails les plus minutieux, comme on peut le voir dans toutes les séries d'observations rapportées dans mes Mémoires de 1812 et de 1818; et nous aurons encore ici l'occasion d'en faire remarquer de nombreux exemples.

Il reste maintenant à effectuer des calculs numériques exactement pareils pour les deux autres teintes qui précèdent le minimum absolu d'intensité de F_e. Ici l'azimuth qui amène chacune de ces teintes est immédiatement donné par leur caractère physique, puisqu'il doit répondre à l'arc de rotation moyen de la nuance homochromatique qui doit manquer dans F_e. Si, comme tout à l'heure, nous effectuons d'abord ce calcul pour le cristal de roche considéré comme type, le tableau de la page 90 donnera les valeurs des deux azimuths pour un millimètre d'épaisseur de cette substance; et ainsi pour toute autre épaisseur e on aura

F_e privé de rouge $\alpha = e.18°,9881$;
F_o privé de jaune $F_e = e.23°,9945$.

Ces éléments étant substitués dans les expressions générales de r, o, j... donnent les résultats numériques compris au tableau suivant :

Valeurs de α..........	$e.18°,9881$	$e.23°,9945$
r............	nul.	$\frac{e^2}{R^2} \cdot 2784,9$
o............	$\frac{e^2}{R^2} \cdot 362362,6$	$\frac{e^2}{R^2} \cdot 421,0$
j............	$\frac{e^2}{R^2} \cdot 2506,4$	nul.
v............	$\frac{e^2}{R^2} \cdot 8746,8$	$\frac{e^2}{R^2} \cdot 1660,8$
b............	$\frac{e^2}{R^2} \cdot 17744,1$	$\frac{e^2}{R^2} \cdot 6912,8$
i............	$\frac{e^2}{R^2} \cdot 18359,5$	$\frac{e^2}{R^2} \cdot 9200,3$
u............	$\frac{e^2}{R^2} \cdot 53264,2$	$\frac{e^2}{R^2} \cdot 31690,1$
Somme N...........	$\frac{e^2}{R^2} \cdot 100983,6$	$\frac{e^2}{R^2} \cdot 52671,1$
Eléments de la teinte résultant U.........	297°.35′.12″	311°.59′.37″
Δ.........	0,61926	0,71585
1 — Δ.........	0,38074	0,28415
Eléments de la teinte complémentaire U′...	117°.35′.12″	131°.59′.37
Δ′........	$\frac{\Delta .\ N}{658\frac{1}{3} - N}$	$\frac{\Delta .\ N}{658\frac{1}{3} - N}$

La valeur de U contenue dans la première colonne étant appliquée sur la construction newtonienne ou comparée au tableau de la page 58, indique un indigo touchant au commencement du violet; par conséquent vif et lumineux, si le violet ne manque pas dans la lumière transmise, mais plus fort en bleu si le violet manque. La composition de cette teinte équivaut pour l'œil à celle que l'on formerait en mêlant 62 parties d'indigo violacé du spectre avec 38 parties de blanc.

Quant à la teinte F_o de l'image ordinaire, la valeur de U' indique pour elle un jaune très-approchant du jaune moyen, et s'en écartant vers l'orangé; conséquemment d'une très-bonne nature. Mais ici, comme dans les deux premiers exemples, l'expression de Δ' montre que ce jaune variera considérablement de vivacité avec l'épaisseur des plaques, étant d'abord sensiblement blanc dans les plaques à rotation très-faible, puis développant sa coloration propre à mesure que l'épaisseur deviendra plus grande, et tendant ainsi de plus en plus vers le jaune éclatant.

Ces résultats sont parfaitement conformes à ceux que donne en effet l'expérience, lorsque, après avoir trouvé par observation l'azimuth qui rend F_e sensiblement nul à travers un verre rouge, on enlève ce verre, ce qui laisse voir F_e d'un très-beau bleu; tandis que F_o est au contraire d'un jaune d'abord blanc, puis pâle, puis de plus en plus brillant à mesure que l'épaisseur *e* augmente. On peut même remarquer que le bleu de F_e qu'on voit alors, est peut-être un peu moins foncé et plus vif, que ne l'indique ici notre calcul, parce que

le verre rouge intercepte principalement les rayons voisins du rouge extrême du spectre, en exerçant une absorption moins complète sur les rayons rouges voisins de l'orangé; de sorte que l'azimuth α qui convient à son action est tant soit peu moindre que celui dont nous avons fait usage, et qui convient au rouge moyen. Or, d'après la marche même des valeurs de U, on voit que cette diminution de α doit tendre à les affaiblir et à les rapprocher davantage de la direction angulaire qui correspond au bleu pur du spectre. C'est aussi ce que confirme le calcul direct. En effet d'après les expériences rapportées dans mon Mémoire de 1818, pag. 57, le verre rouge dont j'ai fait usage, et dont je me sers encore aujourd'hui, transmet l'espèce particulière du rayon rouge qui, dans un millimètre de cristal de roche perpendiculaire à l'axe, a pour rotation $18^{\circ},414$, au lieu de $18^{\circ},9881$, qui convient au rouge moyen du spectre. Ce nouvel arc de rotation étant introduit pour α dans les formules, donne les résultats suivants :

VALEUR DE α	$e.18°,414$
r.......	$\frac{e^2}{R^2}$. 36,6
o.......	$\frac{e^2}{R^2}$. 556,1
j.......	$\frac{e^2}{R^2}$. 3114,2
v.......	$\frac{e^2}{R^2}$. 9915,3
b.......	$\frac{e^2}{R^2}$. 19306,5
i.......	$\frac{e^2}{R^2}$. 19610,1
u.......	$\frac{e^2}{R^2}$. 56094,1
N.......	$\frac{e^2}{R^2}$. 108632,9
U.......	296°.38′.47″
Δ.......	0,60320
1 — Δ....	0,39681

La valeur de U, comparée à celle que nous avons trouvée pour le rouge moyen, se trouve ainsi ramenée d'un degré vers le bleu; et ce bleu est aussi plus vif et plus abondant en lumière, toutes choses exactement conformes à l'observation.

Pour vérifier complètement l'exactitude minutieuse de ces indications des formules, il faut remarquer qu'elles supposent la lumière transmise parfaitement blanche. Conséquemment, si cette lumière est celle du ciel polarisée par réflexion sur une glace polie, comme c'est le cas plus ordinaire, il faudra, pour une exacte application des résultats numériques, que le ciel soit couvert de nuages blancs. Car si l'atmosphère est pure, la teinte de bleu qui y domine modifiera nécessairement les teintes que le calcul indique pour chaque azimuth du prisme cristallisé qui analyse les images. Particulièrement, l'indigo sombre ou confinant au violet sera ramené davantage vers le bleu, surtout si l'extrême violet manque plus ou moins dans les couleurs composantes. Or, on sait combien le violet extrême est rare à obtenir et difficile à percevoir quand l'œil n'est pas entouré d'une complète obscurité. Toutes ces conditions accessoires doivent donc conspirer ensemble pour ramener la teinte F_e de l'indigo vers le bleu dans les observations réelles.

Quant à la seconde colonne du tableau de la page 100, qui correspond à F_e privée du jaune, la valeur de U indique pour F_e une teinte violette un peu plus voisine de l'indigo que du violet moyen, conséquemment un violet bleuâtre, moins abondant en lumière que la teinte précédente, et équivalent pour l'œil à celui que l'on formerait en mêlant 72 parties de violet-bleuâtre du spectre avec 28 parties de blanc. La proportion dominante du violet, et le peu de blanc qui le relève, joint à la moindre intensité absolue de l'image, doivent concourir à la rendre sombre. La teinte

complémentaire F_o se trouve encore être ici un jaune s'écartant du jaune moyen du côté du vert, conséquemment moins franc que le précédent. D'ailleurs il variera de même avec l'épaisseur des plaques.

Pour présenter tous ces résultats dans leur succession naturelle, et faciliter leur comparaison avec les observations, je les rassemblerai dans le tableau A ci-joint, en les supposant appliqués à une substance quelconque dont l'énergie de rotation sur les rayons simples, à épaisseur égale, serait k, celle du cristal de roche étant 1.

Nous allons maintenant comparer ces résultats aux observations. Mais pour le faire judicieusement, il faut les accompagner de quelques remarques indispensables à leur application physique.

Les nombres contenus dans la troisième colonne du tableau montrent qu'il n'y a qu'une excessivement petite différence numérique d'intensité entre l'image F_e privée de jaune, et cette même image correspondante au minimum d'intensité absolu. Cette différence, pour une épaisseur d'un millimètre de cristal de roche, ne serait en effet que $\frac{7}{1000}$ de la lumière totale transmise à travers la plaque, et partagée entre les images F_o, F_e. Mais l'impression chromatique des deux teintes propres à ces azimuths intervertira, pour l'œil, cette faible inégalité numérique; car le violet bleuâtre, correspondant à l'exclusion du jaune, rendra l'image F_e sombre et languissante; au lieu que le rouge extrême, qui accompagne déja fort sensiblement l'extrême violet dans l'azimuth du minimum numérique, donnera à cette même image une vivacité

toute particulière, qui est propre au mélange de ces deux couleurs. Il pourra donc arriver que, dans des rotations très-faibles, la première teinte se trouve assombrie au point de sembler nulle, tandis que la seconde conservera pour l'œil un éclat qui la rendra appréciable; en un mot, le minimum d'impression physique produit sur l'œil dans les rotations très-faibles, répondra à l'image d'un bleu-violacé obscur, et non pas à l'image numériquement un peu moins lumineuse, mais d'une lumière plus vive qui se colore en rouge-violacé. Ceci est confirmé par l'expérience de la manière la plus décisive, comme nous allons bientôt le voir.

Mais l'exclusion totale ou presque totale du jaune dans l'image F_e aura encore une autre conséquence qui se fera sentir dans les phénomènes; c'est que l'azimuth qui l'opère étant celui d'un rayon simple, qui est le jaune moyen, les azimuths auxquels elle se réalisera dans diverses plaques d'une même substance seront rigoureusement proportionnels aux épaisseurs. Cette proportionnalité qui, pour les autres teintes voisines du minimum, n'a lieu que dans les rotations très-faibles, subsistera donc pour celle-ci aussi longtemps qu'on pourra la reconnaître, soit d'après son apparence propre, soit en s'aidant du bleu et du pourpre, qui la précèdent et la suivent immédiatement lorsqu'on fait varier l'azimuth du prisme cristallisé autour de la position qui la fait naître.

Or, que les faits soient conformes à ces indications du calcul, c'est ce que l'on peut juger par le tableau B ci-joint, où les conséquences qui s'en déduisent sont immédiatement comparées aux observations que j'ai publiées en 1812, tant

pour la teinte extraordinaire F_e que pour l'ordinaire F_o qui l'accompagne, et en est toujours complémentaire.

On peut remarquer avec quelle fidélité la coloration de l'image ordinaire F_o s'accroît graduellement avec l'épaisseur, en développant ainsi peu à peu la teinte que le calcul lui assigne vers le jaune-verdâtre. Les sept plaques qui commencent ce tableau n'ont pas été choisies actuellement par moi pour cette comparaison : ce sont les mêmes que j'avais déja signalées dans mon Mémoire de 1812, pag. 245, comme offrant l'apparition du minimum d'intensité sensible de l'image extraordinaire à des azimuths proportionnels aux épaisseurs. J'ignorais alors la relation qui rend les rotations des rayons simples réciproques aux carrés des longueurs de leurs accès; et ainsi je ne pouvais assigner le principe de la proportionnalité observée entre les épaisseurs et les azimuths du minimum d'intensité optique. Je me bornai donc à constater ce fait, et je ne pus choisir alors ces sept plaques pour exemple qu'en raison de leurs épaisseurs progressives et des soins que j'avais mis à les observer. L'ignorance où j'étais donne aujourd'hui plus de poids à l'accord de ces plaques avec le calcul. Je n'ai fait ici que joindre aux azimuths, tant calculés qu'observés, les indications physiques de la teinte correspondante, telles qu'elles se trouvent consignées dans mon Mémoire de 1812 aux pages citées dans la dernière colonne du tableau; et si l'on recourt au Mémoire même, on y verra que toutes ces teintes, marquées comme le minimum de l'intensité chromatique de l'image extraordinaire, ont été invariablement précédées d'un bleu moins sombre, et suivies d'un pourpre, conformément à

l'ordre de succession que le calcul vient de nous découvrir d'après la loi de rotation des rayons simples.

C'est même par ce caractère de succession, joint à la couleur pourpre, qu'il a été possible de discerner la teinte correspondante à F_e privé de jaune dans les trois dernières plaques, où les rotations des rayons simples sont tellement considérables, que non-seulement elles excèdent de beaucoup les limites des formules approximatives, mais encore qu'elles déterminent entre les deux images un partage de tous les rayons assez abondant pour rendre le minimum d'intensité physiquement indiscernable.

J'avais borné la comparaison aux sept premières plaques dans mon Mémoire de 1812, parce que je n'avais pas compris alors la continuité de la série des teintes F_e au-delà de l'azimuth de 90°. Aujourd'hui qu'elle nous devient évidente, j'ai retrouvé l'indication des teintes analogues dans les épaisseurs considérables, en les cherchant dans la colonne de l'image ordinaire, pour des azimuths compris entre *o* et 90°; car d'après la loi de la double réfraction, confirmée en cela par les phénomènes, ces teintes sont identiquement les mêmes que F_e doit offrir depuis 90° jusqu'à 180°. J'ai pu ainsi ajouter au tableau primitif les trois dernières plaques qui rendent la comparaison plus complète. Pour reconnaître avec évidence qu'en effet la relation des épaisseurs et des azimuths dépend ici d'une proportionnalité rigoureuse, et non pas d'une condition d'approximation particulière aux rotations très-faibles, il suffira de remarquer que, dans la dernière plaque, la plus épaisse de toutes, l'arc total de rotation sur lequel se distribuent les plans de polarisation pro-

pres des rayons simples, n'est pas moindre de 159°; commençant à 105° pour le rouge extrême, et s'étendant jusqu'à 264° pour l'extrême violet, ce qui donne 244° pour le violet moyen. Or, puisque l'azimuth α du prisme cristallisé, calculé pour cette plaque, est 144°, il s'ensuit que l'arc $\rho e - \alpha$ s'y trouve de 100° pour le violet moyen, sortant ainsi complètement des limites de toute approximation. Néanmoins, dans cette grande étendue de dispersion, non-seulement l'azimuth proportionnel $e.24$ qui est ici 143°592 exclut complètement le jaune, comme il doit le faire étant précisément déterminé par cette condition, mais encore les proportions des diverses nuances homochromatiques qu'il amène dans l'image extraordinaire F_e impriment à cette image un caractère de coloration parfaitement reconnaissable, qui remplace le minimum d'intensité optique comme indice expérimental, lorsque ce minimum n'est plus assez sensible pour être exactement observé. C'est ce que prouve le tableau C ci-joint, où les nombres de rayons simples de chaque nuance, qui doivent composer l'image F_e, sont calculés par la formule rigoureuse de la pag. 61, pour l'azimuth de 144° substitué par raison de simplicité à la valeur fractionnaire et infiniment peu différente 143°,592. On se rappelle que le nombre total des rayons lumineux composant la lumière blanche transmise à travers la plaque est supposé dans les calculs égal à 658 $\frac{1}{3}$. Pour rendre sensible la progression du partage de la lumière entre les deux images F_o, F_e, près de cette position spéciale du prisme cristallisé, on a rapporté pareillement les résultats analogues calculés de même par la formule rigoureuse pour des azimuths qui excèdent le précédent de quelques degrés,

et qui sont en conséquence un peu plus rapprochés du minimum d'intensité numérique, comme le montrent les valeurs de N qui y répondent. Afin de marquer aussi la marche des teintes F_e dans ces phénomènes à mesure que l'épaisseur augmente, on a joint au tableau leurs éléments calculés avec la même formule pour des azimuths pareils aux précédents, mais avec une épaisseur égale à l'unité; après quoi, pour faciliter la comparaison de leurs proportions avec celles qui conviennent aux plaques plus épaisses, on a reproduit ces mêmes éléments en les ramenant au cas d'une quantité de lumière égale à celle que contient F_e dans la première plaque. Enfin la dernière ligne du tableau présente les valeurs des éléments de F_e, et de F_o, calculés aussi pour l'épaisseur d'un millimètre, et pour le même azimuth, avec la formule approximative; afin de montrer qu'à l'épaisseur d'un millimètre, et conséquemment à toutes les épaisseurs moindres, cette dernière formule peut être employée sans erreur sensible pour déterminer les teintes données par les plaques de cristal de roche perpendiculaires à l'axe dans les azimuths voisins du minimum d'intensité. De là il suit que, pour toute autre substance dont le pouvoir rotatoire à épaisseur égale, comparativement au cristal de roche, serait exprimé par k, la même formule approchée pourrait être employée dans toutes les épaisseurs e qui donneraient le produit ke égal ou inférieur à un millimètre.

En examinant la première ligne du tableau, qui est calculée pour une plaque de six millimètres, on voit d'abord qu'à cette épaisseur et pour l'azimuth indiqué, la teinte F_e, calculée rigoureusement, ne contiendra en effet presque

point de jaune; seulement une partie sur 100, qui sont supposées exister en tout dans la lumière blanche transmise. La teinte F_e aura donc le caractère physique propre de privation du jaune que nous lui avons attribué.

Mais, en considérant la valeur de U qui s'y rapporte, et la comparant à celles des trois dernières lignes, on voit que sa direction d'équivalence dans le cercle chromatique de Newton diffère un peu de celle que le même caractère de privation du jaune donne dans les très-petites épaisseurs. Pour la plaque de six millimètres, la teinte F_e se rapprochera un peu davantage de l'indigo; et néanmoins elle sera beaucoup plus vive et plus lumineuse qu'on ne l'observe dans les épaisseurs très-petites; tant à cause du plus grand nombre total de rayons qu'elle renferme, comme la quatrième ligne du tableau le montre, qu'à cause d'une proportion relativement double de rayons rouges qu'elle se trouve déja contenir, comme on le voit par la cinquième ligne, ce qui doit augmenter son éclat.

Cette légère différence de composition que la teinte F_e éprouve en passant des petites épaisseurs aux grandes pour des azimuths proportionnels, est sans importance dans les observations. Ce qui importe, c'est que, pour la même plaque, lorsqu'on tourne successivement le prisme cristallisé dans des azimuths divers, voisins de celui qui prive le mieux F_e de jaune, on puisse reconnaître la teinte particulière, et conséquemment l'azimuth qui remplit cette condition. Or, d'après notre tableau, la succession est évidente, et le choix indubitable. Car, par exemple, pour la plaque de six millimètres, si l'on essayait d'abord de déterminer F_e pour des

azimuths sensiblement moindres que 144°, le calcul, comme l'observation, donneraient F_e purement bleu, conséquemment trop éloigné du pourpre; et, au contraire, pour des azimuths un peu plus considérables, tel que celui de 150°, par exemple, la proportion rapidement croissante des rayons rouges commencerait à se faire sentir assez fortement pour faire reconnaître que l'on a dépassé l'azimuth cherché. Supposons que, sans plus de recherche, on se fût fixé entre ces deux limites pour la plaque que nous considérons. Alors, en divisant l'une et l'autre par l'épaisseur 5,983, on trouvera par la première 24°,07, par la seconde 25°,07 pour l'arc de rotation moyen correspondant aux rayons jaunes dans une épaisseur d'un millimètre; ce qui différerait à peine du résultat que l'on déduirait de l'observation immédiate faite sur ces rayons mêmes, ou de leur relation d'accès avec les rayons rouges. Mais, dans les expériences réelles, il est bien facile de se tenir plus rapproché du premier azimuth, tant la vivacité du rouge violacé produit sur l'œil un effet sensible dès que l'on commence à le faire paraître. Ainsi en se tenant attentif à ce caractère, on obtiendra avec la lumière naturelle des nuées, autant de précision, plus peut-être que si l'on observait immédiatement le jaune simple; lequel, outre la difficulté de sa préparation, ne pourrait jamais atteindre un si vif éclat, ni offrir des indices de limites d'une pareille délicatesse.

En revenant de ces rotations considérables aux rotations très-faibles, dans lesquelles la teinte F_e correspondante à la rotation du jaune devient sensible non-seulement par sa coloration, mais encore par son excessive faiblesse qui la rend

presque évanouissante, on voit que la réunion de ces deux caractères est une conséquence mathématique de la rotation inégalement opérée dans les plans de polarisation des rayons simples; qu'ainsi là où ces caractères existent, la rotation de ces plans a certainement lieu, et peut même être mesurée en intensité par l'arc azimuthal auquel ils correspondent pour l'unité d'épaisseur, précisément comme si l'on eût observé la rotation d'un rayon simple, identique en réfrangibilité au jaune moyen. Ce résultat final des recherches précédentes est d'une continuelle application pour découvrir l'existence de la rotation, et pour obtenir sa mesure dans les substances où cette propriété n'existe qu'à un degré très-faible; car alors l'emploi du verre rouge, qui éteint considérablement les images transmises, donnerait ces deux éléments d'une manière bien moins sûre, ou même les dissimulerait complètement; et c'est ce motif important d'application physique qui m'a décidé à établir les résultats précédents avec tant de détail.

Détermination expérimentale de la force rotatoire apparente et moléculaire dans des plaques d'une épaisseur et d'une nature donnée.

Cette détermination peut s'obtenir par deux procédés,

1° En observant l'arc de rotation d'un rayon simple à travers une épaisseur connue de la substance que l'on veut éprouver : l'application de cette méthode n'est bornée à aucune limite d'épaisseur;

2° En observant l'azimuth qui donne F_e privé de jaune dans des plaques dont l'action rotatoire soit assez faible pour

que l'on y puisse discerner avec une suffisante exactitude la teinte F_e qui remplit cette condition.

Le premier de ces deux procédés d'observation se réalise, sinon rigoureusement, du moins avec une précision toujours suffisante, par l'interposition de l'espèce de verre rouge qui ne laisse presque uniquement passer que des rayons voisins du rouge extrême. Seulement il faut alors limiter assez l'épaisseur de la plaque pour que la faible inégalité de réfrangibilité qui existe encore entre les rayons rouges admis par le verre ne disperse pas leurs plans de polarisation sur un trop grand arc. Cette condition de limite a été expliquée plus haut, pages 75 et 79, avec toutes les autres circonstances pratiques qui peuvent rendre l'observation exacte.

Nommons α l'arc moyen de rotation, ainsi observé à travers l'épaisseur e; et soit $[\alpha]$ l'arc relatif au même système de rayons simples qui s'observerait dans la même substance à travers une épaisseur d'un millimètre, que nous supposons toujours être celle que l'on prend pour unité. Ces arcs, par la loi fondamentale du phénomène, sont rigoureusement proportionnels aux épaisseurs; on aura donc évidemment:

$$[\alpha]e=\alpha;\quad \text{d'où}\quad [\alpha]=\frac{\alpha}{e};$$

l'arc élémentaire $[\alpha]$ sera ainsi connu.

Or l'arc analogue est pareillement connu pour le même système de rayons, dans le cristal de roche, d'après les expériences contenues dans mon Mémoire de 1818, dont j'ai rapporté plus haut les résultats, pag. 90. Soit $[a]$ ce second arc, correspondant aussi à $e=1$. Si l'on veut prendre pour unité la force rotatoire exercée par le cristal de roche, et

représenter par k celle de la substance qu'on lui compare, on aura évidemment

$$k = \frac{[\alpha]}{[a]}; \quad \text{d'où} \quad k = \frac{\alpha}{[a].e};$$

de sorte que le rapport k pourra être ainsi calculé numériquement, puisque les trois éléments qui le composent sont observables.

Pour obtenir ce même rapport, d'après l'observation de l'azimuth α qui donne F_e privé de jaune, il faut se rappeler qu'il est lié à cet azimuth par la relation démontrée, pag 84,

$$\alpha = kme,$$

où α représente l'azimuth observé, e l'épaisseur de la plaque en millimètres, et m l'azimuth qui donne F_e privé de jaune dans une plaque de cristal de roche perpendiculaire à l'axe, ayant un millimètre d'épaisseur. Nous avons vu, pages 90 et 100, que la valeur de m, donnée par les expériences, est 23°,9945. On aura donc, en observant α:

$$k = \frac{\alpha}{e.23°,9945},$$

seulement il faudra que l'épaisseur e soit bornée à des limites où la teinte F_e soit discernable avec les caractères que nous lui avons attribués. Cette condition étant supposée remplie, l'expression actuelle du coefficient k s'accorde avec la précédente dans sa forme, et dans le principe qui lui sert de base, car le nombre 23°9945 est la valeur même de $[a]$ pour les rayons jaunes.

Mais ceci ne donne encore que le rapport des forces totales

qui sont immédiatement observables dans l'état actuel de densité des substances comparées, en considérant chaque substance en masse. Pour conclure de là le rapport *des forces moléculaires* qui produisent ces résultantes, il faut réduire ces relations à ce qu'elles seraient dans la supposition d'une commune densité. Afin d'embrasser à la fois tous les cas de ce genre qui peuvent se réaliser, nous concevrons que la substance qui produit la rotation ne soit pas pure, mais qu'elle se trouve dissoute ou mélangée dans une autre plus ou moins liquide qui n'exerce point ce genre d'action. Supposons qu'elle entre ainsi dans chaque unité de poids du mélange pour une fraction exprimée par ε, et que la densité observable de ce mélange soit δ; nommons alors $[\alpha]$ l'arc de rotation que la substance active, employée à l'état de pureté, produirait sur une certaine espèce de rayons simples avec une épaisseur d'un millimètre, si elle était réduite à une densité égale à 1. Maintenant, avec la densité δ et l'épaisseur e, elle imprimera aux mêmes rayons une rotation exprimée par $[\alpha]e\delta$. Mais puisqu'elle n'entre dans le mélange que pour la fraction ε sur chaque unité de poids, l'arc réel de rotation à travers l'épaisseur e devra être réduit dans la même proportion, c'est-à-dire qu'il sera simplement $[\alpha]e\varepsilon\delta$. Or, puisqu'on l'observe égal à α, on aura

$$\alpha = [\alpha]\, e\varepsilon\delta,$$

d'où l'on conclura

$$[\alpha] = \frac{\alpha}{e\varepsilon\delta}.$$

Cette valeur de $[\alpha]$, ainsi ramenée à des termes exactement comparables pour toutes les substances, nous donne la mesure de ce que j'appellerai *la force de rotation moléculaire.*

Si l'épaisseur e, soumise à l'observation, est entièrement composée de la substance active, ε devient égal à l'unité; de sorte que la formule embrasse tous les cas possibles.

Pour le cristal de roche, par exemple, en l'observant sous sa densité actuelle, que nous nommons d, représentons par a l'arc de rotation qu'il produit avec une épaisseur d'un millimètre sur l'espèce de rayons simples qu'on prend pour sujet d'observation. Alors si $[a]$ exprime la force de rotation moléculaire de ce cristal, considéré tout entier comme substance active, il faudra supposer $e = 1$ et $\varepsilon = 1$ dans la formule précédente; de sorte qu'elle donne pour ce cas

$$[a] = \frac{a}{d}.$$

Maintenant, si l'on veut prendre l'action moléculaire du cristal de roche perpendiculaire à l'axe pour l'unité de ce genre de forces, et exprimer par $[k]$ l'action analogue de toute autre substance douée de la même propriété, on aura

$$[k] = \frac{[\alpha]}{[a]},$$

conséquemment

$$[k] = \frac{\alpha . d}{a e \varepsilon \delta};$$

alors tous les éléments du second membre étant des quantités connues ou observables, on pourra comparer ainsi toutes les substances les unes aux autres dans leur état moléculaire. Il est presque superflu de rappeler que les arcs azimuthaux α et a doivent être relatifs à un même système de rayons simples, ou à l'absence d'un même système de ces rayons dans l'image F_e.

Pour donner un exemple de cette méthode qui servira aussi à en confirmer l'exactitude, je l'appliquerai à trois séries d'observations faites sur autant de dissolutions aqueuses de sucre de canne candi, faites en proportions diverses, et toutes trois observées avec le verre rouge dans un même tube fermé par des verres à faces parallèles, conséquemment à travers d'égales épaisseurs. Le sucre employé était pareillement identique dans les trois cas, étant pris sur un même groupe de cristaux très-purs. Je joins ici le tableau numérique de ces éléments des expériences, avec les arcs de rotation respectivement observés dans chacune d'elles à travers le verre rouge que j'ai plus haut spécifié. Le tube avait 152[mes] de longueur.

NATURE de la substance active.	SA PROPORTION dans l'unité de poids de la dissolution : ε	DENSITÉ de la dissolution, celle de l'eau pure étant l'unité : δ	ARC DE ROTATION observé avec le verre-rouge à travers une épaisseur de 152[m] : α
N° 1. Sucre de canne candi.	0,24999	1,10525	+ 23°.28′.45″ ↗
N° 2. Le même.	0,50055	1,23109	52°. 7. 30
N° 3. Le même.	0,65064	1,31141	70°. 11. 15

L'épaisseur e ayant été dans les trois cas la même, et égale à 152[mes], nous calculerons d'abord les valeurs numériques de $[\alpha]e$, ou $\frac{\alpha}{\varepsilon\delta}$, qui devront se trouver les mêmes pour les trois dissolutions, puisque la substance active y était la même. Or en effet cette égalité se vérifie aussi exactement qu'on peut l'espérer dans de semblables expériences; car en effectuant le calcul, on trouve pour $[\alpha]e$, les valeurs suivantes :

VALEUR de $[\alpha] e$ ou $\frac{\alpha}{\varepsilon \delta}$	EXCÈS des valeurs partielles autour de la moyenne.
N° 1 .... 84°,980	+ 1°,038
N° 2 .... 84 ,587	+ 0 ,641
N° 3 .... 82 ,258	— 1.684
Moyenne... 83 ,942	

Les écarts des résultats partiels autour de la moyenne sont d'un ordre de petitesse qu'il serait très-difficile d'éviter dans ce genre d'expériences. On le pourrait cependant avec de grands soins, s'il y avait quelque intérêt de le faire ; et ici particulièrement on peut présumer que les oscillations des résultats eussent été un peu moindres, si l'on eût pulvérisé ensemble une masse de cristaux, d'où l'on aurait tiré ensuite les quantités diverses qui entraient dans les trois dissolutions ; au lieu de former celles-ci de cristaux différents qui, bien que pris dans un même groupe et voisins les uns des autres, pouvaient cependant, selon leurs diverses grosseurs, retenir des proportions un peu inégales d'eau combinée. Mais on n'a pas cru devoir recommencer les expériences pour leur donner ce dernier perfectionnement, les résultats, tels qu'ils sont, étant bien suffisants pour montrer la constance de l'action moléculaire, ainsi que la certitude de sa détermination d'après des proportions diverses, seule chose que je me proposais ici d'établir. Néanmoins, pour faire sentir combien cette réduction à un état moléculaire est indispensable

pour tirer des conclusions comparables des observations, je rapporterai ici les tableaux des séries de teintes données par ces trois dissolutions dans les divers azimuths, quand on les observait à travers le prisme cristallisé. On verra ainsi combien ces séries sont différentes, et l'on concevra la certitude des réductions qui en déduisent des résultats aussi semblables que ceux que je viens de présenter.

Non-seulement ces trois séries de teintes si différentes entre elles décèlent et reproduisent la même force moléculaire, comme on l'a vu dans la page précédente, lorsqu'on y compare les arcs de rotation du rouge simple, mais encore, en partant de la rotation observée de ce rouge, on peut y retrouver les teintes correspondantes à F_e privé de jaune, avec tous leurs caractères distinctifs, et aux azimuths précis que nous leur avons assignés plus haut.

En effet, l'azimuth de F_e privé de jaune étant, comme nous l'avons vu, de 24° dans une épaisseur d'un millimètre de cristal de roche, où la rotation du rouge transmis par notre verre est 18°4, il n'y a qu'à multiplier ici les trois azimuths observés de ce rouge par le rapport $\frac{240}{184}$ ou $\frac{30}{23}$, et l'on devra retrouver les azimuths où la teinte généralement correspondante à F_e privé de jaune a dû se montrer dans nos trois séries. Or ce calcul effectué donne les résultats suivants, que l'on a respectivement rapprochés des teintes amenées par l'observation:

[ind]ICATION [de la d]issolution.	AZIMUTH de F_e nul à travers le verre rouge : observé.	LE MÊME multiplié par le rapport $\frac{30}{23}$	TEINTES des deux images correspondantes à ce second azimuth dans les trois séries. IMAGE ordinaire observée F_o	IMAGE extraordinaire observée F_e
1.	23°.479	30°.625	28° : Blanc sensiblement à peine jaunâtre. 31°.30′ : Blanc sensiblt.	Bleu très-peu violacé déja un peu sombre. Violet un peu plus sombre.
2.	52°.125	67°.988	60° : Jaune paille pâle. 69°.15′ : Blanc à peine jaunâtre.	Indigo foncé sombre. Violet-bleuâtre.
3.	70°.687	92°.200	90° : Jaune un peu verdâtre. 95° : Jaune un peu verdâtre.	Bleu un peu violacé. Violet-rougeâtre.

On voit avec quelle fidélité, dans ces trois séries de teintes si différentes entre elles, la teinte correspondante à F_e privé de jaune vient se produire aux azimuths précis marqués par le calcul, en y développant dans les deux images les mêmes caractères physiques que la composition des rotations élémentaires nous a montrés plus haut devoir lui appartenir. L'accord est d'autant plus frappant, qu'à l'époque où ces observations furent faites, les considérations théoriques que nous leur appliquons n'étaient ni arrêtées dans mon esprit, ni

même étudiées complétement; et c'est ce qui fait que les termes de la série des teintes, près des azimuths calculés, ne sont pas aussi serrés que j'aurais pris soin de les faire, si j'avais eu en pensée leur vérification. Cependant les seules teintes observées suffisent pour montrer que, même dans les rotations d'une énergie considérable, la teinte F_e privée de jaune peut se discerner aisément et avec certitude, se trouvant toujours suivre le plus beau bleu, et précéder le violet qui commence à se teindre de rouge. Or, en s'attachant à ce caractère distinctif, on pourrait déduire, de ces seules teintes ainsi observées, les azimuths de F_e privé de jaune avec une très-suffisante exactitude; après quoi, en les multipliant par $\frac{23}{30}$, on en conclurait les arcs du rouge simple dans les trois séries, comme si on les eût observés réellement. Cette vérification si complète suffira désormais pour nous autoriser à de telles déductions, lorsque la faiblesse de la rotation dans les substances observées permettra seulement de constater son existence par le développement de l'espèce de coloration qui lui est propre, sans pouvoir armer l'œil du verre rouge qui, dans les rotations très-faibles, jetterait trop d'incertitude sur les observations de l'azimuth où F_e est nul.

Une autre conséquence importante doit encore se conclure de ces résultats. Le rapport $\frac{30}{23}$ que nous venons d'employer entre les arcs de rotation des rayons jaunes, et des rayons rouges transmis par notre verre, nous a été donné par les expériences sur le cristal de roche; mais il n'est réellement que le rapport inverse des carrés des longueurs d'accès propres aux deux rayons dont il s'agit. Or puisque son emploi, déja si exact dans les plaques de cristal de roche, comme

nous l'avons plus haut fait voir, se trouve encore exister avec une égale précision dans les dissolutions de sucre, comme nous venons de le constater, c'est une preuve matérielle que la loi des rotations réciproques aux carrés des accès est commune à ces deux substances, malgré leur composition si différente; propriété remarquable dont j'avais déja établi la réalité en 1818 par des considérations expérimentales différentes de celles que je viens de rapporter.

Le pouvoir de rotation moléculaire du sucre de canne cristallisable se trouvant déterminé par les expériences qui précèdent, on peut aisément en déduire la rotation α que produirait une épaisseur e de toute dissolution dans laquelle ce même sucre entrerait pour une proportion connue ε, δ étant la densité pareillement connue du mélange. Il suffit pour cela de considérer, dans les recherches précédentes, la quantité α comme étant à déterminer d'après ces données. On peut même, pour toutes les proportions inférieures à celles dont nous avons fait usage, simplifier cette recherche en interpolant les trois densités que nous avons rapportées, et déduisant de ce calcul les densités des dissolutions moins chargées, ce qui dispenserait de les observer. Et cela sera d'autant moins sujet à erreur que, d'une part, ces densités se prêtent très-bien à l'interpolation, et que, de l'autre, leur valeur se rapproche toujours de plus en plus de l'unité à mesure que la rotation devient moindre, ce qui rend alors leurs variations presque sans influence sur les résultats observables. Comme ces déterminations nous seront plus tard utiles pour apprécier comparativement les quantités de sucre naturellement contenues dans les sucs végétaux, j'en ai construit ici la table pour des proportions variées depuis 0,01 de sucre jusqu'à

0,15. En outre, dans le calcul numérique de α, j'ai pris la longueur e du tube égale à 160^{mm}, cette dimension étant celle dont j'ai fait usage le plus fréquemment.

J'ai d'abord interpolé les trois densités données par l'expérience au moyen de la formule parabolique

$$\delta = 1 + a\varepsilon + b\varepsilon^2,$$

dans laquelle a et b représentent deux constantes numériques. Pour ce calcul j'ai réuni en une seule les équations de conditions données par les deux dissolutions les moins chargées. On trouve ainsi

$$a = 0{,}38991\,; \qquad b = 0{,}13624.$$

Alors, en se donnant ε de centième en centième, et calculant les valeurs correspondantes de δ par cette formule, on trouve, pour les rotations dans un tube de 160^{mm}, les nombres suivants qui sont exprimés en degrés sexagésimaux et fractions décimales de ces degrés.

Tableau des rotations imprimées au plan de polarisation du rayon rouge transmis par un verre coloré à l'aide du protoxide de cuivre, lorsque ce rayon traverse une épaisseur de 160^mm de dissolution de sucre de canne dans l'eau distillée.

PROPORTION de sucre de canne dans l'unité de poids de la dissolution.	DENSITÉ de la dissolution, la densité de l'eau distillée étant l'unité.	ROTATION du rayon transmis par le verre rouge, à travers une épaisseur de 160^mm de la dissolution.
0,01	1,004	0°,888
0,02	1,008	1 ,783
0,03	1,012	2 ,684
0,04	1,016	3 ,593
0,05	1,020	4 ,509
0,06	1,024	5 ,433
0,07	1,028	6,363
0,08	1,032	7 ,300
0,09	1,036	8 ,244
0,10	2,040	9 ,196
0,11	1,045	10 ,153
0,12	1,049	11 ,128
0,13	1,053	12 ,104
0,14	1,057	13 ,087
0,15	1,062	14 ,079
0,25	1,105	24 ,413
0,50	1,231	54 ,450
0,65	1,311	75 ,394

Les trois dernières densités sont celles qui ont été immédiatement observées dans nos trois expériences citées plus haut; et les rotations correspondantes sont calculées d'après le pouvoir de rotation moléculaire moyen que nous en avons déduit comme nous l'avons expliqué. Ces derniers nombres reposent donc immédiatement sur l'expérience, et les autres s'en déduisent rigoureusement avec le seul accessoire des densités interpolées.

Invariabilité de la force rotatoire moléculaire d'une même substance, dans les deux états de solidité et de simple dissolution.

Si, dans les formules précédentes, on suppose ε égal à l'unité, la valeur qui en proviendra pour α exprimera la rotation qu'opérerait la substance active, dans le cas où elle serait observée pure, avec la densité δ et l'épaisseur e. En conséquence, si l'on donne à ces deux éléments les valeurs qu'ils auraient dans une plaque solide de la substance que l'on considère, l'expression de α, fondée sur les seules rotations observées à l'état liquide, fera connaître celles que la plaque solide devra opérer, du moins lorsque le passage de la substance à l'état de solidité ne changera point la constitution individuelle de ses particules. La nécessité de cette déduction résulte évidemment de ce que les phénomènes de rotation sont essentiellement moléculaires. Néanmoins il est bon d'examiner si elle est confirmée par l'expérience, avec la restriction que nous lui avons donnée.

Pour cela il faut trouver un corps doué de la propriété rotatoire qui puisse être obtenu transparent dans l'état de solidité comme de dissolution, et qui, en devenant solide, n'exerce

pas la double réfraction à deux axes. Les premières conditions sont évidentes, mais la dernière n'est pas moins indispensable. En effet, si l'on considère, par exemple, le cristal de roche qui est doué du pouvoir rotatoire et qui n'a qu'un axe, lorsqu'on veut y observer les phénomènes de la polarisation circulaire sans mélange d'autres effets, il faut que le rayon polarisé transmis à travers le cristal suive exactement l'axe de double réfraction. Car, hors de cette direction précise, l'espèce particulière de polarisation, qui accompagne toujours la réfraction double, commence à s'opérer en même temps que la propriété rotatoire s'exerce, de sorte que le rayon transmis se partage entre ces deux modes de polarisation dans des proportions inégales; et en suivant la combinaison de ces deux effets dans une même plaque à faces parallèles, taillée perpendiculairement à l'axe de double réfraction, on voit qu'à mesure que le rayon transmis devient plus oblique à l'axe, la portion de ce rayon qui offre les symptômes de la polarisation circulaire, diminue graduellement jusqu'à devenir enfin insensible au-delà de certaines inclinaisons; de sorte qu'alors tout le faisceau transmis n'offre plus que la polarisation plane, dépendante du cristal comme cristal. En étendant ces observations aux cristaux à deux axes, on peut prévoir que la séparation de ces lignes devra y dissimuler les phénomènes de la polarisation circulaire, jusqu'à les rendre tout-à-fait insensibles si l'ouverture des axes est considérable; car la direction du rayon polarisé, quelle qu'elle puisse être, s'écartera toujours au moins de l'un d'entre eux. Or, en effet, le sucre de canne solide et cristallisé, qui est un cristal à deux axes, ne laisse pas apercevoir les phénomènes de la polarisation circulaire, même

quand le rayon suit un de ses axes, quoiqu'il les produise très-énergiquement lorsqu'il est dissous dans l'eau. Tout au plus ai-je quelquefois soupçonné de faibles traces d'une telle polarisation dans les branches curvilignes sur lesquelles la double réfraction dépendante des deux axes ne trouble point la direction primitive du rayon transmis. Car ces branches, qui devraient paraître absolument noires, et qui sont en effet telles dans tous les cristaux à deux axes dépourvus de puissance rotatoire, m'ont paru offrir, dans le sucre, quelques indices de lumière colorée, laquelle s'y trouvant déviée de sa polarisation primitive, semblait ne pouvoir l'être que circulairement. Mais ces indices étaient trop faibles pour que l'on pût y constater les caractères de ce genre de polarisation, et en conclure avec certitude qu'il y existât.

Heureusement le sucre de canne peut être obtenu solide, transparent et non cristallisé, ce qui réalise complétement les conditions exigées pour la vérification expérimentale de son pouvoir rotatoire dans cet état. On l'obtient tel en concentrant convenablement par l'ébullition une solution aqueuse bien pure et transparente, que l'on coule chaude dans des flacons de verre à parois planes et parallèles, ou mieux encore dans une petite cuve en glace de forme rectangulaire. Lorsque la concentration a été poussée assez loin, le liquide en se refroidissant se prend en une masse solide, transparente, devenant bientôt aussi dure que la pierre si on la défend du contact de l'air humide, et qui, dans cet état, n'offre aucune trace de double réfraction, même à travers des angles réfringents de 90°. Or tous les morceaux ainsi obtenus exercent la polarisation circulaire,

ce qui achève de montrer que la double réfraction seule empêche ce phénomène de se manifester dans le sucre de canne, lorsqu'on l'observe à l'état de cristal, de même qu'elle l'anéantit dans le cristal de roche, quand le rayon transmis est rendu suffisamment oblique à l'axe unique de ce minéral. Ayant mesuré la rotation que le sucre ainsi préparé exerce à travers des épaisseurs connues, il suffit de déterminer sa densité dans cet éclat pour en conclure par notre formule générale son pouvoir rotatoire moléculaire correspondant à l'unité de densité et d'épaisseur. Alors si on le fait dissoudre dans l'eau en proportion connue, et qu'on détermine de même la densité de la solution ainsi que son action rotatoire, les mêmes formules appliquées à ces nouveaux éléments donneront son pouvoir moléculaire à l'état liquide, d'où l'on pourra connaître si en effet ce pouvoir est constant ou variable en passant de la liquidité à la solidité. Voici les détails d'une expérience faite sur le plan que je viens d'exposer.

Le sirop concentré fut en partie versé et solidifié dans une petite cuve rectangulaire en glace, dont les dimensions parallèlement à la base étaient $37^{mm},3$ et $24^{m},6$. Les rotations observées avec le verre rouge dans le sens de ces deux dimensions se trouvèrent être $+ 24^{\circ},225$ et $+ 15^{\circ},5417$, par des moyennes entre plusieurs couples d'observations qui s'accordaient. Ces rotations étaient l'une et l'autre dirigées vers la droite. Un flacon préalablement pesé, et contenant un poids connu d'eau, avait été un peu plus que rempli du même liquide chaud versé dans la cuve. La solidification étant opérée, on nivela le sucre à l'orifice du goulot, de même que l'eau avait été pesée; et pesant de nouveau avec

le sucre, on obtint la pesanteur spécifique de celui-ci, égale à 1,5092, celle de l'eau distillée étant l'unité.

Le reste du même sirop concentré, étant encore chaud et liquide, fut versé sur un marbre où il se prit bientôt en une masse solide que l'on roula sur elle-même en forme de cylindre. De cette masse, on prit après le refroidissement 49^g,588 qui furent dissous dans 49^g,439 d'eau distillée, formant ainsi une liqueur limpide dans laquelle la proportion de sucre était $\frac{49,588}{99,027}$ ou 0,50075; la densité de cette liqueur fut mesurée et se trouva 1,22676, celle de l'eau distillée étant l'unité; enfin on mesura aussi sa rotation à travers le verre rouge dans le tube de 160^mm, et elle fut de 43°,600 par une moyenne entre cinq couples d'observations.

En appliquant à ces derniers éléments les dénominations que nous avons adoptées dans les formules qui donnent le pouvoir rotatoire moléculaire, nous aurons

la proportion de sucre dans la dissolution... $\varepsilon = 0,50075$
densité de la dissolution.................... $\Delta = 1,22676$
son pouvoir rotatoire absolu................ $\alpha = 43,600$
longueur du tube d'observation............. $e = 160^{mm}$

et ces données étant introduites dans la formule

$$[\alpha] = \frac{\alpha}{e\varepsilon\delta},$$

on en tire

$$[\alpha] = \frac{70,975}{160}.$$

C'est le pouvoir moléculaire de ce sucre conclu de l'état de liquidité où il se trouvait dans la solution. J'y ai laissé l'épais-

seur e en évidence au dénominateur pour ne pas trop atténuer les résultats.

Maintenant, pour connaître si ce pouvoir convient également à l'état solide, il n'y a qu'à retourner la formule en y employant cette valeur de $[\alpha]$ comme connue, et y introduisant celles de e, ε, δ, qui conviennent à l'observation du sucre solide. Dans ce calcul les valeurs de e seront les deux dimensions intérieures de la petite cuve; δ sera 1,5092; et il faudra faire $\varepsilon = 1$, puisque la substance active est observée pure. On aura ainsi les résultats suivants :

ÉPAISSEUR.	ARC DE ROTATION à travers le verre rouge : α		EXCÈS DU CALCUL.
	CALCULÉ.	OBSERVÉ.	
37,3	+ 24,97	+ 24,23	+ 0°,74
24,6	+ 16,47	+ 15,54	+ 0°,93

Les rotations observées dans l'état de solidité se trouvent ainsi un tant soit peu plus fortes que celles que l'on déduirait de l'état liquide. Mais la différence n'atteint pas 1°, et les personnes qui ont observé des directions absolues de polarisation savent combien il est difficile de les déterminer jusqu'à ce degré d'exactitude. En outre, la solidification librement effectuée dans la petite cuve a pu ne pas opérer entre les particules un rapprochement tout-à-fait aussi intime que celui qui a eu lieu dans la couche versée mince sur le marbre, laquelle a été employée pour la dissolution. Enfin cette dernière formait la couche inférieure du sirop tenu en

liquéfaction par la chaleur, au lieu que la portion versée dans la cuve venait de la surface, ce qui pouvait la rendre un peu moins dense. Toutes ces causes conspiraient ainsi pour donner au sucre de la cuve une action plus faible, et elles me paraissent abondamment suffire pour justifier le petit écart que nous trouvons dans ce sens. Je crois donc pouvoir considérer cette expérience comme établissant la constance du pouvoir de rotation moléculaire dans les deux états de liquidité et de solidité, lorsque le mode de liquéfaction appliqué à la matière active n'altère point sa constitution moléculaire, condition en effet indispensable pour qu'une comparaison soit possible, et qui sans doute se trouvait ici remplie par la simple dissolution à froid dans l'eau.

Expériences pour déterminer si la coloration des liquides exerce quelque influence sur leur propriété rotatoire.

On sait que dans les cristaux colorés doués de la double réfraction, les deux faisceaux dans lesquels la lumière blanche se divise sont inégalement colorés à leur émergence, soit parce que les rayons de diverses couleurs se partagent inégalement entre les deux réfractions, soit qu'ils se trouvent absorbés en proportion différente dans les deux faisceaux différemment réfractés.

J'ai voulu examiner si quelque effet analogue aurait lieu dans la polarisation circulaire que les liquides colorés exercent, et pour cela j'ai fait deux sortes d'épreuves en quelque sorte inverses, lesquelles ont consisté à mesurer l'action rotatoire d'un même liquide d'abord incolore, puis teint par l'addition d'une matière colorante inactive, ou d'abord co-

loré, puis rendu incolore par la filtration à travers du charbon animal.

J'ai appliqué le premier mode d'expérience à l'essence de térébenthine. Une certaine quantité de cette essence, rectifiée par la distillation, fut teinte fortement en jaune par le curcuma; et une autre portion tirée du même flacon le fut en rouge foncé par la cochenille. La première, observée à travers une épaisseur de 183^{m} avec le verre rouge décrit plus haut, donna une déviation de 40° vers la gauche, ou 40° ↖. La seconde, dont la teinte à travers cette épaisseur paraissait simple et analogue au rouge extrême, donna, étant vue sans verre, une déviation exactement pareille. Enfin une troisième portion, observée dans son état primitif absolument incolore, à travers le même verre rouge, donna aussi 40° ↖, comme les deux autres.

Quoique j'eusse mis beaucoup de soin à ces observations, cependant à l'époque où je les fis, je n'avais pas encore imaginé de fixer l'azimuth des déviations par la moyenne des limites où l'image F_e devient insensible; et je me bornais à prendre directement, aussi bien qu'il m'était possible, le milieu de l'intervalle où on cesse de l'apercevoir. En conséquence, je crus devoir recommencer la même expérience par cette méthode plus exacte, en la bornant toutefois à la comparaison de l'essence incolore avec l'essence colorée par la cochenille; et comme il faut faire bouillir un moment l'essence pour lui incorporer la matière colorante, j'eus soin de faire bouillir de même, pendant un temps égal, l'essence incolore, afin que la comparaison fût plus parfaite. J'observai l'une et l'autre dans un tube de...., mais la première seulement à l'œil nu,

parce que son rouge foncé paraissait sensiblement simple, au lieu que pour la seconde, l'incolore, j'employai un verre rouge différent de celui qui me servait d'ordinaire, quoique pareillement très-voisin du rouge extrême. Celui-ci, par une moyenne entre cinq couples d'observations correspondantes, me donna 38°,791 ↖ pour la déviation de sa teinte rouge dans l'essence incolore, tandis que le rouge de l'essence colorée, vu directement, se trouva complétement polarisé dans l'azimuth 38°,350 ↖ par une moyenne entre six couples d'observations. La petite différence de ces deux résultats peut tenir à ce que les deux nuances de rouge n'étaient probablement pas tout-à-fait identiques; mais je n'oserais pas non plus affirmer qu'elle ne fût pas due aux erreurs même de l'observation; car il est bien difficile de répondre de 0°4 sur une déviation absolue.

Dans ces expériences, j'avais cru m'apercevoir que l'essence dont j'avais fait usage, quoiqu'on l'eût distillée une fois pour la rectifier, éprouvait quelque altération dans son pouvoir rotatoire par l'ébullition, et même par la seule action du temps. Une telle altération, en effet, n'a rien que de très-concevable tant que l'essence n'est pas rigoureusement pure; mais lorsqu'elle l'est, elle n'éprouve rien de pareil. J'ai fait bouillir pendant plusieurs minutes, à gros bouillons et à l'air libre, l'essence parfaitement rectifiée que M. Dumas m'avait remise, et qu'il avait préparée pour ses analyses avec les soins les plus minutieux. En l'observant dans un tube de 160mes, sa déviation observée avec un même verre rouge a été trouvée de 47°,368 avant l'ébullition, et de 47°,833 après,

par des moyennes entre six couples d'observations correspondantes. La différence tombe dans les limites de nos erreurs, mais peut-être est-elle réelle. Car peut-être la portion d'essence qui restait dans le flacon à l'état liquide était plus purifiée encore que celle qui se vaporisait.

Telles ont été les épreuves directes que j'ai faites pour m'assurer que la coloration des milieux n'altère pas sensiblement leur action rotatoire sur les rayons simples qui les traversent, du moins dans les cas que je viens de spécifier. Les épreuves inverses, par décoloration, ont été beaucoup plus nombreuses et plus variées, quant à la nature des milieux liquides. Ayant observé les actions rotatoires d'un grand nombre de sucs végétaux naturellement colorés, je les ai d'abord mesurées autant que je l'ai pu à travers le verre rouge; puis j'ai complétement dépouillé ces sucs de matière colorante en les filtrant à travers du charbon animal, et je les ai réobservés avec le même verre dans ce nouvel état, qui laissait apercevoir librement les couleurs formées par l'ensemble de tous les rayons. Or, non-seulement la déviation absolue du rouge a toujours été dans ces deux cas identiquement la même; mais les rapports de cette déviation avec les teintes composées se sont aussi trouvés constamment les mêmes que dans les milieux incolores soumis aux mêmes lois de rotation. Ainsi, par exemple, comme tous ces sucs décolorés donnaient des successions de teintes analogues à celles du cristal de roche et des sucres, le minimum d'intensité optique s'y trouvait toujours dans un azimuth qui était à la déviation à travers le verre rouge dans le rapport de 240 à 184, ou de 30 à 23, de même que dans les milieux que je viens de nommer; de sorte qu'au moyen de cette relation, il suf-

fisait de mesurer un de ces deux azimuths pour pouvoir conclure l'autre par le calcul, aussi bien que l'eût donné l'observation même; et la déviation du rouge extrême, ainsi déduite de la rotation des autres rayons dans l'état incolore, se trouvait exactement pareille à celle qui s'observait à travers le verre rouge dans l'état de coloration. Cet état ne changeait donc point la rotation absolue des rayons simples auxquels il permettait de se transmettre, soit partiellement, soit en totalité. Or tous les milieux colorés que j'ai eu l'occasion de soumettre à ces épreuves ayant présenté cette même constance, on peut, jusqu'à présent du moins, observer indifféremment ces milieux, en leur laissant ou leur ôtant leur couleur propre, pourvu que dans ces deux cas on y mesure la rotation d'un rayon de réfrangibilité connue. Car, si l'on sait que les rotations relatives des rayons y suivent la proportion inverse du carré des accès, comme cela a lieu sensiblement dans toutes les substances jusqu'à présent étudiées, à l'exception de l'acide tartrique, cette seule mesure de la rotation d'un rayon simple fera aussitôt connaître la rotation de tous les autres, comme si le milieu était décoloré. Mais, au contraire, si les rapports de ces rotations sont inconnus, il suffira d'observer successivement le milieu coloré à travers des verres, ou avec des lumières qui donnent des nuances homochromatiques différentes, toutes deux sensiblement simples; alors la comparaison de ces mesures fera connaître si le milieu coloré suit les lois ordinaires de rotation ou s'en écarte, tout aussi sûrement et avec autant d'exactitude que si l'on y observait les teintes formées par la lumière blanche, après l'avoir décoloré.

J'ai dit que, dans ces expériences, j'avais opéré la décoloration des milieux en les filtrant à travers du charbon animal.

La plupart, en effet, si ce n'est presque tous, y abandonnent les particules colorantes qui ne sont pas essentielles à leur constitution moléculaire. Mais pour effectuer cette opération, il faut d'abord humecter la masse du charbon, et en resserrer les particules par la filtration préalable d'une petite quantité d'eau distillée interposée graduellement. Cette eau, passant la première, affaiblirait, par son mélange, l'action rotatoire du milieu qui lui succède, si on ne la rejetait; et même il faudra continuer cette précaution assez long-temps pour être certain que la liqueur active passe sensiblement pure, ce dont on aura l'assurance quand les diverses portions filtrées qui se succèdent, étant recueillies séparément les unes des autres, donneront un maximum de rotation constant.

Application expérimentale des méthodes précédentes.

Parmi le très-grand nombre de corps que j'ai soumis aux épreuves optiques pour y chercher le pouvoir de produire la polarisation circulaire, je n'en ai trouvé jusqu'ici qu'un seul dans la nature inorganique qui m'ait paru le posséder. Ce corps est le quartz cristallisé régulièrement, et observé dans le sens de son axe de double réfraction. Cette limite de direction est nécessaire à spécifier; car, dès qu'on s'en écarte, la lumière transmise éprouve à la fois les effets de la polarisation circulaire et ceux de la double réfraction que le cristal exerce; de sorte de les caractères physiques qu'elle présente sont mêlés de ces deux modifications. Et la régularité de la cristallisation paraît aussi être une condition non moins essentielle du phénomène; car je possède un morceau de quartz opalin du Mexique, d'une limpidité égale à celle de l'eau la plus pure, qui, avec une épaisseur excédant $3^{mm},5$,

n'exerce pas la moindre trace de double réfraction ni de polarisation circulaire ; tandis qu'une semblable épaisseur de cristal de roche produirait une déviation de 64° sur les plans de polarisation. Je reviendrai dans un autre travail sur cette singulière exception que le quartz cristallisé présente sous ce rapport entre tous les corps inorganiques composés ou simples. Pour le moment je me borne à la mentionner.

Parmi les composés organiques, on trouve de grandes classes qui, si elles ne sont pas absolument privées de ce pouvoir, ce qu'il serait téméraire d'affirmer, du moins ne le possèdent qu'à des degrés relativement très-faibles : telles sont les substances purement alcalines ou acides, les huiles fixes, les produits de la fermentation. D'autres classes, au contraire, paraissent généralement douées de cette propriété, à des degrés plus ou moins marqués, et quelquefois très-énergiques : telles sont les huiles essentielles, les camphres, soit naturels, soit artificiels ; les diverses espèces de gommes, de sucres ; les sucs propres des fruits, aux diverses époques de leur maturité. Elle existe surtout avec une grande intensité dans cet aliment universel des végétaux, la fécule, lorsqu'on parvient à déchirer ou à dissoudre ses téguments. Parmi les produits de la vie animale, que je n'ai encore essayés qu'en très-petit nombre, j'ai trouvé cette faculté dans le sucre de lait et les sécrétions qui le contiennent, dans l'albumine et dans la gélatine. Mais jusqu'ici je n'ai pu découvrir les conditions chimiques ou physiques qui font qu'un composé possède ou ne possède pas la propriété d'agir ainsi sur les plans de polarisation des rayons lumineux. Dans cette ignorance, je me bornerai à présenter les corps dont il s'agit suivant l'ordre de classification que la chimie leur assigne, en faisant ressortir dans chaque classe

les rapports de la composition avec les caractères de constitution moléculaire indiqués par le sens ou par l'énergie du pouvoir de rotation.

Expériences sur les huiles essentielles.

Les chimistes partagent généralement les huiles essentielles en trois classes, selon qu'ils les supposent uniquement formées d'hydrogène et de carbone, ou d'hydrogène, de carbone et d'oxigène, ou enfin de ces principes unis à quelque autre, comme l'azote ou le soufre, qui n'entre pas communément dans leur composition. Quoique ce classement soit ainsi défini par des caractères de fait, l'application n'en est pas sans incertitude; car les huiles essentielles, comme tous les autres liquides, tendent à absorber physiquement les gaz avec lesquels elles se trouvent en contact; de sorte que si, pour quelques-unes d'entre elles, l'existence de l'oxigène ou de l'azote, comme principe constituant immédiat, est incontestable, pour d'autres il est difficile de décider si la petite quantité de ces corps que l'on y découvre est le simple résultat d'une absorption accidentelle, ou forme un élément essentiel de leur composition. En présentant la série de mes observations, je les rapporterai à ces trois classes, pour me conformer à l'usage, sans prétendre émettre une opinion sur les cas douteux : même je joindrai à la première classe le naphte d'après l'analogie des principes constituants, quoique l'origine naturelle de cette substance soit bien différente.

Toutes mes expériences n'ont pas été faites de la même manière. Lorsque l'huile essentielle m'était fournie en quantité suffisante pour remplir un de mes tubes à bouts vitrés, et lors-

que le transvasement dans ces tubes était sans inconvénient, j'ai observé ainsi la rotation. Mais dans d'autres circonstances, j'ai dû me borner à déterminer seulement l'existence ou la non existence sensible du pouvoir rotatoire à travers l'épaisseur des flacons où l'huile essentielle était renfermée. Je spécifierai ces divers cas dans les tableaux qui vont suivre, soit en indiquant pour chaque observation la longueur du tube où elle est faite, soit en la marquant de la lettre F quand elle aura été faite à travers les parois d'un flacon. En outre, autant qu'il m'a été possible, j'ai déterminé la quantité absolue de la rotation à travers le verre rouge dont j'ai décrit plus haut les propriétés spécifiques. Quand cela a eu lieu, je rapporte le nombre observé, et pour ramener toutes les observations de ce genre à des termes comparables, je présente, dans une autre colonne, les arcs de rotation de ce rouge, réduits proportionnellement à ce qu'ils seraient à travers un même tube ayant 200 millimètres de longueur. Mais la faiblesse de rotation m'a quelquefois empêché d'employer le verre rouge, et j'ai dû alors me borner à observer l'azimuth où l'image extraordinaire F_e atteint son minimum d'intensité optique, azimuth que nous avons prouvé plus haut être l'arc de rotation même du jaune simple. J'ai pu ainsi en déduire la rotation à travers le verre rouge par cette relation, en multipliant l'arc observé par le rapport $\frac{184}{240}$ ou $\frac{23}{30}$ comme il a été expliqué page 122 ; et dans ce cas, j'ai rapporté les deux nombres ainsi obtenus pour rappeler leur origine diverse. Enfin tous ces arcs de rotation du rouge, transmis par mon verre, devraient encore être multipliés par le rapport $\frac{189}{184}$, ou aug-

mentés de $\frac{5}{184}$, si l'on voulait les transporter au rouge moyen du spectre; mais je ne connais jusqu'ici aucune occasion où cette dernière recherche d'exactitude soit nécessaire, et en conséquence je l'ai laissée à faire à ceux qui croiraient en avoir besoin. Le tableau ci-joint comprend tous ces résultats.

Les huiles essentielles de citron et de térébenthine, placées les premières, ont offert jusqu'ici aux chimistes qui les ont analysées avec le plus de soin, une identité de composition complète, du moins dans les limites de précision que les opérations de ce genre comportent. Cette remarquable isomérie a été encore récemment vérifiée et confirmée par M. Dumas, sur les échantillons mêmes qu'il a bien voulu ensuite confier à mes observations. Néanmoins le sens opposé des rotations que ces deux substances impriment aux plans de polarisation des rayons lumineux nous montre que leur constitution moléculaire est essentiellement différente. Ce fait résultait déja de mes expériences de 1818. Depuis cette époque, M. Théodore de Saussure a publié sur ces deux huiles un très-beau travail chimique qui conduit à la même conséquence; car avec une composition toujours sensiblement identique, il a découvert de grandes différences entre les quantités de gaz hydrochlorique qu'elles absorbent dans des circonstances semblables, non moins que dans les propriétés physiques et chimiques des produits ainsi formés. Si la diversité des procédés qui ont été appliqués à l'analyse de ces deux substances peut faire considérer leur isomérie comme certaine, elles offrent dans le règne organique un exemple analogue à celui que l'on a reconnu dans plusieurs cristaux du règne minéral, comme le carbonate de

chaux rhomboïdale et l'arragonite qui, avec une composition identique, agissent différemment sur la lumière polarisée. Nous aurons l'occasion de reconnaître plusieurs autres exemples pareils dans les observations qui vont suivre; et il est naturel qu'ils soient plus fréquents parmi les produits organiques que parmi les minéraux, à cause du nombre généralement plus grand et plus varié de principes qui constituent ces produits.

Les lignes suivantes de notre tableau montrent que toutes les huiles essentielles extraites des écorces du genre *citrus* dévient dans le même sens les plans de polarisation des rayons lumineux; mais elles exercent cette action avec des énergies si considérablement diverses, que l'on doit en inférer des différences correspondantes dans leur constitution moléculaire. Il sera intéressant de comparer sous ce rapport leur capacité de saturation pour le gaz hydrochlorique et pour les autres substances gazeuses qu'elles peuvent absorber.

Dans la division des huiles oxigénées nous trouvons d'abord celles d'anis, de fenouil, de carvi, qui s'extraient de semences d'ombellifères, et dont la première exerce un sens de rotation différent des autres. Les huiles essentielles de lavande, de menthe, de romarin, de marjolaine, extraites de labiées, présentent des oppositions analogues. Ce genre d'action ne reste donc pas constant dans les familles naturelles, même quant à son sens.

Les dernières lignes de cette division présentent une différence d'énergie remarquable entre les deux premières variétés de néroli, et la variété dite superfine, pobablement parce qu'elle est rectifiée par des distillations plus réitérées ou poussées moins loin. Le néroli est, comme on sait, l'huile

essentielle extraite de la fleur d'oranger. La distillation réitérée paraîtrait donc affaiblir la faculté rotatoire; ce qui annoncerait que cette opération change la constitution moléculaire du néroli primitif ou le sépare en divers produits de constitution différente; deux genres de modification très-fréquents et très-aisés à produire dans les composés organiques, comme le savent trop bien les chimistes, et comme nous aurons l'occasion, dans un autre travail, d'en offrir des exemples nombreux.

Le naphte, analogue aux huiles essentielles par la nature de ses éléments chimiques, agit dans le même sens que l'essence de térébenthine, mais avec une énergie quatre fois moindre. Celui que j'ai employé avait été rectifié avec soin. Il était parfaitement limpide et presque sans couleur.

Dans la troisième division des huiles essentielles, l'essence de moutarde qui contient comme élément additionnel le soufre, et l'essence d'amandes amères où cet élément est l'azote, ne m'ont paru avoir aucune action. Cependant j'ai observé l'essence d'amandes dans un tube de 160^{mm}, et l'essence de moutarde à des épaisseurs trois ou quatre fois plus fortes qu'il ne l'aurait fallu pour rendre sensible l'effet de l'essence de térébenthine.

Expériences sur les camphres naturels et artificiels.

J'appelle camphre naturel celui qui est naturellement déposé par la végétation à l'état solide dans l'intérieur du tissu de plusieurs laurinées, et qui, retiré de ce tissu par la distillation avec l'eau, puis rectifié par une sublimation sèche, se trouve dans le commerce en grandes masses solides et transparentes, sous le nom de camphre raffiné. J'appelle au

contraire camphres artificiels, les produits solides analogues au camphre pour la couleur et l'odeur, que l'on obtient soit en combinant plusieurs huiles essentielles, particulièrement celles de citron et de térébenthine, avec l'acide hydrochlorique; soit en exposant quelques autres, surtout celles des labiées, à l'air libre, ce qui y détermine avec le temps un dépôt granuleux qui a l'aspect du camphre naturel; soit enfin en les soumettant à un degré de froid qui en sépare immédiatement des produits concrets, lesquels ne repassent plus ensuite à l'état liquide. L'huile essentielle de lavande, par exemple, se prête très-bien à ce procédé.

Ces produits, surtout ceux des labiées, ont été envisagés diversement par les chimistes. Quelques uns les ont supposés identiques avec le camphre des laurinées, d'autres ont nié que l'identité fût exacte. La polarisation circulaire offrait le moyen de décider la question, car tous ces composés l'exercent à un degré plus ou moins énergique; tel est le but des expériences suivantes.

Les premières ont eu pour objet le camphre naturel des laurinées. Comme il est très-aisément fusible, j'ai cherché d'abord à l'observer ainsi immédiatement dans l'état de liquidité que lui donne la chaleur. Pour cela je l'ai fondu dans un flacon de verre à parois planes et parallèles. Il y est devenu très-transparent; et, dans cet état, depuis son ébullition jusqu'à sa solidification, il a exercé la polarisation circulaire dans un même sens, opposé à l'essence de térébenthine. La vive agitation qui existait dans l'intérieur du liquide tandis qu'il bouillait n'a pas mis d'obstacle à cet effet, qui s'est soutenu aussi long-temps que la fluidité a été entretenue par la chaleur, et il n'a cesssé qu'au moment

où le camphre en se solidifiant est devenu opaque, ce qui m'a empêché de l'observer dans cet état.

On peut néanmoins, avec facilité, se procurer du camphre solide transparent, et j'en ai obtenu ainsi des plaques, même épaisses de plusieurs centimètres, en les extrayant des grands pains de camphre fournis par la sublimation. Ces plaques peuvent aisément se polir; et dès qu'elles ont acquis le poli, si l'on applique sur leurs surfaces des plaques de verre mince, à faces parallèles, qu'on y fait adhérer avec une infiniment petite couche d'huile essentielle de térébenthine épaissie au feu, on peut les conserver parfaitement transparentes pendant de longs espaces de temps. Mais alors, si on les expose à un rayon polarisé suivant un sens unique, comme le donne la réflexion sur une glace polie, on trouve que le rayon transmis n'offre plus aucun caractère de polarisation; et en le rendant simple pour le mieux étudier, comme on peut le faire en le transmettant à travers le verre rouge, on voit qu'il donne toujours, dans le prisme cristallisé qui l'analyse, deux images égales en intensité pour tous les azimuths; ce qui montre que la lumière qui le compose, d'abord polarisée en un sens unique avant de traverser la plaque (1) de camphre, présente, après l'émergence, des plans de polarisation uniformément distribués dans tous les sens et dans tous les azimuths. Un tel effet montre que, lorsque le camphre passe à l'état solide, ses molécules ne restent

(1) Ces plaques ne m'ont pas paru exercer la double réfraction, même à travers un angle réfringent droit; tout au plus ai-je pu y découvrir accidentellement quelque faible trace de duplication, accompagnée d'une polarisation fixe, probablement due à quelque inégalité de pression dans l'intérieur de la masse.

pas disposées relativement les unes aux autres d'une manière absolument confuse, comme elles l'étaient dans l'état de liquidité, mais qu'elles se rassemblent en groupes distincts, individuellement cristallisés, et assez épais pour produire isolément la double réfraction ainsi que le genre de polarisation qui en est la conséquence; groupes qui, étant contigus les uns aux autres, composent une masse transparente, mais qui ayant leurs axes de double réfraction propres, indistinctement dirigés dans tous les sens, produisent sur le rayon transmis un dédoublement successif de la polarisation primitive. Ce dédoublement réitéré à l'infini dans la masse totale, distribue enfin les plans de polarisation de chaque rayon simple uniformément dans tous les azimuths, comme ils le sont dans la lumière naturelle. Cet effet est identique à celui qu'opérerait une plaque de chaux sulfatée, cristallisée régulièrement, si, après l'avoir décomposée par la division mécanique en une infinité de lames minces, on superposait de nouveau toutes ces plaques avec la précaution de tourner tous leurs axes de manière à les distribuer uniformément autour de la normale commune; car en transmettant à travers ce système un rayon lumineux primitivement doué de la polarisation plane, il y perdrait cette propriété, et en sortirait avec ses axes de polarisation distribués comme ceux de la lumière naturelle indistinctement dans tous les azimuths.

Cette cristallisation toujours confuse du camphre solide, qui constitue les plaques de cette substance en de véritables macles, m'avait paru pouvoir être éludée en extrayant des masses de camphre sublimé, de très-petits groupes que l'on y observe toujours, et qui sont remarquables par leur limpidité, ainsi que par l'apparence de facettes cristallisées.

Mais ces groupes, étudiés par la transmission de la lumière polarisée, ont agi sur elle de la même manière que les macles, en répartissant ses plans de polarisation dans tous les azimuths : ces groupes étaient donc aussi eux-mêmes des macles de cristaux agglomérés indistinctement.

Ne pouvant donc, à cause de cette particularité, rendre sensible le pouvoir de rotation dans le camphre solide, et l'état de fusion ignée ne se prêtant pas facilement à des mesures de densité et d'épaisseur, j'ai eu recours à la dissolution dans l'alcool, où, comme on sait, le camphre naturel peut entrer en très-grandes proportions; et de ces proportions connues, ainsi que les densités et les épaisseurs, j'ai déduit le pouvoir de rotation moléculaire comme je l'eusse fait à l'état de solidité s'il y eût été observable.

Voici le détail de l'opération qui servira d'exemple pour toutes les autres analogues. 30 grammes de camphre naturel bien purifié et transparent ont été dissous dans 50,gr.825 d'alcool; ce qui donne la proportion du camphre dans l'unité de poids du mélange égale à 0,37117; c'est la quantité que nous avons nommée ε dans les formules de réduction de la page 116. La densité de la dissolution observée s'est trouvée être 0,87221 : nous l'avons nommée δ. Enfin la rotation a été observée dans le tube de 152m; c'est l'élément que nous avons désigné par e. L'action s'exerçait dans le sens ↗ et l'arc de rotation des rayons rouges transmis par mon verre s'est trouvé être de 17°.33'.40", ou en décimales 17°,5611. Nous l'avons généralement désigné par α.

Si donc, comme nous l'avons fait à l'article cité, on exprime par $[\alpha]$ l'arc de rotation que le camphre pur im-

primerait à la même espèce de rayons simples, avec une épaisseur de 1^{mm}, et une densité égale à 1, la formule

$$[\alpha] = \frac{\alpha}{e\varepsilon\delta}$$

deviendra

$$[\alpha] = \frac{+17°,5611}{152 . 0,37117 . 0,87221} = \frac{+54°,2442}{152}.$$

Je laisse le facteur e au dénominateur sans effectuer la division, parce que les expériences auxquelles nous devrons comparer celle-ci ont été faites dans des tubes égaux, ou peu différents en longueur de 152^{mm}, de sorte que cet élément disparaîtra exactement ou à peu près dans leurs rapports.

Concevons, par exemple, une dissolution alcoolique du même camphre, faite dans des proportions différentes, telles qu'on ait $\varepsilon = 0,16332$, la densité $\delta = 0,86014$, la diversité de ce dernier élément pouvant provenir des proportions nouvelles ou de l'espèce différente d'alcool employé. Supposons cette dissolution observée dans un tube de 160^{mm} de longueur. On demande quel devra être l'arc de rotation observé à travers le verre rouge.

En marquant d'un accent les nouvelles données, on tire de la formule précédente

$$\alpha = [\alpha] e' \varepsilon' \delta' = +54°,2442 . \frac{160}{152} . 0,16332 . 0,86014 = +8°,0212.$$

Nous aurons bientôt occasion d'employer et de confirmer ce résultat du calcul; mais j'ai voulu d'avance le préparer ici pour l'observation.

Parmi les camphres artificiels, le premier que je considérerai est celui que l'on forme en combinant l'huile essentielle de

térébenthine avec l'acide hydrochlorique. D'après l'analyse de M. Houton-Labillardière, que d'autres recherches ultérieures ont confirmée, cette combinaison est composée de trois volumes de vapeur d'essence unis à deux volumes de gaz acide hydrochlorique. Dans mon Mémoire de 1818, j'ai rapporté une expérience faite sur une dissolution alcoolique de ce camphre, laquelle en contenait $175{,}^{gr}30$ avec $1735{,}^{gr}93$ d'alcool; ce qui donne $\varepsilon = \frac{175{,}30}{1911{,}20} = 0{,}091723$. La densité de cette dissolution fut trouvée égale à 0,845521 : c'est la valeur de δ. Enfin l'observation fut faite dans un tube dont la longueur e était 1357^{mm}. L'arc de rotation α du rouge extrême s'y trouva être de $24°$ dans le sens $\searrow$, le même que celui de l'essence de térébenthine. Ces éléments étant introduits dans l'expression générale de $[\alpha]$, donnent pour le pouvoir rotatoire moléculaire de cette espèce de camphre artificiel la valeur suivante

$$[\alpha] = \frac{-24°}{1357 . 0{,}91723 . 0{,}845521} = \frac{-34°{,}6637}{152}.$$

J'ai remis le facteur 152 en évidence au dénominateur pour faciliter la comparaison avec le premier résultat. On voit que celui-ci indique un pouvoir rotatoire de sens opposé, et en outre beaucoup plus faible, deux particularités qui décident une constitution moléculaire essentiellement différente. Aussi j'ai prouvé dans mon Mémoire de 1818 que cette rotation est précisement celle qui appartient à la quantité d'huile essentielle de térébenthine contenue dans la combinaison.

Le peu de solubilité de cette espèce de camphre dans

l'alcool m'avait déterminé à observer ainsi son pouvoir rotatoire à travers un très-long tube. Mais comme une pareille longueur est fort incommode dans les expériences, j'avais cherché encore à prouver autrement l'opposition de sens de l'action à celle du camphre naturel, en dissolvant le camphre artificiel dans une huile essentielle dont le pouvoir rotatoire eût le sens ↗, celle de citron par exemple, et montrant que ce mélange l'affaiblit. Aujourd'hui l'observation des teintes de l'image extraordinaire près du minimum d'intensité permet d'établir cette opposition d'action d'une manière plus simple. Car, si l'on forme une dissolution alcoolique saturée de camphre artificiel de la térébenthine à la température ordinaire, et qu'on emploie seulement une longueur de tube de 300^{mm} pour l'observer, la rotation dans le sens ↖, opposé au camphre naturel, y devient parfaitement perceptible par la variation des teintes de F_e autour d'un minimum d'intensité qui a lieu dans l'azimuth —3°. Avant ce minimum, l'image F_e est bleue, et après elle devient rouge, conformément aux lois générales développées pages 49 et 89. Dans le minimum même, son intensité s'affaiblit jusqu'à disparaître entièrement.

Je n'ai pas eu l'occasion d'étudier le camphre artificiel résultant de la combinaison de l'essence de citron avec le gaz hydrochlorique; mais d'après ce qui précède, je ne doute pas qu'on n'y reconnût un pouvoir rotatoire dans le sens ↗, proportionnel à la quantité d'essence combinée; et en général il est présumable que, dans toutes les combinaisons

de ce genre, chaque essence portera avec elle son propre pouvoir, tant pour le sens que pour l'intensité.

Dans ces exemples, l'analyse chimique excluait la supposition d'une composition identique avec le camphre naturel, puisque les deux combinaisons renferment au nombre de leurs principes le chlore, que le camphre naturel ne contient pas. Mais l'analogie semble bien plus intime entre celui-ci et le camphre des labiées : car non-seulement les principes élémentaires, l'hydrogène et le carbone y sont les mêmes, mais encore, pour un de ces camphres au moins, celui qui s'extrait par le refroidissement de l'huile essentielle de lavande, une analyse récente de M. Dumas annonce une exacte identité de proportions avec le camphre naturel des laurinées.

Ce résultat est d'autant plus singulier que l'huile essentielle de lavande elle-même exerce un pouvoir de rotation très-faible, n'étant que de $+ 4^\circ$ dans un tube de 152^{mm}, comme on l'a vu page 141; ce qui, d'après sa densité ordinaire 0,898, supposerait un pouvoir de rotation moléculaire $[\alpha]$ égal à $\frac{+4^\circ}{152 . 0,898}$ ou $\frac{+4^\circ,4454}{152}$, valeur 12 fois moindre que celle du camphre naturel. De sorte que, si le précipité obtenu par le refroidissement était identique à ce camphre, il faudrait que l'essence en le formant eût éprouvé une condensation proportionnelle, ou bien qu'elle se fût séparée par le froid en deux produits de rotations contraires, dont l'un solide serait le camphre naturel avec son pouvoir rotatoire ordinaire dans le sens ↗, l'autre liquide avec un pouvoir contraire dans le sens ↖ et une intensité moindre; de manière à composer ensemble

le faible pouvoir de rotation $+4^\circ,4454$, observé dans l'huile essentielle même.

Je n'ai pas eu l'occasion de posséder le produit liquide, mais j'ai eu à ma disposition le produit solide, et même l'échantillon qui m'a été remis avait cet avantage d'être une portion de celui-là même que M. Dumas avait analysé.

La quantité totale de ce camphre pesant $8^g,091$ fut dissoute dans $31^g,895$ d'alcool, ce qui donne $\varepsilon = \frac{8,091}{39,986} = 0,20235$. La densité de la dissolution fut $\delta = 0,86606$; on observa son pouvoir rotatoire dans un tube d'une longueur $e = 160^{mm}$.

Cette dissolution, vue à travers la faible épaisseur d'un flacon de quelques onces où on l'avait renfermée, paraissait d'un jaune pâle; et, à travers le tube de 160^{mm}, sa couleur était d'un jaune orangé très-beau. Elle était d'ailleurs très-limpide.

Ces simples caractères physiques offrent déja une différence avec les dissolutions alcooliques de camphre naturel, qui sont absolument incolores quand le camphre est bien rectifié. La coloration en jaune ne dépend pas non plus de quelque impureté du produit soumis à l'observation, car il avait été precipité par l'eau, à deux reprises, de sa dissolution alcoolique, et filtré soigneusement autant de fois avant d'être employé aux observations de rotation. Enfin à l'état solide il paraissait d'un blanc de neige.

Mais ce qui confirme ces différences, c'est que le pouvoir de rotation observé à travers le tube de 160^{mm}, parut absolument nul ou insensible. Le milieu des limites entre lesquelles l'image extraordinaire F_e était nulle sans l'intermédiaire du verre rouge, se trouva exactement répondre a

l'azimuth zéro, c'est-à-dire au plan de polarisation primitif; et, malgré la parfaite limpidité du liquide, on ne put saisir, à ces limites, aucune dissymétrie de coloration quelconque entre les images F_e au moment où elles s'évanouissaient.

Or, il en aurait été bien autrement si le produit observé eût été du camphre naturel, dissous dans de semblables proportions. Car ce sont celles-là même que nous avons prises plus haut pour exemple; et nous avons trouvé que, pour un tel cas, le calcul indique un arc de rotation de 8° dans le sens ↗ à travers le verre rouge, ce qui suppose une dispersion des plans de polarisation déja très-sensible, et une coloration très-vive des images ordinaires ou extraordinaires vues directement sans l'intermédiaire de ce verre.

Quelque certitude que cette déduction pût présenter après les études précédentes, j'ai voulu la constater par l'expérience. Pour cela j'ai en effet formé une dissolution alcoolique de camphre naturel, aussi analogue que possible à celle du camphre de lavande, et dont les proportions réelles étaient précisément celles que j'ai prises plus haut pour exemple de calcul. Les couleurs développées par cette dissolution furent en effet très-vives, comme elles devaient l'être; et l'arc de rotation observé à travers le verre rouge s'y trouva de $+ 7^\circ,875$ au lieu de $+ 8^\circ,012$ qu'indiquait le calcul. La différence ne pourrait être affirmée que par une multiplicité d'observations tout-à-fait inutile à notre but; et elle paraîtra en elle-même bien petite si l'on considère que de semblables dissolutions laissent toujours déposer dans toutes les manipulations quelques parties du camphre qu'elles contiennent, malgré tous les soins que l'on puisse prendre pour y obvier

Toutefois, de cela il résulte avec évidence que, si le camphre retiré de l'essence de lavande par le refroidissement est réellement identique en composition avec le camphre naturel comme l'analyse de M. Dumas l'indique, du moins la constitution moléculaire de ces deux corps est différente; phénomène analogue à ce que l'huile essentielle de citron et celle de térébenthine nous ont présenté.

On pourrait se demander si la nullité sensible du pouvoir rotatoire, exercé ici par la dissolution, doit être considérée comme propre à la nature du produit dissous, ou seulement comme une conséquence de l'atténuation du pouvoir primitif de l'essence par la faible proportion que la dissolution en contenait. Pour répondre à cette question délicate, il faut reprendre la valeur primitive de ce pouvoir, que nous avons trouvée être $+\frac{4°,4454}{152}$; et considérant la proportion du produit dissous comme étant de l'huile essentielle même, nous aurons pour l'arc de rotation correspondant

$$\alpha = +4°.4454.\frac{160}{152}.0,20235.0,86606 = +0°,820.$$

Cet arc, à travers une telle épaisseur, eût donc été seulement de $\frac{8}{10}$ de degré, conséquemment très faible, et trop faible sans doute pour que l'on puisse affirmer avec certitude sa nullité ou son existence, à travers une dissolution où le caractère de dissymétrie des images évanouissantes F_e perdrait une grande partie de son extrême délicatesse, à cause de la simplicité presque parfaite de la couleur transmise par la dissolution. Nous laisserons en conséquence ce point indécis; mais quant à la dissimilitude de constitution moléculaire entre

le camphre de la lavande et celui des laurinées, les observations précédentes l'établissent d'une manière indubitable.

J'ai aussi essayé le pouvoir rotatoire que le camphre naturel conserve et introduit dans ses combinaisons avec les acides sulfurique et nitrique. Il y conserve invariablement son sens d'action propre; mais il y subit avec le temps des modifications que je n'ai fait qu'entrevoir, et qui d'ailleurs se rapportent à un autre travail plus général dont je parlerai bientôt.

Expériences sur les gommes naturelles.

L'identité de composition, pour ainsi dire parfaite, que l'analyse chimique reconnaît entre le sucre de canne et la gomme d'acacia qui nous est apportée du Sénégal et de l'Arabie, rendait très-intéressant de soumettre cette dernière substance à l'épreuve de la polarisation, pour savoir si elle possède aussi un pouvoir de rotation comme le sucre, et dans le même sens. Mais, lorsque l'on fait fondre ces gommes dans l'eau, la dissolution est en général plutôt opale que limpide; et si l'on veut l'éclaircir par la filtration, on trouve, qu'à la température ordinaire elle ne peut traverser le papier de filtre que lorsqu'elle est très-peu chargée, ce qui affaiblit proportionnellement l'effet qu'elle peut produire sur les rayons lumineux. La condition nécessaire pour l'obtenir suffisamment dense est donc de la produire directement, assez chargée, et néanmoins assez limpide pour pouvoir l'observer immédiatement sans la filtrer. On y réussit à l'aide de quelques précautions que je vais décrire, parce qu'elles sont indispensables au succès des observations.

Dans une partie assez considérable de gomme d'une belle

qualité qui m'a été donnée, comme venant du Sénégal et conséquemment extraite des acacias, j'ai choisi un à un les morceaux les plus purs et les plus limpides, en quantité plus que suffisante pour la dissolution que je voulais former. Comme ces morceaux, malgré leur pureté intérieure, sont presque tous plus ou moins salis à leur surface par les poussières que l'air a pu y porter, je les ai d'abord lavés dans de l'eau distillée, que j'ai changée à plusieurs reprises, de manière à dissoudre toute la croûte extérieure; après quoi les choisissant et les enlevant de nouveau un à un à mesure que leur pureté était devenue complète, je les ai posés en tas dans une capsule de porcelaine, où je les ai laissés se sécher lentement au soleil, en les abritant seulement contre les impuretés de l'air extérieur par une simple couverture de papier. Au bout de deux jours, j'ai obtenu ainsi une masse de gomme d'une pureté parfaite, qui, introduite dans un flacon d'un poids connu, bouchant à l'émeri, s'est trouvé peser $47^g,400$. J'y ai ajouté $99^g,127$ d'eau distillée, et ayant placé le tout dans une cave pour éviter la température trop chaude de l'air extérieur, j'ai laissé la dissolution s'opérer graduellement sans agitation. Elle a eu lieu complétement en quarante-huit heures, et a formé un liquide d'une parfaite transparence, paraissant sensiblement incolore à travers le flacon qui le renfermait, et qui, dans le tube de 152 millimètres employé aux observations, n'a présenté qu'une faible teinte à peine jaunâtre.

L'étude du rayon polarisé a été parfaitement facile à travers cette épaisseur; et elle a prouvé l'existence d'une action rotatoire très-marquée, moindre que celle du sucre de canne et de sens contraire. C'est ce que montre le tableau

suivant où l'on a rapporté le détail de la succession des teintes transmises dans les diverses positions du prisme rhomboïdal achromatique qui servait pour analyser le rayon lumineux.

CARACTÈRES de la dissolution.	AZIMUTH de la section principale du prisme cristallisé α	CARACTÈRES PHYSIQUES de l'image réfractée ordinairement F_o	CARACTÈRES PHYSIQUES de l'image réfractée extraordinairement F_e
Proportions en poids.	0°. 0′. 0″	Jaune serin.	Bleu un peu blanchâtre.
mme du Sénégal. 47,400	(En allant du premier au second de ces azimuths, F_o devient d'un jaune continuellement plus pâle; F_e d'un bleu plus foncé.)		
ı distillée...... 99,127	— 12 .13 .20 ↖	Jaune paille.	Bleu très-beau.
solution très-limpide et à eine colorée d'une teinte iblement jaunâtre à tra-ers le tube de 152^{mm}.	— 13 .30	Jaune paille plus pâle.	Bleu indigo très-bon.
	— 16 .40	Jaune blanchâtre presque total.	Pourpre sombre presque nul.
	— 18 .25	Jaune blanchâtre presque total.	Rouge sombre et chaud mêlé d'orangé.
	— 19 .10	Jaune blanchâtre.	Orangé rougeâtre; rouge de brique.
	— 26 . 0	Blanc jaunâtre.	Orangé chaud.
ıs de la rotation ↖.	— 33 .30	Blanc très-bon.	Jaune un peu orangé.
	(Depuis cet azimuth jusqu'à 90°, F_o prend une teinte de bleu progressivement croissante; et le jaune de F_e pâlit.)		
	— 90 . 0	Bleu un peu blanchâtre.	Jaune serin.
	Azimuth de F_e nul à travers le verre rouge — 12°. 13′. 20″ ↖ moyenne de six observations faites aux deux limites de F_e évanouissant.		

D'après les données rapportées dans la première colonne, la proportion de gomme dans l'unité de poids de la dissolution, proportion désignée par ε dans nos formules, se

trouve être ici.................... $\varepsilon = 0,32346$.

La densité de la dissolution déterminée par

expérience...................... $\delta = 1,11997$.

Avec ces éléments et la rotation observée à travers le verre rouge, la formule de la page 116 donne le pouvoir de rotation moléculaire de la gomme employée dans l'expérience. Ce pouvoir, sous l'épaisseur actuelle de 152^{mm}, a pour valeur

$$[\alpha].152. = -33^\circ,739$$

On peut remarquer qu'autour de l'azimuth qui donne le minimum d'intensité optique de F_e, les teintes de cette image se conforment exactement à la loi de succession et de composition dont nous avons démontré plus haut la généralité dans cette position du prisme. En effet, d'après ces lois, résumées page 122, si l'on part de l'azimuth $12^\circ.13'.20''$, ou $-12,222$ qui exprime la rotation observée à travers le verre rouge, et qu'on multiplie cette valeur par le rapport $\frac{30}{23}$, le produit $15^\circ,942$ ou $15^\circ.56'.31''$ exprimera l'arc de rotation des rayons jaunes moyens; lequel correspond à une image F_e de couleur indigo violacé, précédant immédiatement l'azimuth où F_e montre les premières traces de violet rougeâtre. Or, en jetant les yeux sur le tableau des teintes, on voit que cette condition est remplie avec une grande exactitude, puisque à $13^\circ,30'$ on n'obtient encore pour F_e qu'un indigo très-franc, et

qu'à 16°.40′ on voit déja poindre le pourpre qui décèle le rouge. D'après cela, en supposant que l'on eût adopté un azimuth un peu inférieur, par exemple —16°, pour l'arc de rotation des rayons jaunes, on en déduirait $-\frac{16.23}{30}$ ou — 12°,267 pour l'arc de rotation que le verre rouge aurait dû donner. Et il faudrait plus d'une observation pour décider si cette valeur est plus ou moins exacte que 12°,222 que nous avons adoptée d'après l'expérience immédiate.

Cette épreuve délicate s'accorde donc parfaitement avec celles que nous avons faites plus haut sur les dissolutions de sucre, pour confirmer l'exacte identité des lois de rotation des rayons simples dans ces diverses substances indépendamment de leur composition.

Des dissolutions de gomme dite arabique m'ont présenté des propriétés semblables à la précédente. Je dis semblables et non pas identiques, parce que je me suis seulement assuré que le sens de rotation était le même, avec une intensité approximativement égale. Du reste, j'ai jugé inutile de doser ces dernières dissolutions assez rigoureusement pour déterminer leur pouvoir moléculaire. Car il est hors de doute que les gommes fournies par le commerce, étant extraites de divers arbres, en diverses contrées, et sous des conditions nécessairement dissemblables, ne peuvent offrir la chance d'une identité de composition ; et probablement cette identité n'existerait pas pour la gomme d'un même arbre, prise dans des circonstances diverses. J'ai voulu soumettre aux mêmes épreuves la gomme qui suinte accidentellement du cerisier dans notre climat ; mais y ayant songé tard dans la saison, celle que j'ai pu me procurer a été trop impure et trop mêlée

de mucilage pour fournir une dissolution suffisamment transparente, avec le degré de densité nécessaire pour une expérience de mesure. Toutefois je me suis assuré que cette espèce de gomme agit aussi dans le sens ↖ comme les gommes dite arabique et du Sénégal qui sont fournies par diverses espèces d'acacias. Je n'ai pas encore essayé les autres gommes connues, telles que la gomme de Bassora, adragante, etc., parce qu'il faut auparavant découvrir quelque préparation qui leur fasse donner des dissolutions à la fois transparentes et suffisamment chargées. Au reste, ces épreuves n'offrent qu'un intérêt de détail, puisque toutes les gommes dont il s'agit sont constituées diversement. Les expériences que nous venons de rapporter suffiront pour établir les seules conséquences générales dont ce sujet soit susceptible, lesquelles consistent dans l'opposition du sens de l'action rotatoire des gommes et des sucres, avec des lois cependant exactement identiques dans les rapports de rotation des rayons simples.

Expériences sur les diverses espèces de sucres extraites des divisions végétale et animale du règne organique, et sur quelques substances qui s'en rapprochent.

La chimie caractérise par le nom de sucres les substances neutres qui, dissoutes dans l'eau et mises en contact avec le ferment, se décomposent et se transforment en acide carbonique et en alcool. Dans l'origine, cette définition paraissait comprendre seulement les deux sucres qui s'extraient de la canne, tant le cristallisable que l'incristallisable, les sucres de raisin, de champignon, de diabète, enfin les produits

analogues qu'on retire de diverses parties des végétaux par l'action des acides. Le sucre de lait semblait sortir de cette classe par son inaptitude à la fermentation; mais il y doit rentrer depuis que des expériences récentes ont appris que, s'il ne se prête pas à cette modification sous la seule influence du ferment, il la subit pourtant et l'entretient lorsqu'il se trouve joint à de très-petites quantités de matière fermentescible, qui donnent seulement naissance au phénomène. J'ai dû conséquemment réunir ce sucre aux sucres végétaux solides, dont il se rapproche d'ailleurs par la rotation qu'il imprime aux plans de polarisation des rayons lumineux. Car, dans tous ces sucres, sauf celui de diabète que je n'ai pas encore examiné, cette propriété existe; mais il y a de grandes différences dans l'énergie et même dans le sens de l'action.

Déja, en 1818, j'avais montré que le sucre de canne dissous dans l'eau distillée agit dans le sens ↗. Aujourd'hui par des expériences que j'ai rapportées plus haut comme exemple, j'ai déterminé l'intensité moléculaire de ce pouvoir, et j'ai constaté qu'il continue d'exister sans altération dans l'état solide, lorsque, pour le rendre seul sensible, on amène le sucre de canne à cet état sans qu'il cristallise, et sans qu'il cesse d'être transparent.

Quant aux autres sucres, leur opacité dans l'état solide ne m'a permis de les observer que dissous dans l'eau; mais avant de présenter comparativement les résultats de leur action moléculaire, il convient de placer ici quelques réflexions restrictives sur ces substances.

Le sucre de canne s'obtenant en cristaux réguliers, transparents qui, sans s'altérer, peuvent être triturés et privés de

toute eau hygrométrique par la dessiccation à une température fixe, on peut par ces préparations l'amener à un état toujours identiquement comparable. Les autres espèces de sucre n'offrent pas à beaucoup près des éléments d'expérience aussi constants.

Le sucre d'amidon, par exemple, renferme toujours une quantité d'eau hygrométrique, dont on le débarrasse difficilement par la chaleur sans risquer de l'altérer. Sa coloration, dont on ne le prive jamais, et qui l'accompagne dans ses dissolutions, semble indiquer aussi la présence au moins possible de matières étrangères, accidentellement mélangées dans sa substance. L'action seule de l'air décompose ces dissolutions comme aussi celle du sucre de lait. En outre, ces deux espèces de sucre acquièrent des degrés de solubilité différent avec le nombre de fois qu'on les redissout et qu'on les chauffe pour les dessécher. Toutes ces altérations doivent, sans aucun doute, modifier leur pouvoir absolu de rotation, et rendent difficile de leur assigner un état fixe, que la cristallisation régulière, accompagnée de transparence, pourrait seule fournir.

Le sucre de canne même, quoiqu'il cristallise, n'est pas à l'abri de pareils changements. Car les chimistes et les fabricants ont depuis long-temps reconnu que, si on le chauffe soit seul, soit même dans une solution aqueuse jusqu'à une température supérieure à 110°, il se change en partie en sucre incristallisable, analogue, au moins par ce caractère, au sucre d'amidon. Les épreuves optiques étendent plus loin cette analogie et fixent ses limites. Ayant pris du sirop de sucre de canne bien pur, je l'ai fait bouillir jusqu'au degré de concentration nécessaire pour qu'il se prît par le refroidissement en une

masse solide non cristallisée, ce que les personnes habituées à travailler le sucre savent parfaitement reconnaître. Amené à ce degré on l'a versé dans un flacon à faces planes et parallèles pour y observer les phénomènes de la polarisation circulaire dans l'état de solidité. Ces observations étant faites, et ce sucre ayant été ainsi tenu renfermé pendant deux mois, sans perdre rien de sa parfaite transparence, je brisai le flacon et je l'y trouvai non-seulement à l'état d'une complète solidité, mais d'une dureté égale à celle de la pierre. Dans cet état j'en pesai une certaine quantité, que je fis dissoudre dans une proportion d'eau pareillement déterminée, et j'observai le pouvoir rotatoire de cette dissolution, d'où je déduisis le pouvoir moléculaire du sucre qu'elle contenait. Ce pouvoir se trouva être réduit fort au-dessous de celui du sucre de canne, et ramené précisément ou presque au degré du sucre d'amidon, comme on peut le remarquer dans le tableau général placé ci-dessous. Une telle réduction est conforme au résultat que nous avons obtenu plus haut, page 130; seulement elle se trouvait alors un peu moins forte, et probablement elle varie avec le degré de cuisson que l'on donne au sucre modifié.

Mais ce qui paraîtra sans doute digne de remarque, ce sucre de canne, rendu incristallisable et devenu analogue au sucre d'amidon par son pouvoir rotatoire, se distingue toutefois essentiellement de ce dernier sucre par sa faculté de reprendre l'état cristallisable étant traité convenablement. Pour cela il faut le faire dissoudre dans l'eau chaude, le passer à travers un linge pour le séparer des corps étrangers qui peuvent s'être attachés à sa surface; ensuite faire bouillir ce sirop jusqu'au degré convenable pour former le sucre

candi ordinaire, degré que les confiseurs connaissent parfaitement, et qui répond à une concentration moindre que ne l'exige la formation du sucre solide incristallisable. Amené à cet état, on verse le sirop dans un vase de cuivre garni intérieurement de fils tendus, et on le place dans une étuve vivement chauffée, où on le laisse en repos. Au bout de quelques jours on trouve les parois du vase revêtues d'une couche cristallisée; et des cristaux isolés se sont attachés aux fils. Il reste un sirop liquide que l'on décante, après quoi on lave les cristaux avec un peu d'eau tiède et on les laisse égoutter. Ce sirop liquide non cristallisé, étant traité par le procédé du raffinage, peut se remettre en pains solides de sucre grené. Je n'ai pas encore eu le temps d'essayer si ce sucre, revenu ainsi à l'état de cristal, a recouvré un pouvoir rotatoire égal à celui du sucre candi primitif, et si ce pouvoir est différent ou semblable dans la portion grenée provenant du liquide où se sont formés les cristaux; mais déja cette faculté de reprendre l'état cristallin est un caractère qui distingue matériellement le sucre de canne à l'état incristallisable, d'avec le sucre constamment incristallisable qu'on retire de l'amidon.

D'après ces considérations les résultats que le tableau suivant renferme doivent être envisagés avec les restrictions convenables, comme étant propres aux échantillons mêmes sur lesquels j'ai opéré, lesquels étaient aussi bien purifiés qu'il m'avait été possible de les obtenir, et se trouvaient respectivement dans leur état hygrométrique naturel, correspondant à la température de 20° ou 22° centésimaux. Le tableau offre en outre tous les éléments physiques nécessaires pour le calcul des pouvoirs de rotation moléculaires et se trouve en tout semblable à celui de la page 141.

Le sucre de canne cristallisé régulièrement est celui de tous qui possède le pouvoir rotatoire le plus énergique. Après lui vient le sucre de lait, ayant un pouvoir plus faible dans le rapport de 70 à 84. Les sucres d'amidon, et celui de canne rendu incristallisable, en ont un à peu près égal entre eux, mais plus faible encore, étant au premier comme 60 à 84, du moins pour les échantillons que j'ai employés.

On s'étonnera, sans doute, que je n'aie pas encore mentionné le sucre de raisin. J'en avais essayé en effet quelques échantillons en grains blancs qui m'avaient été remis par M. Dumas, comme étant classés sous ce titre dans la collection de l'École Polytechnique, et j'avais trouvé leur pouvoir moléculaire presque exactement le même que celui du sucre d'amidon, tant pour le sens que pour l'intensité. Mais ayant observé depuis lors les sucs de différents fruits et particulièrement des raisins dont ce sucre se retire, leur action rotatoire m'offrit une contradiction singulière à ce premier résultat, car elle était de sens opposé. Je me décidai donc à suivre cette action dans les diverses phases qu'elle subit lorsqu'on prépare le sucre de raisin, c'est-à-dire après la simple expression du suc, puis après sa saturation par la craie, puis dans l'état de rapprochement jusqu'à moitié du volume primitif par l'ébullition, enfin dans l'état de sirop condensé où l'on amène ce sucre pour qu'il se prenne en grains solides. Or, dans toutes ces conditions, le sens primitif de la rotation continua de persister contraire aux autres sucres. Et cependant je ne puis douter que le sucre de raisin, *formé en grains solides*, ne se retrouve d'accord avec eux ; car j'ai répété l'épreuve sur d'autres échantillons de la collection du Collége de France, qui avaient été préparés par

M. Persoz lui-même, avec du sirop de raisin venu de Mâcon; et enfin j'en ai moi-même retiré, soit des raisins secs, soit d'un sirop de raisin préparé par M. Couverchel; la rotation de ce sucre solidifié s'est toujours trouvée dirigée vers la droite. Ainsi l'inversion du sens de la rotation, et conséquemment la mutation de la constitution moléculaire, s'opèrent dans le sirop même, soit par le seul effet d'une réaction lente dépendante du temps, soit par le mouvement brusque de la solidification. Du reste, une fois le changement opéré, il persiste; le sucre de raisin solide conservant son nouveau sens de rotation analogue aux autres sucres dans toutes ses dissolutions. Il sera facile de fixer précisément le point de passage, puisqu'il suffira pour l'obtenir d'examiner de temps en temps l'action rotatoire du sirop depuis sa formation jusqu'à ce qu'il vienne à se solidifier spontanément (1).

J'ai soumis aux même épreuves les deux principes immédiats, le cristallisable et l'incristallisable, qui constituent le miel, et dans lesquels ce produit végéto-animal se résout lorsqu'on le traite convenablement par l'alcool froid. Il est à remarquer que ces deux principes sont doués d'un pouvoir rotatoire contraire. Le cristallisable agit dans le sens ↗ comme le sucre d'amidon; l'incristallisable au contraire agit dans le sens ↖ qui est celui de la gomme, et du sirop de raisin non solidifié. Ce principe incristallisable, après avoir été isolé, fut dissous dans l'alcool; et la dissolution rapprochée dans le vide sec jusqu'à consistance d'un sirop très-dense. C'est dans

(1) Voyez la note placée à la fin du Mémoire.

cet état que je l'ai observé, mais sans connaître les proportions d'alcool et de principe incristallisable qui composaient la liqueur. L'autre principe, le cristallisable, après avoir été pareillement isolé par l'alcool, fut séché dans le vide sec à la température ordinaire, puis dissous dans l'eau distillée en proportion connue ; de sorte qu'en prenant la densité du mélange, il a été possible de déterminer son pouvoir de rotation moléculaire. Ce pouvoir s'est trouvé moindre que celui du sucre d'amidon dans le rapport de 43 à 60, malgré l'identité de composition chimique. Enfin, j'ai compris aussi dans le tableau la mannite, que les chimistes considèrent comme très-voisine des sucres par sa composition et ses propriétés générales, sauf celle de fermenter avec la levûre ; mais il ne m'a pas été possible d'y découvrir le plus faible indice d'action rotatoire.

Expérience sur les sucs propres de différents fruits.

Ayant reconnu par les expériences précédentes que la faculté de dévier les plans de polarisation des rayons lumineux était beaucoup plus fréquente dans les produits organiques que je ne l'avais supposé jusqu'alors, j'ai profité du reste de la saison pour soumettre aux mêmes épreuves les sucs propres des fruits qui n'avaient pas encore disparu, tels que ceux de diverses espèces de raisins, de pommes, de poires, de groseilles, de fruits de ronces sauvages, etc. Tous ces sucs ont été essayés à l'instant où ils venaient d'être extraits, et après l'opération indispensable d'un simple filtrage. Ils étaient alors tous plus ou moins acides, car ils rougissaient le papier de tournesol. Je les ai observés à travers le tube de 160^{mm}, soit tels que les donnait la nature, soit après les avoir filtrés

à travers du charbon animal pour les décolorer, ce qui les rend parfaitement limpides et diaphanes sans altérer le pouvoir rotatoire de leurs particules propres, ainsi que je m'en suis assuré pour plusieurs d'entre eux qui ont pu être observés devant et après cette préparation. Les résultats obtenus par ces deux moyens sont réunis dans le tableau suivant, auquel j'ai joint l'observation de quelques autres liquides dont l'effet m'a semblé particulièrement essentiel à constater pour compléter les idées que ces phénomènes pourraient faire naître.

Je fus très-surpris de voir que tous ces sucs dévient les plans de polarisation des rayons dans le sens ↖ opposé aux sucres d'amidon et de canne. Cependant il n'était pas douteux qu'ils ne renfermassent tous des quantités plus ou moins considérables de matière sucrée dans l'acception chimique de ce mot, puisque tous, au bout d'un certain temps, devaient passer à la fermentation alcoolique; et même dans le nombre il se trouvait du jus de raisin qui était resté en cuve depuis quarante-huit heures, et qui, avec une saveur douceâtre très-marquée, conservait ce même sens de rotation. Mais cette anomalie apparente me fut expliquée lorsque je pus opérer sur le sirop sucré qui s'extrait effectivement du jus du raisin, soit avant, soit après la saturation des acides; car ce sirop très-dense et d'une saveur très-sucrée, ayant été amené aussi à une limpidité parfaite par la filtration préalable à travers le charbon animal, se trouva, comme je l'ai dit tout à l'heure, conserver invariablement son même sens d'action opposé à celui des sucres solides; de sorte que la communauté de cette propriété pour les divers sucs dénommés plus haut, indique

seulement que le sucre qu'on en peut extraire est, sinon identique au sucre de raisin, du moins analogue quant à sa constitution moléculaire ; au lieu que les sucs végétaux qui donnent des sucres analogues à celui de canne, comme la betterave par exemple, devront vraisemblablement manifester immédiatement ce résultat par l'identité du sens de rotation qu'ils exercent ; ce que, du reste, je n'ai pas encore eu le temps d'expérimenter (1).

La différence de constitution moléculaire que j'avais reconnue entre la gomme arabique et les diverses espèces de sucre, m'avait naturellement donné le désir d'étudier la conversion de la gomme en matière sucrée sous l'influence des acides, conversion qui est une des plus importantes découvertes de la chimie organique, tant par l'utilité de ses applications aux arts, que par les lumières qu'elle nous donne sur les transformations analogues qui s'opèrent continuellement dans les organes des végétaux. La lecture du beau mémoire de M. Couverchel sur la maturation des fruits, m'avait appris que cet habile observateur en suivant l'action des acides sur la fécule dans ses diverses phases, en avait retiré des produits successivement divers, depuis un composé semblable à la gomme par toutes ses apparences physiques, jusqu'au sucre incristallisable, dernier terme de l'opération. Je le priai de vouloir bien confier ces produits à mes études, ce qu'il fit avec l'empressement d'un véritable ami des sciences. Or, à ma grande surprise, je trouvai que tous ces pro-

(1) Depuis la lecture de ce mémoire je me suis assuré que cette induction était parfaitement exacte.

duits, même celui qui paraissait le plus semblable à la gomme, offraient les caractères d'action moléculaire des matières sucrées, à un degré, non-seulement discernable, mais très énergique, et plus énergique que le sucre même obtenu par une influence plus prolongée de l'acide et de la chaleur. Il y avait donc réellement transformation, transformation progressive d'une certaine substance en sucre incristallisable, ce qui était le point essentiel que M. Couverchel avait voulu établir dans son mémoire; mais la substance métamorphosée n'était pas la gomme, et il restait à la découvrir.

Ne pouvant entreprendre seul cette recherche qui exigeait des connaissances auxquelles je suis trop étranger, j'ai réclamé l'association de M. Persoz, préparateur de chimie au collége de France, jeune chimiste déja connu avantageusement de l'Académie par plusieurs travaux qui sont loin d'être les plus importants de ceux auxquels il s'est livré avec succès.

M. Persoz présentera lui-même à l'Académie les résultats de nos communes recherches sur les modifications extrêmement singulières qui s'opèrent par saccades soudaines, comme autant de changements brusques d'équilibre, entre les substances en présence. Nous les avons suivies pas à pas dans toutes leurs phases, par nos moyens optiques, qui nous rendaient ces changements visuellement sensibles à mesure qu'ils s'opéraient dans les dissolutions où l'on n'aurait pas autrement soupçonné leur existence; tant la couleur, la limpidité, et les autres apparences physiques restaient souvent constantes parmi ces changements. Je me bornerai ici à annoncer que

la formation du sirop sucré de fécule résulte de l'altération du principe immédiat contenu dans l'intérieur des grains de cette substance, principe dont l'existence, ainsi que plusieurs des propriétés physiques, ont été parfaitement signalées par M. Raspail, et que nous sommes parvenus à isoler. Ce principe diffère de la gomme par la constitution de ses molécules, qui exercent une rotation de sens opposé; et il diffère du sucre par la grande supériorité de son pouvoir de rotation moléculaire qui est presque triple de celui que le sucre de canne exerce. Aucune substance végétale ou animale jusqu'à présent connue n'imprime, à densité et à épaisseur égales, une aussi grande déviation aux plans de polarisation des rayons lumineux. Le cristal de roche seul lui est supérieur par ce rapport. Par ce motif nous avons nommé cette substance *la Dextrine*, afin de la désigner par un caractère physique qui rappelle le sens et la grande énergie de son pouvoir.

Dans son état de pureté elle est blanche, transparente, limpide et sans saveur particulière. Elle se dissout dans l'eau avec une très-grande facilité; elle est excessivement sensible à l'influence des acides, des alcalis et de la chaleur. Par la réunion de ces caractères, elle est très-propre à recevoir, dans la végétation, les métamorphoses que l'on a jusqu'ici supposé être subies par le principe gommeux. Or, en effet, elle se trouve extrêmement répandue dans les produits végétaux ; car nous l'avons retrouvée avec ses caractères propres dans toutes les fécules que nous avons essayées, dans les farines de riz, de froment, et jusque dans le tissu ligneux. C'est elle qui, dans toutes ces substances, existe na-

turellement, ou se forme sous l'influence des acides, et se convertit en sucre incristallisable ou en sirop sucré. Nous n'affirmons pas toutefois qu'elle soit dans toutes absolument identique. C'est un point important qu'il faudra examiner; mais du moins il y a une analogie indubitable dans le sens et la grande énergie du pouvoir rotatoire qu'elle y manifeste.

M. Persoz fera connaître à l'Académie les recherches particulières qu'il a entreprises à la suite de celles qui nous sont communes pour déterminer, par les mêmes moyens optiques, les modifications moléculaires produites par les divers alcalis et par les différents acides, tant sur cette substance que sur d'autres composés végétaux. Car les procédés optiques dévoilent dans ces actions une infinité de phénomènes remarquables d'équilibre, ou de mouvements chimiques, qu'il sera très-intéressant de constater.

Moi-même, je compte étudier par les mêmes moyens les changements progressifs que l'acte de la germination imprime à la fécule contenue dans les semences des végétaux; et je chercherai pareillement à voir les altérations progressives de la sève à diverses distances des racines, ainsi qu'aux diverses époques de la végétation et de la maturation des fruits. Il ne s'agira pour y parvenir que d'observer, dans ces phases successives, le sens et l'énergie variable de la polarisation circulaire exercée par les liquides que les organes végétaux transportent, ou par les substances que l'on peut extraire de leur tissu.

Et en général, si je ne me suis pas trompé dans mes espérances, les lois de la polarisation circulaire étant ainsi appliquées aux productions de la vie végétale ou animale, fourniront sur leur constitution moléculaire actuelle des ca-

ractères positifs, qui seront autant de conditions détermina-
trices de leur existence, et qui, en conséquence, serviront et
même guideront la chimie organique dans une multitude
d'opérations où elle marchait jusqu'ici aveuglément.

NOTE

ADDITIONNELLE AU MÉMOIRE PRÉCÉDENT.

Depuis la présentation de ce Mémoire, le 5 novembre 1832, je n'ai pas cessé de suivre les développements ou les applications des principes qu'il renferme. Je crois utile d'extraire de ces recherches ultérieures quelques résultats qui complètent ceux que j'ai exposés ici.

En rapportant les valeurs que j'avais obtenues pour le pouvoir de rotation moléculaire du sucre de fécule, et du sucre de canne rendu incristallisable, j'avais exprimé, page 164, la nécessité de restreindre ces valeurs aux échantillons que j'avais observés. L'expérience a justifié cette réserve; car nous avons formé, M. Persoz et moi, un sucre de fécule dont le pouvoir de rotation moléculaire est presque égal à celui du sucre de canne cristallisé.

La différence des intensités du pouvoir rotatoire n'est donc plus un caractère suffisant pour distinguer généralement le sucre de canne du sucre de fécule dans les dissolutions. Mais j'ai trouvé un autre procédé qui atteint ce but. Nous avions reconnu, M. Persoz et moi, que le sucre de canne dissous dans l'eau, étant mêlé avec de l'acide sulfurique étendu et chauffé au-dessous de l'ébullition, perd sa constitution moléculaire et prend la rotation à gauche, propre au sucre de raisin non solidifié. Je me suis assuré que le sucre de fécule traité de même n'éprouve pas cette inversion; ce qui offre un moyen facile de le reconnaître.

L'opposition de signe que j'ai reconnue entre le sens de rotation du sucre de raison liquide et ce même sucre passé à l'état solide, pouvait provenir d'une autre cause que celle que j'ai indiquée page 166. On y aura satisfait en concevant que le suc naturel du raisin contient deux espèces de sucres, l'un constamment liquide, exerçant la rotation à gauche, l'autre solidifiable, l'exerçant à droite, ce dernier restant séparé de l'autre après la solidification. Je me suis assuré par des expériences directes qu'il n'en est pas ainsi. Tout le sucre primitivement contenu dans le suc du raisin y exerce la polarisation vers la gauche; cette propriété s'y affaiblit graduellement avec le temps, à mesure qu'il se rapproche de l'état solide; enfin il l'exerce tout entière vers la droite après qu'il s'est solidifié. Ainsi, la manière dont j'avais présenté ce phénomène est exacte; seulement je n'ai pas encore pu constater si le passage se fait dans l'acte de la solidification même ou un peu auparavant.

Paris, le 9 avril 1833.

ERRATA.

Pag. 64, lig. 2[e] de la formule : ajoutez un prime au coefficient *c* du second terme du numérateur.

93, lig. 5; *x*, lisez *u*.

100, lig. 8; 362362,6, lisez 362,6.

129, lig. 8, éclat; lisez état.

CONSIDÉRATIONS GÉNÉRALES

SUR

LES CHANGEMENTS QUI S'OPÈRENT DANS L'ÉTAT ÉLECTRIQUE DES CORPS, PAR L'ACTION DE LA CHALEUR, DU CONTACT, DU FROTTEMENT ET DE DIVERSES ACTIONS CHIMIQUES, ET SUR LES MODIFICATIONS QUI EN RÉSULTENT QUELQUEFOIS DANS L'ARRANGEMENT DE LEURS PARTIES CONSTITUANTES.

TROISIÈME PARTIE.

DE LA CÉMENTATION ET DES ALTÉRATIONS QUE LE FER PEUT ÉPROUVER, AVEC LE TEMPS, DANS LA TERRE.

PAR M. BECQUEREL.

Lues à l'Académie royale des Sciences, le 27 février 1832.

CHAPITRE PREMIER.

Exposé des phénomènes électriques qui sont produits dans la cémentation.

Tous les corps sont remplis de fluide électrique naturel, mais nous ignorons son mode de répartition, à l'égard des molécules; nous ne pouvons faire que des conjectures à cet égard. Nous savons seulement d'une manière certaine que lorsque l'on clive rapidement un cristal même d'un corps simple, tel que le soufre, chaque partie emporte avec

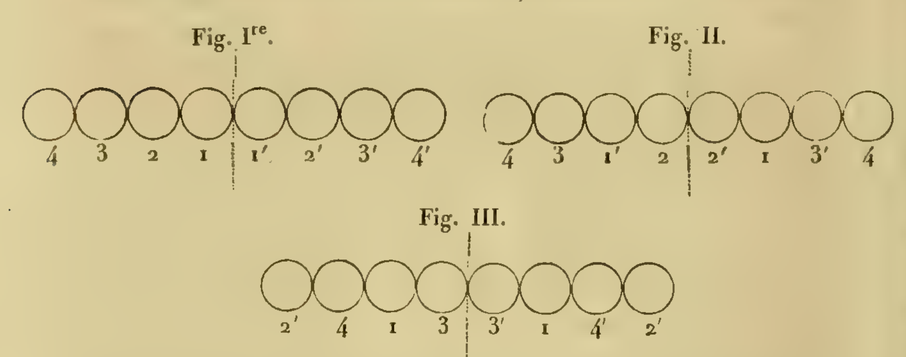
elle un excès d'électricité contraire, dont l'intensité est d'autant plus grande que l'on a élevé davantage préalablement la température. Ne semble-t-il pas résulter de là, et de diverses considérations qui ont été exposées dans les deux premières parties de ce Mémoire, que les molécules des corps sont autant de petites piles électriques, dont les actions réciproques et continues constituent la force d'agrégation? Lorsque l'état d'équilibre de ces molécules n'est troublé par aucune cause, toutes les forces électriques se font équilibre; mais quand il éprouve un dérangement quelconque, comme dans le cas où l'on élève la température, il y a alors émission des deux électricités, de la part de deux molécules contiguës et recomposition immédiate pour former du fluide neutre. Ces deux actions sont d'autant plus grandes que l'on a diminué davantage la force d'agrégation. Cette électricité, qui devient libre par la dilatation ou la séparation des molécules, avait probablement une destination, et, en supposant qu'elle se rattache à la force d'agrégation, on reste dans la limite des probabilités que l'expérience fait naître. Il résulte de ce même principe que la phosphorescence peut être rapportée à la recomposition des deux électricités émises pendant l'élévation de température. En admettant une unipolarité électrique dans les atomes avec les atmosphères de M. Ampère, on adopte le principe qui est le plus en harmonie avec l'état de nos connaissances en électro-chimie. Je continuerai donc à m'en servir, tant que l'observation ne me forcera pas de le modifier ou de le rejeter.

En partant de ces idées théoriques, ne serait-il pas possible d'expliquer les décompositions qu'éprouvent, de la surface au centre ou du centre à la surface, des masses consi-

dérables de granit, de fer spathique et d'autres corps, par un effet analogue à celui de la cémentation, sans que les masses aient cessé d'être solides? Nous sommes conduits par là à rechercher d'abord comment la cémentation peut avoir une origine électrique. Le premier pas à faire est de reconnaître les effets électriques qui ont lieu pendant ce mode d'action, afin de remonter ensuite à l'origine du phénomène. Je prendrai pour exemple le procédé généralement employé pour convertir le fer en acier. Soit un morceau de charbon, conducteur de l'électricité, que l'on fixe par l'une de ses extrémités à un fil de fer qui communique à l'un des bouts du fil d'un galvanomètre, et dont l'autre bout est terminé également par un fil de fer; si au moyen d'une lampe à alcool, on porte au rouge une partie du charbon, ainsi que l'extrémité libre du fer qui est à l'autre bout du fil, et que l'on superpose l'une sur l'autre les deux parties en incandescence, on a un courant énergique, qui va du fer au charbon, et dont la direction est la même que celle du courant qui est produit dans la combinaison du fer avec l'oxigène, ou d'une base avec un acide; ce résultat était prévu, puisque le carbone et l'oxigène sont deux éléments électro-négatifs par rapport au fer. Le contact de l'acier et du carbone, ainsi que celui du fer et de l'acier à la température rouge, donnent des effets absolument semblables, ce qui semble annoncer une origine commune; mais, peut-on admettre que le contact de l'acier et du charbon et celui du fer et de l'acier donnent lieu à une action chimique, analogue à celle qui se passe réellement dans la combinaison du fer et du charbon? Rien ne s'y oppose, puisque le charbon se combine en un grand nombre de proportions avec le fer. Maintenant, si l'on a égard aux prin-

cipes dont j'ai parlé plus haut, les atomes du carbone ayant une uni-polarité telle que le pôle négatif a une intensité plus grande que celle du pôle positif, peuvent être considérés comme étant eux-mêmes négatifs; par une raison semblable les atomes du fer peuvent être regardés comme positifs par rapport aux premiers. Suivant cette manière de voir, les particules de l'acier sont donc formées de la réunion de deux groupes d'atomes chargés d'électricité contraire.

En partant de là, on se rend compte facilement de la cémentation à l'aide de la chaleur; en effet:



Les figures (1), (2), (3) montrent ce qui se passe dans l'arrangement des atomes pendant les premiers moments de la cémentation. Dans la figure (1) les petites sphères 1, 2, 3, 4, représentent les atomes du carbone moins leurs atmosphères; les petites sphères 1′, 2′, 3′, les atomes du fer moins également leurs atmosphères. A l'instant du contact des atomes 1 et 1′, lequel est suivi d'une combinaison, le premier laisse dégager de l'électricité positive, comme l'indique l'expérience, et le second de l'électricité négative: ces deux électricités sont transmises à leurs atomes respectifs. A la tem-

pérature rouge et probablement un peu avant quand la force de cohésion est suffisamment détruite pour que les atomes des deux corps puissent jouir d'une certaine mobilité, la cémentation commence. Si l'on n'a égard seulement qu'à l'électricité propre aux atomes, on conçoit que l'arrangement de la figure 1 ne durera que quelques instants; car les atomes 1, 2, 3, 4, éprouvant continuellement entre eux des actions répulsives, ainsi que les atomes 1', 2', 3', 4', l'atome binaire 1, 1' en oscillant sera lui-même décomposé par l'action attractive de 1, pour 2', et de 1', pour 2, de sorte qu'après avoir fait une demi-conversion, les atomes prendront l'arrangement indiqué par la figure 2. En continuant le même raisonnement, on arrivera à l'arrangement de la figure 3, et ainsi de suite.

En ayant égard seulement à l'électricité dégagée pendant la cémentation, on arrive encore au même résultat; en effet, les atomes du carbone, fig. 1re, possèdent tous un excès d'électricité positive, et ceux du fer, un excès d'électricité négative, en raison de la réaction des particules en contact; aussitôt qu'elles ont acquis une certaine mobilité par l'élévation de température, les répulsions et attractions électriques suffisent pour faire prendre aux atomes les arrangements indiqués par les figures 2 et 3.

M. Dumas m'a assuré qu'il a développé cette théorie dans des cours publics. Je n'en avais aucune connaissance quand j'ai commencé la rédaction de ce Mémoire. Au surplus, elle est une conséquence de la manière dont j'envisage les phénomènes dus à l'attraction et résulte des effets électriques produits dans la cémentation.

Les mêmes principes servent à expliquer la cémentation

des batitures de fer, sur laquelle M. Berthier, notre collègue, a donné des développements intéressants. Les effets électriques qui ont lieu dans cette action, m'ont encore servi de guide.

Les batitures forment, suivant M. Berthier, un oxide nouveau qui, d'après la quantité d'oxigène qu'il renferme, doit être rangé entre le protoxide et l'oxide magnétique de la nature. Il se forme toutes les fois que le fer se trouve en contact, à la chaleur blanche, avec un oxide plus avancé. Pour obtenir la cémentation des batitures, notre savant collègue a pris plusieurs creusets brasqués de charbon, il a mis dans chacun cent grammes de batitures pulvérisées, les a remplis de charbon et bien bouchés, puis les a placés dans un fourneau à vent; il les a retirés successivement du feu: les culots avaient tous pris de la consistance, sans changer de forme, ni diminuer de volume; ils étaient enveloppés d'une couche de fer métallique, et l'oxide qui en occupait le centre n'avait éprouvé ni fusion, ni altération. La couche métallique était d'autant plus épaisse que le creuset était resté plus long-temps au feu: la cémentation du peroxide de fer a été obtenue par le même procédé. Maintenant, si l'on cherche les effets électriques produits pendant la réaction des batitures ou du deutoxide de fer sur le charbon, à la température rouge, on trouve comme ci-dessus, que ce dernier prend à l'autre l'électricité positive. Ce rapprochement permet d'expliquer la cémentation des batitures, comme celle du fer, ainsi je ne m'y arrêterai pas. Dans les deux exemples de cémentation que je viens de citer, le transport des atomes ne s'effectue qu'autant que la force de cohésion est suffisamment détruite pour qu'ils puissent os-

ciller autour de leur position d'équilibre ordinaire. Nous voyons cependant journellement, dans la terre, s'opérer des cémentations qui ont de l'analogie avec les précédentes, sans que la force de cohésion soit sensiblement diminuée ; cela se conçoit, car le phénomène doit avoir lieu toutes les fois que la résultante des attractions et répulsions électriques l'emporte sur la force de cohésion.

Les décompositions parasites de Haidinger, ou pseudomorphoses de Haüy, ne sont que des cémentations qui peuvent être obtenues, dans quelques cas, avec des forces électriques à petite tension.

J'ai dit, dans un précédent Mémoire, que pour obtenir le sulfure d'argent cristallisé en octaèdre, il fallait commencer par former le double hypo-sulfite de potasse et d'argent et le soumettre ensuite à une décomposition lente, en faisant arriver de l'oxigène dans la dissolution, avec une pile très-faible, qui réagissait en même temps sur l'hypo-sulfite d'argent, en lui enlevant son oxigène. Ces deux actions donnaient naissance à un hypo-sulfate de potasse et à un sulfure d'argent cristallisé en octaèdres, dans l'espace d'un mois. Maintenant, si l'on ralentit encore l'action du courant par un procédé que j'indiquerai en exposant les composés électro-chimiques que l'on peut obtenir avec l'argent et les autres corps, il se produit un autre effet : le fil d'argent qui se trouve dans le tube positif, où est le double hypo-sulfite, est recouvert d'abord de cristaux, qui paraissent être des prismes droits quadrangulaires, terminés de chaque côté par des sommets. Dans ce premier cas, ces cristaux sont redissous à fur et à mesure que le double hypo-sulfite, qui est en dissolution, se décompose; tandis que, dans le second,

les cristaux ne changent pas de forme, quoiqu'ils soient eux-mêmes décomposés. Voici ce qui se passe dans ce cas-là : l'hypo-sulfite de potasse se change en hypo-sulfate, aux dépens de l'oxigène de l'hypo-sulfite d'argent et de celui qui lui est apporté par le courant ; puis ce nouveau composé est transporté du dedans au dehors, par un effet analogue à celui de la cémentation, et vient cristalliser sur la surface des cristaux, sans que ceux-ci aient changé de forme ; de sorte que, lorsque l'opération est terminée, ces derniers ne renferment plus que du sulfure d'argent, qui est sous une forme différente de celle qu'il affecte ordinairement. C'est donc une véritable pseudomorphose, telle que l'on en trouve dans la nature. Ce fait montre que la cémentation peut avoir une origine électrique.

Il me serait facile de présenter différents exemples de cémentation naturelle que l'on peut obtenir avec les courants électriques ; mais voulant traiter cette question avec tous les développements dont elle est susceptible, je prendrai successivement chaque corps et j'essaierai de montrer les changements qu'il éprouve dans le cours des siècles, soit par l'action de l'air, de l'eau ou d'autres agents.

Je commencerai par le fer, comme l'un des corps les plus répandus sur le globe.

De la formation spontanée des oxides de fer.

Tout le monde connaît les changements que le fer éprouve au contact de l'air et de l'eau, il s'oxide et se couvre de rouille ; mais l'on ne s'est pas attaché à rechercher toutes les modifications que ce métal éprouve avec le temps, quand

il est soumis à l'influence de ces deux agents et de diverses causes locales.

On sait cependant que lorsqu'on met dans une capsule de porcelaine de la limaille de fer recouverte d'une couche d'eau très-mince, elle se transforme en peu de temps en hydrate de peroxide, tandis que si la couche est épaisse, il y a formation de l'oxide magnétique de la nature et d'une petite quantité de peroxide avec lequel il est mélangé. La production de l'oxide magnétique qui est, comme on sait, une combinaison de protoxide et de peroxide, est due à la lenteur avec laquelle l'oxigène de l'air est communiqué à la limaille; l'eau, comme M. Berthier l'a prouvé, ne sert que de véhicule, puisqu'il n'y a aucun dégagement d'hydrogène. On conçoit de suite que si le renouvellement de l'oxigène est suffisamment lent pour que les molécules de l'oxide ne se heurtent pas pendant leur formation, elles prendront un arrangement régulier; c'est précisément ce qui arrive, comme je vais le montrer.

Il est reconnu que l'on trouve peu d'objets antiques en fer, attendu que ce métal ne tarde pas à se transformer en rouille quand il reste long-temps exposé à l'humidité. La décomposition, une fois commencée à la surface, pénètre jusqu'au centre du fer, de sorte qu'il y a transport de l'oxigène comme dans les cémentations ordinaires. C'est ainsi que l'on trouve des masses entières de fer changées en un mélange de fer magnétique et de peroxide sans que l'œil le plus exercé puisse reconnaître dans ces masses des fissures par lesquelles l'oxigène et l'eau aient pu pénétrer. Mais le phénomène suit-il toujours cette marche ? a-t-on observé avec assez d'attention tous les fers antiques pour être assuré qu'il

ne se forme que de la rouille pulvérulente ou du fer magnétique? Les faits suivants vont répondre à ces deux questions.

J'ai trouvé, il y a un an, dans les fondations d'un vieux château, dont la construction remonte au 8e ou 9e siècle, plusieurs morceaux de fer de 4 à 5 décimètres de longueur et de 5 centimètres de largeur, presque entièrement décomposés. Ils sont formés de fer hydrate et de fer magnétique, et de quelques parties de fer encore à l'état métallique; plusieurs portions offrent une texture lamelleuse. Si l'on détache, à l'aide d'un instrument tranchant, quelques-unes de ces lames, on trouve sur leurs surfaces deux espèces de cristaux : les plus apparents, qui ont 1 à 2 millimètres de longueur, ont une couleur jaune de rouille, ils sont aplatis, et leur forme dérive de l'octaèdre régulier. Leur poussière est jaune, ils renferment de l'eau de cristallisation, se dissolvent dans les acides et donnent toutes les réactions propres au peroxide de fer. Ces cristaux appartiennent donc à l'hydrate de peroxide : c'est la première fois, je crois, que l'on a observé cristallisée cette substance. Sous ces cristaux en sont placés d'autres de fer oligiste irisé qui, vus au microscope, présentent les faces de la variété binoternaire de Haüy, et dont l'aspect est le même que ceux de l'île d'Elbe.

Comment expliquer la formation de ces cristaux? le fer oligiste résulte-t-il de la décomposition du fer hydraté, qui se forme toujours quand le fer est exposé à l'action simultanée de l'air et de l'eau, ou bien a-t-il été produit immédiatement par des causes locales inconnues? A la seule inspection des lames on reconnaît que les cristaux de fer hydraté sont d'une formation postérieure à ceux de fer oligiste,

puisqu'ils sont superposés sur ces derniers : ce fait est incontestable.

Jusqu'ici l'art n'a pu former le peroxide de fer anhydre sans le secours de la chaleur; pourrait-on y parvenir au moyen des courants électriques ? je l'ignore ; mais on conçoit que, dans l'exemple précédent, ils aient pu exercer une certaine influence. Rappelons-nous que lorsqu'un métal est en contact avec un de ses oxides, ou un oxide avec un autre oxide, il y a production d'effets électriques et par suite de courants, toutes les fois que ces corps sont mouillés simultanément par un liquide capable de réagir chimiquement sur l'un d'eux seulement. Cela posé, quand un morceau de fer est déja couvert en quelques parties de peroxide hydraté et qu'il est exposé à l'action de l'air et de l'eau, son oxidation marche plus rapidement, parce que le fer devient alors le pôle positif d'une petite pile, dont l'action continue jusqu'à ce que tout le fer soit changé en hydrate de peroxide ou en oxide magnétique, suivant que l'air est renouvelé plus ou moins vite : de plus, tout porte à croire que les lames de fer trouvées dans les ruines du vieux château ont d'abord été changées en oxide magnétique, puisque les fissures dans lesquelles sont déposés les cristaux proviennent de la décomposition ; ces cristaux sont donc d'une époque postérieure. D'après cela, il faut donc que l'eau et l'air, en pénétrant très-lentement entre les fissures, aient réagi sur les parties de fer non encore altérées dont on retrouve des traces en broyant les lames; les molécules ayant été formées, pour ainsi dire, une à une, rien ne s'est opposé alors à ce qu'elles prissent un arrangement régulier ; mais, comme dans les mêmes circonstances, les petites piles formées par

le fer, l'oxide magnétique et l'eau, doivent réagir infailliblement sur l'hydrate de peroxide qui est à l'état naissant, on conçoit que la décomposition puisse avoir lieu; l'eau se porte sur le fer et le peroxide sur l'oxide magnétique. Quand tout le fer est à peu près recouvert d'oxide, l'action de la pile devient insensible et l'hydrate de peroxide cristallise sur le peroxide, comme on l'observe effectivement.

Dans un autre Mémoire, j'examinerai les altérations que les minerais de fer et les combinaisons de ce métal avec d'autres corps sont susceptibles d'éprouver avec le temps, par suite d'actions très-lentes non encore décrites.

RAPPORT

SUR UN MÉMOIRE DE M. LE BARON DE MOROGUES,

INTITULÉ :

DE L'UTILITÉ DES MACHINES, DE LEURS INCONVÉNIENTS, ET DES MOYENS D'Y REMÉDIER EN ASSURANT L'EXTENSION ET LES PROGRÈS DE NOTRE AGRICULTURE.

L'ACADÉMIE nous a chargés, M. Molard et moi, de lui rendre compte d'un Mémoire intitulé : *De l'utilité des machines, de leurs inconvénients, et des moyens d'y remédier en assurant l'extension et les progrès de notre agriculture ;* par M. le baron de Morogues, membre du conseil supérieur d'agriculture, du conseil général, et de la Société d'agriculture du département du Loiret, etc.

L'auteur entre en matière par une large concession sur l'utilité des machines dont l'usage s'est introduit dans nos manufactures, quelque genre d'industrie qu'on y exerce. Il convient que leur emploi, en accroissant la production, nous donne plus de moyens de satisfaire nos besoins, et nous procure plus de jouissances ; il reconnaît que nous devons aux machines les bénéfices de fabrications nouvelles, et que, par leur secours, l'Europe est parvenue à rendre l'Asie sa tributaire pour des objets que celle-ci lui fournissait autrefois et dont elle lui fournit encore aujourd'hui les matières premières.

Après avoir admis ces faits comme incontestables, l'auteur se demande si les avantages que nous devons à l'introduction des machines dans nos établissements industriels, ne sont pas achetés au prix de quelques inconvénients plus ou moins graves? C'est à l'examen et à l'éclaircissement de cette importante question que la première partie de son Mémoire est spécialement consacrée.

Il observe d'abord que l'objet de toute machine étant de suppléer au travail manuel de l'homme, leur emploi tend nécessairement à rendre inutile dans les manufactures une partie des ouvriers qui étaient accoutumés à y trouver leurs moyens d'existence; et comme leurs vues s'étendent rarement au-delà de ce qui touche les besoins matériels de leurs familles, on conçoit leur irritation contre tout ce qui leur paraît être la cause du dénûment auquel ils sont réduits, et l'on explique aisément, par l'effet de cette irritation, les excès condamnables auxquels ils se sont trop souvent portés.

M. de Morogues pense en outre que le bien-être social est relatif, et que l'état de l'ouvrier qui ne trouve point de quoi vivre dans le produit de son travail journalier, devient plus misérable dans les villes manufacturières que partout ailleurs, par la comparaison qu'il fait de sa misère à l'opulence de ceux que l'emploi des machines semble enrichir.

C'est par l'effet des chagrins et du désespoir qui naissent de cette comparaison que l'auteur explique pourquoi, eu égard à la population, le nombre des suicides est plus considérable en Angleterre qu'en France, et pourquoi dans celle-ci on en compte un sur 12,000 habitants dans les 32 départements reconnus pour être les plus industrieux du royaume,

tandis que dans les 54 autres on ne compte qu'un suicide sur 30 mille habitants environ.

Il en est de même des autres crimes; ils deviennent plus fréquents par l'accroissement du paupérisme, dont les progrès sembleraient marcher de front avec ceux de l'industrie. En preuve de cette opinion, M. de Morogues cite des faits observés en Angleterre; il rapporte qu'en 1798 les exportations de ce pays ne s'élevaient qu'à 492 millions de francs. Le *quarter* de froment, équivalent à 3 hectolitres environ, ne valait que 63 fr. La façon d'une pièce de toile de coton se payait encore 18 fr. La taxe des pauvres ne s'élevait pas à 175 millions. Il n'y avait que peu d'associations charitables, point de révolte d'ouvriers, et le nombre des accusés de crimes ou de délits ne fut que de 6,576.

En 1827 les exportations de l'Angleterre s'élevèrent à 1,300 millions. Le *quarter* de froment ne valait que 63 f. 75 c. La main d'œuvre d'une pièce de toile de coton était descendue à 3 fr. 10 c. La taxe des pauvres s'était élevée à 193 millions. Les associations charitables très-multipliées faisaient plus que doubler en faveur de l'indigence les produits de cette taxe, et cependant le quart de la population était inscrit sur les registres des pauvres; les révoltes d'ouvriers étaient fréquentes, et le nombre des accusés de crimes et de délits, qui s'est encore accru depuis dans une plus grande proportion, s'élevait déja à 18,000 par année.

L'extension du commerce extérieur ne peut procurer à la classe ouvrière qu'une augmentation momentanée de travail; car la concurrence de toutes les nations et les progrès de l'industrie chez la plupart d'entre elles resserrent de plus en le plus champ des bénéfices qu'on peut obtenir en approvi-

sionnant leurs marchés. C'est ainsi, suivant M. de Morogues, que pendant les vingt années qui se sont écoulées de 1808 à 1828, le prix des produits de l'industrie anglaise vendus au dehors s'est réduit aux 3/7 du prix des mêmes produits, vendus sur les mêmes marchés, pendant les dix années précédentes.

On conçoit aisément que dans l'état progressif de l'Europe, on ne peut conserver l'avantage d'approvisionner un marché étranger, qu'autant qu'on diminue de plus en plus le prix de la marchandise offerte ; or, cette diminution n'est possible que par l'abaissement des frais de fabrication, c'est-à-dire par le perfectionnement des machines.

A mesure que les produits manufacturés de l'Angleterre devinrent l'objet d'exportations plus étendues, les villes de Birmingham et de Manchester se peuplèrent prodigieusement, en attirant les ouvriers des petites fabriques par l'espoir de plus gros salaires ; mais ces salaires se sont abaissés de plus en plus. Il en a été, suivant l'auteur du Mémoire que nous analysons, de la grande et de la petite industrie, comme de la grande et de la petite culture. L'appât du gain a appelé les ouvriers dans les grands établissements industriels et dans les grandes fermes ; et quand l'insuffisance du prix de leurs journées les a forcés d'aller chercher du travail ailleurs, les petites fabriques et la petite culture n'étaient plus là pour leur en offrir : alors la plaie du paupérisme est devenue si profonde qu'on en est arrivé au point de discuter sérieusement l'opportunité de la déportation des pauvres et de la restriction de leurs mariages ; et, ce qui n'est pas moins déplorable, c'est que, pendant ces discussions, la population des pontons, où sont détenus les condamnés pour certains

délits contre la propriété, s'est élevée de l'année 1824 à l'année 1829, dans les rapports de 3 à 5. Si, comme le pense M. de Morogues, le paupérisme et tous les maux qu'il entraîne sont un résultat immédiat de la substitution des machines au travail manuel, quel moyen reste-t-il de mettre la société à l'abri des dangers dont elle est menacée, sans la priver des avantages qu'elle retire de l'application de la mécanique aux arts industriels? Ce moyen n'existe, selon lui, que dans la culture et l'exploitation du sol, dont les produits se consomment en nature et fournissent toujours plus ou moins abondamment le prix du travail à l'aide duquel ils sont obtenus.

Les lois qui régissent l'Angleterre en ayant fait successivement disparaître la petite et la moyenne culture, sont devenues une des principales causes du paupérisme, de l'agitation des ouvriers, et des atteintes qu'ils portent à la tranquillité publique. Sur 16 millions d'habitants, la Grande-Bretagne ne compte que 589 mille propriétaires fonciers; la propriété territoriale, centralisée par les substitutions et le droit d'aînesse, ne présente que de vastes exploitations rurales dans lesquelles l'usage des machines s'est introduit comme dans les grandes fabriques, de sorte qu'aujourd'hui de pauvres ouvriers sans travail surchargent également de leur misère les campagnes et les grandes villes.

Heureusement, comme le remarque très-bien M. de Morogues, nous ne serons jamais exposés par les mêmes causes à la même calamité! La vente des biens nationaux, l'abolition du droit d'aînesse et l'égalité des partages ont créé en France 4 millions 833 mille propriétaires, sur 32 millions d'habitants; ainsi, nous comptons un propriétaire sur sept indi-

vidus environ, tandis qu'en Angleterre on ne compte qu'un propriétaire sur 28 habitants.

En 1829, le nombre des pauvres était chez nous égal au 13ᵉ de la population, tandis qu'en Angleterre le nombre des pauvres était égal au quart de la sienne ; voilà pourquoi à la même époque le nombre des accusés de crimes n'était en France que d'un sur 4340 habitants, tandis qu'il était dans la Grande-Bretagne d'un sur 857. Admettant comme un principe généralement reconnu que la misère plus que toute autre cause provoque les délits de toute nature, l'auteur admet aussi qu'ils sont plus nombreux là où il y a plus d'industriels que de cultivateurs, et qu'enfin, parmi ces derniers, il se rencontre d'autant plus de délinquants que les propriétés sont moins divisées, ce qui lui sert à expliquer pourquoi, depuis 1825 jusqu'en 1829, intervalle de temps pendant lequel le nombre des grandes propriétés s'est accru en France, le nombre des prévenus de délits s'y est aussi accru dans le rapport de 183 à 222.

M. de Morogues conclut de tous ces faits, que s'il convient d'encourager l'emploi, et de provoquer le perfectionnement des machines dans nos fabriques, il est encore plus indispensable d'encourager l'agriculture contre la concurrence étrangère. Il voudrait surtout étendre la petite culture, afin que, par l'effet du plus grand travail manuel qu'elle exige, le plus grand nombre d'individus puissent devenir consommateurs à leur tour; car, dit-il, c'est de l'aisance de notre propre population qu'il faut attendre le rétablissement de notre industrie et de notre commerce. Malgré le paupérisme qui l'accable, l'Angleterre est encore la meilleure pratique de ses propres manufactures; à l'appui de son opinion, et pour

ne laisser aucun doute sur la possibilité de faire jouir la classe ouvrière de cet état d'aisance, l'auteur, après avoir rappelé qu'il nous reste une immense superficie de terre à défricher, présente le tableau de toutes les matières que nous tirons de l'étranger et que notre sol serait susceptible de produire. Le prix de ces matières s'est élevé, en 1828, à 229 millions, somme qu'il estime être au moins décuple du salaire dont on aurait payé la mise en œuvre de ces matières dans nos fabriques. Ainsi les travaux agricoles auxquels on en aurait dû la production auraient assuré l'existence de ceux qui s'y seraient livrés, et les auraient soustraits aux inquiétudes qui, troublant la tranquillité de leurs familles, rendent quelquefois le repos public incertain.

A tous ces motifs de restituer à l'agriculture une partie des bras dont l'industrie n'admet plus aujourd'hui l'emploi, M. de Morogues ajoute des considérations importantes puisées dans l'observation de notre état social.

Comparant la moralité des populations agglomérées au sein des grandes villes à la population clair-semée des campagnes, il fait remarquer que dans le comté de Middlesex, où se trouve la ville de Londres, on comptait en 1820 un accusé de crime ou de délit sur 424 habitants, tandis que dans le reste de l'Angleterre on n'en comptait qu'un sur 2,400.

De même, en France, en prenant une année moyenne entre 1825 et 1829, on a trouvé un accusé de crime ou de délit sur 1167 habitants dans le département de la Seine, tandis que dans tous les autres départements pris ensemble, on n'en comptait qu'un sur 4,300, et que dans les départements les moins peuplés, comme ceux de la Creuse et de

la Haute-Loire, il ne s'est trouvé qu'un seul accusé sur 10,000 habitants environ.

Il suit de là que la population qui n'a que son travail pour vivre, se pervertit par la misère beaucoup plus rapidement dans les villes populeuses que dans les campagnes; et comme sa perversité est bien plus redoutable dans celles-là que dans celles-ci, l'auteur en conclut que le remède le plus simple et le plus efficace que l'on puisse employer contre les dangers dont cette perversité nous menacerait, se réduit à faire refluer dans les campagnes une partie de la population agglomérée maintenant dans les villes; opérer sans secousse cette espèce de transmigration, en assurant des moyens de subsistance à la population qui se trouverait ainsi déplacée, c'est en cela que consiste le projet par l'exposé duquel M. de Morogues termine son mémoire.

Il propose d'établir dans les landes et les bruyères qui occupent une partie de notre territoire, 80,000 petites habitations, à chacune desquelles serait annexé un hectare de terrain pour être cultivé par le colon qui en deviendrait propriétaire. Il propose en outre de former 20,000 habitations de jardinier sur un demi-hectare dans les nombreuses communes où les produits de l'horticulture ne suffisent point aux besoins.

Il évalue à mille francs chacun de ces établissements, ce qui porterait à 100 millions la somme nécessaire pour les mettre tous en état de recevoir leurs habitants. Cette somme, qui paraît exorbitante au premier aperçu, se réduit de beaucoup aux yeux de M. de Morogues, par la comparaison qu'il en fait à des sacrifices dix fois plus considérables dont le souvenir est encore récent, et qui avaient pour but, non

pas d'augmenter le nombre des propriétaires, mais de rétablir la grande propriété, ce qui ne tendait qu'à aggraver le mal, quand il s'agissait de l'extirper. L'auteur fait remarquer qu'en général on obtient peu de résultats utiles des dépenses plus ou moins fortes auxquelles on se résigne dans certaines circonstances pour entretenir des ateliers de secours. Il pense qu'il ne suffit pas d'offrir à l'indigence un soulagement momentané, mais qu'il faut lui assurer un soulagement perpétuel en l'occupant de travaux agricoles qui la tiennent constamment en activité.

Cette translation dans les campagnes d'une partie de la population indigente des villes n'aurait pas seulement l'avantage de procurer à cette population les moyens de subsister du produit des travaux agricoles; il en résulterait encore que les ouvriers qui continueraient de résider dans les villes y trouveraient une augmentation de travail qui, partagée entre eux, si petite qu'on la suppose, ajouterait toujours quelque chose à leurs moyens d'existence.

M. de Morogues n'estime pas au dessous de 500 mille le nombre des pauvres familles qui se trouveraient soulagées si l'on parvenait à en ramener 100 mille seulement aux travaux de l'agriculture. En les supposant composées de cinq individus chacune, ce serait deux millions 500 mille individus mis à l'abri de l'indigence; or, aujourd'hui, chacun d'eux, suivant l'auteur du Mémoire, ne reçoit pas moins de vingt francs par an en secours de toute espèce, non compris ceux que les hospices leur fournissent, ce qui élève à 50 millions la charge totale que la charité privée s'impose pour le soulagement des pauvres. L'auteur pense que cette charge se trouverait réduite au cinquième par l'adoption de ses vues. On ob-

tiendrait par conséquent une économie annuelle de 40 millions sur la valeur des aumônes qui sont distribuées à la classe indigente du royaume.

Ainsi le soulagement de 500 mille familles d'ouvriers des villes, et une économie de 40 millions au profit des contribuables, seraient le résultat immédiat du classement de cent mille familles pauvres dans les travaux de défrichement; ces travaux en augmentant les produits de la petite culture en rendraient les produits plus abondants sur les marchés; et ce qui n'est pas moins important, les grands propriétaires fonciers, voisins de ces nouveaux établissements, y trouvant quelquefois des bras disponibles, pourraient, avec ce surcroît de forces, étendre leurs exploitations et faire baisser le prix de leurs produits; enfin, les terrains défrichés deviendraient, après un certain temps, passibles de contributions, dont le montant finirait par compenser les frais de premier établissement et d'entretien dont ces colonies agricoles auraient exigé les avances.

Le Mémoire dont nous venons de présenter l'analyse à l'Académie traite, comme on voit, d'une matière de la plus grande importance.

M. de Morogues propose en effet de mettre en valeur une partie de notre sol, demeurée jusqu'à présent improductive, en employant à des travaux agricoles une multitude de bras que l'état actuel de l'industrie manufacturière ne permet plus d'occuper, et en faisant échapper par ce moyen, aux malheurs de l'indigence et aux penchants vicieux qu'elle enfante, une partie considérable de la population.

Les faits rapportés par M. de Morogues à l'appui de son

projet, sont tellement frappants que, pour rendre péremptoires les arguments qu'il en déduit, il suffit de la vérification de ces faits :

Or on peut les réduire à deux qui prédominent tous les autres, savoir : 1° Que le nombre de pauvres augmente à mesure que la population manufacturière s'accroît aux dépens de la population agricole;

2° Que les crimes et les délits se multiplient partout où le paupérisme s'accroît.

L'Angleterre nous ayant devancés dans la carrière industrielle, nous fournit par cela même les observations les plus anciennes et les plus nombreuses ; on trouve dans l'excellent traité de l'Indigence, publié en 1806, par *Colquhoun* (1), que, depuis 1677 jusqu'en 1803, la taxe des pauvres établie sous le règne d'Élisabeth, s'est élevée de 700,000 (2) à 5,348,205 l. st., en ne comprenant dans ces sommes que le montant des taxes perçues en Angleterre et dans le pays de Galles. Cette charge toujours croissante, imposée à ceux qui possèdent quelque chose, pour subvenir aux besoins de ceux qui ne possèdent rien, ne pouvait manquer de fixer l'attention des moralistes et des hommes d'état. Aussi le même auteur que nous venons de citer compte-t-il plus de quarante ouvrages publiés sur cette matière depuis 1676 jusqu'en 1806 (3).

(1) *A treatise on indigence; exhibiting a general view of the national resources for productive labour, with propositions for ameliorating condition of the poor, and improving the moral habits and, increasing the comforts of the labouring people*, etc. By P. COLQUHOUN. London 1806.

(2) Table shewing the progressive rise of the poor's rate from 1673 to 1803. (*A treatise on indigence*, etc.), pag. 36.

(3) *Ib.*, pag. 5.

En général, on y recherchait les moyens, sinon de faire disparaître le mal, du moins d'en arrêter les progrès, soit en diminuant le montant de la taxe, soit en répartissant ses produits d'une manière plus équitable. Mais ce n'est que vers la fin du siècle dernier, pendant que l'industrie et le commerce de l'Angleterre acquéraient la plus grande extension, qu'on entreprit de découvrir les véritables causes du paupérisme, et de signaler les circonstances qui en aggravent les effets.

Il paraît qu'il régnait beaucoup d'incertitude sur ces causes et ces circonstances, lorsque parut pour la première fois, en 1776, l'ouvrage d'Adam Smith sur la richesse des nations; car, tout en convenant qu'il serait à désirer que les propriétaires des terres s'occupassent eux-mêmes de les cultiver (1), cet auteur émet l'opinion qu'il est moins utile en Angleterre d'encourager l'agriculture que l'industrie manufacturière (2). Les conséquences de perfectionnement de cette industrie par l'emploi des machines se sont manifestées depuis cette époque. Dès l'année 1806, trente ans après la publication de l'ouvrage d'Adam Smith, *Colquhoun* insistait déja avec l'accent de la conviction sur la nécessité de reporter vers les travaux agricoles les bras devenus désormais inutiles dans les manufactures. Ce sage et judicieux écrivain pensait que si l'agriculture elle-même retire des avantages incontestables de l'industrie et du commerce, ces avantages sont toujours achetés trop cher, lorsqu'on ne peut les obtenir qu'en enlevant aux campagnes la population nécessaire à leur mise en valeur,

---

(1) *Recherches sur la nature et les causes de la richesse des nations.* Liv. v, chap. 2.

(2) *Ib.*, liv. iv, chap. 9.

et qu'attirée par l'espoir des salaires plus élevés, cette population renonce aux légers profits dont la petite culture et le jardinage lui eût assuré la ressource, et vient chercher inconsidérément dans les villes une subsistance incertaine, et s'y exposer à des chances imminentes de corruption et de perversité (1).

Les désordres fréquents auxquels se livrèrent les ouvriers que les progrès de la mécanique appliquée aux arts industriels réduisaient quelquefois à l'inaction, provoquèrent en 1811 et en 1821 des enquêtes parlementaires dont la Société statistique de Londres a publié les résultats en 1827 (2). On

(1) « The advantages resulting from manufactures, commerce, arts, « and sciences, are unquestionably highly beneficial even to agriculture « itself; but these benefits are too dearly purchased when obtained at the « expense of the agricultural population.

« The annual deficiency of the productions of the soil, in affording food « for man, and to provide for the accumulated consomption of horses, « generated by the increased luxury of the country, and the necessity « of filling up the chasms by large importations of grain, even in the « most abundant years, strongly point out the necessity of increasing local « residence, with respect to agricultural labourers, since in this great « channel of productive industry ample resources still remain, in cultiva- « ting extensive tracts of land, inviting the hand of the husbandman, « while, therefore, public asylums, houses of refuge, and workhouses « are provided for innocent and culpable indigence in towns; cottages « and gardens are equally necessary in the villages, to encourage and « prop up the industrious agricultural poor, and to preserve them from « descending into indigence, or from wandering abroad in search of an uncertain subsistance, where they can be less useful, and where the « hasard of corrupting their morals, is so imminent. » (*A treatise on indigence*, etc., chap. VIII, pag. 229).

(2) *Statistical illustrations of the territorial extent and population*, ren-

voit, en comparant entre eux les nombreux tableaux où ils sont consignés, qu'en Angleterre et dans le pays de Galles seulement, le nombre des familles employées, en 1811, aux travaux de l'agriculture était de 770,201, tandis que celui des familles employées dans les manufactures et au commerce s'élevait à 959,532 (1), nombres qui sont entre eux, à peu près, dans le rapport de 100 à 125.

On y voit aussi qu'en 1821, le nombre des familles agricoles était de 847,956, tandis que celui des familles industrielles et commerçantes s'élevait à 1,159,975 (2), nombres qui sont entre eux dans le rapport de 100 à 138. De sorte qu'en supposant constant le nombre des familles employées aux travaux agricoles, pendant les dix années comprises de 1811 à 1821, celui des familles employées dans les manufactures et les établissements de commerce s'est accru dans le rapport de 125 à 138.

Quant aux progrès du paupérisme, la taxe des pauvres qui s'élevait, en 1811, à 5,669,856 livres sterling, était montée, en 1822, à 6,358,703 (3).

---

tal taxation, finances, commerce, consumption, insolvency, pauperism, and crime, of the British empire. Compiled for, and published by order of the London statistical Society. (London, 1827.)

(1) *Statement shewing the total number of families, in each county of* great Britain in 1811. (Statistical Illustrations, etc., pag. 6.)

(2) *Statement shewing the total number of families in each county of* great Britain in 1821. (Statistical Illustrations, pag. 14.)

(3) *Statement shewing the number of families that received* Parochial relief *in the year* 1803 *and annually on an average of the three years ending Easter* 1815. — *Statement of the amount expended for the relief of paupers in each county of* England and Wales *in each of the eight years from* 1815 *to* 1822. (*Ib.*, pag. 21 et 22.)

Ainsi, pendant que la population manufacturière s'accroissait dans le rapport de 125 à 138, la taxe des pauvres s'accroissait elle-même dans le rapport à très-peu près égal de 125 à 140.

Enfin, le nombre des prévenus de crimes ou de délits qui avait été en 1811 de 5337, fut en 1821 de 13115 (1).

Ces documents officiels, recueillis chez nos voisins, prouvent évidemment que le fléau du paupérisme étend ses ravages à mesure que la classe ouvrière employée dans les manufactures devient plus nombreuse, et que les crimes et délits qui affligent la société, se multiplient en raison des progrès du paupérisme. Félicitons-nous de n'être point grevés en France d'une taxe des pauvres qui donne lieu de tirer d'aussi tristes conséquences de semblables recherches. C'est bien assez que les comptes généraux de l'administration de la justice criminelle confirment les résultats auxquels on est parvenu en Angleterre, et que nous venons de rapporter. On reconnaît en effet, en jetant les jeux sur les tableaux publiés depuis quelques années par le ministère de la justice, que ceux de nos départements où l'industrie manufacturière a fait le plus de progrès, et qui ont pour chefs-lieux les villes les plus populeuses, sont en même temps ceux où, sur un nombre donné d'habitants, il se commet le plus de crimes contre les personnes et les propriétés (2).

Ainsi se trouvent confirmés de la manière la plus authen-

---

(1) *Statement exhibiting the number of persons committed for crime and for trial at the different gaols in each county of England and Wales in each of the* 21 *years from* 1805 *to* 1825, etc. (*Ib.*, pag. 26.)

(2) *Comptes généraux de l'administration de la justice criminelle en France pendant les années comprises de* 1825 *à* 1830 *inclusivement.*

tique les faits importants que M. de Morogues a rapportés et sur lesquels il s'appuie pour prouver l'utilité du projet qu'il a conçu. Reste à apprécier l'efficacité des moyens qu'il propose pour en assurer l'exécution.

S'il est avantageux de reporter sur les travaux agricoles la population nécessiteuse dont la plupart de nos grandes villes sont encombrées, c'est évidemment en lui donnant l'espérance de participer un jour aux avantages et aux droits inhérents à la propriété foncière, qu'on parviendra à changer les habitudes de cette population, et à la fixer dans la nouvelle situation qui lui serait offerte. Or, soit que les terres possédées par ceux qui les cultivent proviennent de concessions gratuites, soit qu'elles proviennent d'acquisitions à prix d'argent, le partage de ces terres entre un grand nombre de possesseurs n'est pas seulement utile au bien-être de chacun d'eux, il contribue encore à la sécurité et au bonheur de tous. Car, par un bienfait de la Providence, l'attachement à la propriété ne dépend pas de sa valeur. Celui qui ne possède qu'une chaumière tient autant à la conserver qu'un grand propriétaire attache de prix à la conservation d'un palais. Ainsi les intérêts particuliers de l'un et de l'autre se confondent dans un intérêt commun : celui de maintenir l'ordre de choses établi ; et la petite propriété offre véritablement à la grande la plus sûre de toutes les garanties. Les petites propriétés, considérées sous leurs rapports avec le sort des ouvriers, la prospérité de l'agriculture et la destinée des états, ont fourni à M. Adrien Gasparin la matière d'un excellent écrit publié en 1820 (1).

---

(1) *Des petites propriétés considérées dans leurs rapports avec le sort*

Notre respectable confrère, M. Morel de Vindé, a démontré quelques années après, en réfutant la théorie de Malthus sur la population (1), 1° Que les principes qui servent de base à cette théorie ne seraient tout au plus applicables que dans une contrée où, comme en Angleterre, les classes inférieures de la société ne peuvent prétendre à jouir de propriétés foncières mises à leur portée par la division du territoire; 2° que la France verra toujours sans danger sa population s'accroître, tant que la propriété territoriale, complètement libre et sans entraves, pourra se diviser suivant les demandes que les besoins et les moyens individuels pourront provoquer.

Les États-Unis d'Amérique ont donc fait preuve d'une politique profonde et libérale quand ils ont assigné des terres aux pauvres, avant que l'introduction des machines dans les établissements industriels eût fait peser sur le pays le fardeau d'une taxe indispensable pour l'entretien des ouvriers indigents.

Malheureusement ce qui était possible aux États-Unis, dont le gouvernement avait à sa disposition une immense étendue de terres, n'est plus depuis long-temps praticable en Europe, où la population est bien plus considérable en raison de la superficie qu'elle couvre.

Il importe cependant de pourvoir au dénûment de ceux qui, réduits à l'indigence par le manque de travail, sont hors d'état d'acquérir le champ qu'ils auraient la bonne vo-

---

des ouvriers, la prospérité de l'agriculture et la destinée des États. Par ADRIEN DE GASPARIN. (Paris, 1820.)

(1) *Sur la théorie de la population, ou Observations sur le système professé par* M. MALTHUS *et ses disciples.* (Paris, 1829.)

lonté de cultiver. Il faut par conséquent mettre, de manière ou d'autre, ce champ à leur disposition.

C'est ainsi que la plupart des colonies qui se sont formées dans les temps modernes ont dû leur établissement au besoin de trouver sur un sol étranger la subsistance que le sol natal refusait. Mais ces émigrations de populations pauvres et aventureuses ont-elles toujours eu les bons effets qu'on en attendait ? On ne peut guère douter du contraire, quand on considère que l'Angleterre elle-même, dont les colonies occupent dans toutes les parties du monde une si grande surface, n'a pu jusqu'à présent se soustraire au fléau du paupérisme.

L'expérience ayant fait reconnaître l'insuffisance du remède auquel on avait eu recours, on a été conduit à rechercher s'il ne conviendrait pas mieux d'établir des colonies agricoles dans l'intérieur du pays, que de déporter une partie des pauvres dans des contrées éloignées. Cette question a été résolue affirmativement par un magistrat et un membre du clergé de la ville de Chichester, qui, à ce sujet, ont publié, en 1831, une brochure dont il a été rendu compte à la Société royale et centrale d'Agriculture, par M. Huerne de Pommeuse, l'un de ses membres.

Quelque temps auparavant, la même question avait fait l'objet d'un Mémoire de notre honoré confrère, M. Sylvestre, dans lequel il indique les meilleurs moyens de former en France des colonies agricoles, à l'aide des terrains vagues et incultes qui appartiennent, soit à l'état, soit aux communes (1).

---

(1) *Mémoire sur les meilleurs moyens de former en France des colonies agricoles à l'aide des terres vagues et incultes qui appartiennent soit à*

Or, cet établissement de colonies agricoles est précisément l'objet des vœux de M. de Morogues; c'est, comme on l'a vu, à prouver la nécessité d'y recourir, que son Mémoire est consacré.

Quand des hommes éclairés et spéciaux portent simultanément leur attention sur la même matière en différents pays, il est permis d'en conclure qu'elle est d'un intérêt général et que le moment est venu de la prendre en considération. Il est vrai que les exemples ne manquent plus aujourd'hui pour justifier de semblables projets (1). Les auteurs de la brochure anglaise, que nous venons de citer, en faisant connaître à leurs compatriotes les succès qu'avaient déja obtenus, en 1826, les colonies agricoles de *Fredericks-Oord* et de *Wortel,* fondées en Hollande et en Belgique par des sociétés de bienfaisance, ont apporté ces succès en preuve de la possibilité de substituer à la déportation dans des colonies lointaines, l'établissement sur des colonies agricoles, réparties dans l'intérieur de l'Angleterre, la population indigente au soulagement de laquelle la taxe des pauvres est destinée.

M. Huerne de Pommeuse qui, à une époque plus récente,

---

l'État, soit aux communes. (Lu à la Société royale et centrale d'Agriculture, dans la séance du 10 novembre 1830, par M. le baron de SYLVESTRE, secrétaire perpétuel.)

(1) Voyez l'ouvrage intitulé : *De la Colonie de Fredericks-Oord, et des Moyens de subvenir aux besoins de l'indigence par le défrichement des terres vagues et incultes,* traduction d'un mémoire du général major VAN DEN BOSCH, par le baron de KEVERBERG. (Gand, 1821.)

Voyez aussi : *An account of the poor colonies and agricultural Workhouses, of the Benevolent society of* HOLLAND. *By a member of the highland society of* SCOTLAND. (Edimburg, 1831.)

a visité les mêmes colonies agricoles de la Hollande et de la Belgique, a pu jusqu'à présent mieux que personne en apprécier les avantages. Il en a rendu compte dans un Mémoire fort étendu, qu'il a rédigé d'après la demande de la Société royale d'Agriculture. Les nombreuses recherches auxquelles il s'est livré sur les principaux systèmes adoptés par les divers gouvernements pour la répression des délits et de la mendicité, sur les différents genres de colonies qui existent dans plusieurs états de l'Europe, sur l'utilité dont elles pourraient être pour la France, et enfin sur les moyens de les y fonder, fournissent une multitude d'arguments sans réplique en faveur du projet que M. de Morogues a soumis au jugement de l'Académie. Animé de la louable et patriotique intention de prévenir l'invasion du paupérisme dans notre pays, il a traité, en citoyen consciencieux et bien informé, une question qui intéresse au plus haut degré la prospérité de l'état et la morale publique. Nous pensons que son travail mérite l'approbation de l'Académie, et nous avons l'honneur de lui en proposer l'insertion dans les Mémoires des Savants étrangers.

Fait à l'Académie, le 20 février 1832.

MOLLARD.

GIRARD, *rapporteur.*

MÉMOIRE

SUR

LE MOUVEMENT DE LA LUNE AUTOUR DE LA TERRE;

PAR M. POISSON.

Lu à l'Académie, le 17 juin 1833.

DANS le livre des Principes de la philosophie naturelle, Newton, après avoir assigné la cause des perturbations du mouvement elliptique de la lune, a fait voir, de plus, comment on pouvait calculer les grandeurs d'une partie d'entre elles, avec assez d'exactitude pour fournir déja une confirmation remarquable de la gravitation universelle. Mais Clairaut est le premier qui ait donné une théorie du mouvement de la lune, fondée sur l'intégration en série des équations différentielles du problême des trois corps qu'il avait obtenues en même temps qu'Euler et d'Alembert. Depuis cette époque, qui remonte au milieu du siècle dernier, les travaux de ces trois grands géomètres, et ceux de Lagrange et de Laplace, ont perfectionné successivement cette théorie, d'une si grande importance en elle-même et par ses applications à la navigation et à la géographie, et d'ailleurs si attrayante à raison des difficultés qu'elle présente. Toute-

fois, ce n'est que dans ces derniers temps que l'on est parvenu à former des tables du mouvement de la lune, uniquement fondées sur la loi de la pesanteur universelle, et qui empruntent seulement de l'observation, les données indispensables du problême, c'est-à-dire, les éléments du mouvement elliptique à une époque déterminée. Dans les tables de Mayer, de Mason, de M. Burg et de Burkhardt, jusque-là en usage, les coefficients des inégalités étaient déterminés par la comparaison des formules avec la moyenne d'une longue suite d'observations. Mais l'Académie, sur la demande de Laplace, ayant proposé pour sujet de prix, la détermination complète et purement théorique du mouvement de la lune, deux pièces, où la question s'est trouvée résolue d'une manière très-satisfaisante, ont été couronnées en 1820. L'un de ces Mémoires est l'ouvrage de M. Damoiseau; l'autre est dû à MM. Plana et Carlini, qui l'ont écrit en commun. Les formules du premier Mémoire ont été converties, par son auteur, en tables dont on peut faire usage avec confiance pour le calcul des lieux de la lune; car lorsqu'elles ont été présentées au bureau des longitudes, il s'est assuré qu'elles représentent les observations avec au moins autant de précision que les meilleures des anciennes tables lunaires. Ce Mémoire est imprimé dans le tome III du *Recueil des savants étrangers;* celui de MM. Plana et Carlini n'a pas encore paru; mais M. Plana vient de publier, en son seul nom, un ouvrage très-étendu, ayant pour titre *Théorie du mouvement de la lune,* où il suit et développe la méthode employée précédemment par lui et M. Carlini. Dans cet ouvrage, comme dans la *Mécanique céleste* et dans la plupart des recherches dont le mouvement de la lune a été l'objet, on exprime le temps,

ainsi que la latitude et le rayon vecteur du satellite, en fonctions de sa longitude vraie ; et après avoir effectué toutes les intégrations en séries, on en conclut, par le retour des suites, cette longitude en fonction du temps ; puis on exprime, de la même manière, les deux autres coordonnées. De plus, dans la *Mécanique céleste,* les coefficients des inégalités lunaires sont liés, en partie, les uns aux autres, par des équations linéaires, dont l'illustre auteur a seulement donné la résolution numérique. M. Damoiseau a suivi le même procédé, en poussant les approximations beaucoup au-delà du terme où Laplace s'était arrêté. M. Plana, au contraire, exprime explicitement chaque coefficient en série ordonnée suivant les différents ordres de quantités que l'on considère dans le mouvement de la lune ; en sorte qu'il ne reste plus qu'à substituer dans ces séries les valeurs des éléments elliptiques de la lune et du soleil, pour en déduire la valeur numérique de chaque coefficient ; ce que l'auteur a effectivement exécuté. Cette seconde solution est plus laborieuse que la première ; mais elle a l'avantage d'être plus complète, en la considérant comme une solution analytique et générale du problême, puisqu'elle suppose seulement les constantes arbitraires assez petites pour la convergence des séries. Peut-être, sans ôter à cette solution son caractère particulier, aurait-on pu la rendre plus simple et les séries plus convergentes, en évitant de développer, comme le fait M. Plana, les dénominateurs de leurs différents termes, résultant des intégrations successives. Quoi qu'il en soit, en suivant deux méthodes différentes, M. Damoiseau et M. Plana sont parvenus à des formules définitives qui s'accordent généralement entre elles : la plus grande différence que j'y aie

remarquée, a lieu dans le coefficient de l'équation annuelle que M. Damoiseau trouve égal à 673″, 70, et M. Plana, moindre de 5″.

Les ouvrages de ces deux géomètres renfermant donc une détermination théorique du mouvement de la lune, telle que l'Académie l'avait demandée, il ne restera plus maintenant qu'à chercher s'il est possible de simplifier la solution du problème, sans espérer néanmoins que les formules qui la renfermeront ne soient pas très-compliquées; car cette complication paraît tenir à la nature de la question, et semble inévitable, lorsqu'on veut obtenir un grand degré d'approximation. Présenter cette solution sous un nouveau point de vue, qui la rende plus simple et plus facile, est, en effet, le but que je me suis proposé dans ce Mémoire.

J'adopte d'abord l'idée des deux géomètres italiens, d'exprimer les coefficients des inégalités lunaires, en fonctions explicites des données de la question, qui pourront rester indéterminées dans la solution analytique. Mais je propose d'exprimer directement les trois coordonnées de la lune, c'est-à-dire, sa longitude vraie, sa latitude et son rayon vecteur, en fonctions du temps, comme on le fait à l'égard des planètes, et comme M. Lubbock a déja entrepris de l'effectuer pour la lune, dans les derniers volumes des *Transactions philosophiques* et dans un écrit particulier. Je propose en outre de remplacer les équations différentielles relatives à ces trois coordonnées, par celles d'où dépendent les six éléments elliptiques devenus variables, ou, autrement dit, d'employer dans le problème du mouvement de la lune, la méthode de la *variation des constantes arbitraires*, dont j'ai précédemment montré l'usage dans la question du mouvement de la terre autour de son centre de gravité, et

que l'on peut regarder, à juste titre, comme la plus générale et la plus féconde que les géomètres aient imaginée. J'explique, dans mon Mémoire, les avantages de ce double changement dans les méthodes ordinaires ; après quoi j'examine successivement tous les points principaux du mouvement de la lune; et je montre, par des exemples choisis, comment on pourra appliquer à ce mouvement les formules connues de la variation des constantes arbitraires. A cette occasion, j'ai été conduit à m'occuper de nouveau du théorème sur l'invariabilité des grands axes et des moyens mouvements, que j'ai démontré, il y a vingt-cinq ans, en ayant égard aux carrés et aux produits des forces perturbatrices. J'espère que les géomètres ne verront pas sans intérêt les développements que j'ai ajoutés à cette importante proposition, et l'application spéciale que j'en ai faite au mouvement de la lune. Il était intéressant de savoir si ce théorème est une proposition rigoureuse, ou s'il a lieu seulement dans les premières approximations; or, je suis parvenu à faire voir qu'au-delà d'un certain terme, l'expression du grand axe renferme des inégalités lunaires, mais que ces inégalités n'acquièrent jamais de petits diviseurs, et, conséquemment, n'augmentent pas par l'intégration, comme celles des autres éléments elliptiques.

Les nombreuses perturbations du mouvement elliptique de la lune sont autant de phénomènes variés que les astronomes ont découverts pour la plupart, et qui ont été ensuite expliqués et soumis à la loi de la gravitation universelle, par les travaux successifs des géomètres du siècle dernier. Ainsi, lorsqu'il commença ses recherches sur le mouvement de la lune, Clairaut trouva, dans une première approxima-

tion, un mouvement progressif du périgée, de moitié plus petit que celui qui résultait de l'observation. On sait qu'il en conclut d'abord que la loi de la pesanteur universelle devait être modifiée, et qu'il fallait ajouter à l'attraction de la terre sur la lune, qui produit le mouvement elliptique du satellite, un terme variable dans un plus grand rapport que la raison inverse du carré des distances. Buffon soutint l'opinion contraire, qu'il appuya sur des considérations métaphysiques; Clairaut y fut bientôt ramené par des raisons plus concluantes; et il reconnut qu'une seconde approximation donne à peu près l'autre moitié du mouvement du périgée qui avait échappé à la première. Sur ce point, on a poussé maintenant l'approximation bien plus loin que Clairaut dans sa Théorie de la lune, et que Laplace, dans la Mécanique céleste : aujourd'hui, le mouvement progressif du périgée de la lune, aussi bien que celui du nœud de son orbite, calculés par M. Damoiseau et par M. Plana, ne diffèrent pas de l'observation, d'un vingt millième de leurs grandeurs respectives. Après la difficulté relative au mouvement du périgée, il s'en est présenté une autre qui a arrêté les géomètres plus long-temps que la précédente. Je veux parler de l'accélération du moyen mouvement de la lune, remarquée d'abord par Halley, et confirmée depuis par d'autres observateurs. Cette perturbation semblait ne pouvoir pas résulter de l'action du soleil sur la lune; et l'on fut tenté de l'attribuer à la résistance de l'éther, ou bien à la non instantanéité de l'action de la pesanteur, qui devrait se propager, pour produire ce phénomène, avec une vitesse plusieurs millions de fois supérieure à celle de la lumière. La question avait été mise au concours par l'ancienne Aca-

démie des sciences, et le prix, justement décerné à un Mémoire de Lagrange, quoiqu'il ne renfermât pas la solution du problême. Enfin, Laplace découvrit, en 1787, la cause véritable de ce phénomène: il fit voir que l'accélération observée dans le moyen mouvement de la lune est une variation périodique du genre des inégalités séculaires, qui provient de la variation de l'excentricité de l'orbite du soleil; et il trouva, de plus, qu'en vertu de cette même cause, les mouvements du périgée et du nœud de la lune sont assujettis à de semblables inégalités, que l'observation n'avait point encore signalées (*). L'introduction de ces trois inégalités séculaires dans les tables du mouvement de la lune, a rendu ces tables applicables à tous les temps et propres au calcul des plus anciennes éclipses qui nous soient connues. En y ayant égard, M. Bouvard a calculé, dans la Connaissance des temps de 1800, les distances des centres du soleil et de la lune aux époques de vingt-sept éclipses observées par les Chaldéens, les Grecs et les Arabes, et dont les plus anciennes, au nombre de trois, remontent aux années 719 et 720 avant notre ère. Il a trouvé toutes ces distances moindres que la demi-somme des diamètres des deux astres; condition nécessaire et suffisante pour que les éclipses aient eu lieu effectivement, et qui ne serait plus remplie, si l'on ne tenait

---

(*) Avant que la découverte du géomètre français fût connue en Europe, l'Académie de Stockholm proposa de nouveau la question de l'accélération du mouvement de la lune; mieux informée, au terme du concours, elle décerna le prix à Laplace, quoiqu'il n'eût pas concouru: il reçut de Suède, à l'époque des assignats, cent ducats en or qui lui ont été d'une grande utilité, comme il se plaisait souvent à le répéter.

pas compte des inégalités séculaires, ou si l'on changeait notablement les grandeurs que la théorie leur assigne. Depuis la découverte de Laplace, on a reconnu que l'inégalité séculaire du moyen mouvement de la lune aurait pu se déduire d'une formule que Lagrange avait donnée auparavant, et qui a l'avantage de montrer que cette inégalité ne fait pas exception au théorème général sur l'invariabilité des moyens mouvements : elle fait voir, en effet, que cette inégalité de la longitude moyenne ne provient pas du terme que l'on appelle proprement le *moyen mouvement* et qui est lié au grand axe par la troisième loi de Kepler, mais qu'elle est comprise dans l'autre partie de cette longitude, qui est une des constantes arbitraires du mouvement elliptique, devenue variable dans le mouvement de la lune, troublé par l'action du soleil. Parmi les perturbations remarquables pour lesquelles l'observation a devancé la théorie, je citerai encore une inégalité en longitude, que Mason a conclue des observations, et qui a pour argument la distance du nœud de la lune à la ligne des équinoxes. Cette circonstance a d'abord fait douter de l'existence d'une pareille inégalité, tandis qu'au contraire elle aurait dû mettre sur la voie pour en trouver la cause. C'est Laplace qui a reconnu, en effet, qu'elle est due à l'aplatissement de la terre et peut servir à le déterminer, et qui a fait voir, en même temps, qu'elle devait être accompagnée d'une autre inégalité en latitude, dont l'argument est la distance de la lune à la ligne des équinoxes, ce que M. Burg a ensuite confirmé par la discussion des observations.

Actuellement, il n'existe plus qu'un seul point dans le mouvement de la lune, sur lequel l'observation paraisse

encore s'écarter de la théorie. En discutant les observations de Lahire, de Flamsteed, de Bradley, de Maskeline, faites à la fin du XVIIe siècle, au milieu et à la fin du XVIIIe, M. Burg a trouvé des différences qui ont paru indiquer, dans la longitude moyenne de notre satellite, l'existence d'une inégalité à longue période. La seule perturbation de cette espèce qui puisse provenir de l'action directe du soleil sur la lune, est une certaine inégalité dont la période serait de 184 ans et qui aurait pour facteur un produit du 10e ordre; à cause de la petitesse de cet ordre de quantités, on s'est dispensé d'entreprendre la recherche extrêmement pénible du coefficient de cette inégalité, que l'on a jugée devoir être insensible : il ne m'a pas semblé que cela fût entièrement hors de doute; car, d'un autre côté, cette inégalité augmenterait dans un très-grand rapport, à raison du très-petit diviseur élevé au carré qu'une partie de son coefficient acquerrait par deux intégrations successives. Mais j'ai démontré, comme on le verra dans ce Mémoire, qu'aucun terme du développement de la fonction perturbatrice, due à l'action du soleil, ne contient l'argument relatif à cette inégalité à longue période, qui ne peut pas, par conséquent, résulter de cette action. Il est facile de s'assurer que l'action directe des planètes sur la lune ne saurait non plus donner lieu, dans le mouvement du satellite, à aucune inégalité à longue période. Mais M. Airy ayant trouvé récemment que l'action de Vénus sur la terre produit, dans le mouvement apparent du soleil, une inégalité sensible dont la période est de 240 ans, cette inégalité, en tant qu'elle affecte l'excentricité de l'orbite solaire, doit se trouver aussi dans l'équation séculaire de la lune, et produire, dans sa longitude

moyenne, une inégalité dont la période est également de 240 ans. Il restait donc à savoir si le coefficient de cette inégalité a une grandeur sensible. Pour m'en assurer, j'ai eu recours à l'obligeance de M. G. de Pontécoulant, qui a calculé, de son côté, l'inégalité découverte par M. Airy : je l'ai prié de me communiquer la partie de cette inégalité, relative à l'excentricité de l'orbite solaire ; et j'ai reconnu que l'inégalité correspondante dans le mouvement de la lune ne s'élève qu'à un ou deux centièmes de seconde ; ce qui la rend tout-à-fait négligeable. L'aplatissement de la terre supposée elliptique, qui donne naissance aux inégalités en longitude et en latitude dont il a été question plus haut, n'en peut produire aucune à longue période. Une inégalité de cette espèce ne pourrait provenir que de la différence de l'aplatissement des deux hémisphères ; sa période serait de 179 ans ; mais Laplace, qui en avait indiqué la possibilité, a trouvé, en déterminant son coefficient, qu'elle ne peut s'élever à un millième de seconde ; et je suis arrivé, dans ce Mémoire, à une semblable conclusion. Toutefois Burckhardt a introduit dans ses tables une inégalité à laquelle il a supposé une période de 179 ans, et dont il a évalué le coefficient à 12″,5 d'après les observations.

Aucune inégalité lunaire à longue période et d'une grandeur sensible ne pouvant résulter des forces qui agissent sur notre satellite, on pourrait encore penser qu'une pareille inégalité, si elle existe effectivement, est due à une illusion dans la mesure du temps, produite par une inégalité réelle dans le mouvement de rotation de la terre, ainsi qu'on l'avait cru autrefois, à l'égard de *l'équation annuelle*. Mais ce moyen de concilier l'observation et la théorie doit aussi être

abandonné; car un examen approfondi de la question a montré qu'il n'existe dans la vitesse de rotation de la terre, comme dans la position des pôles à sa surface, que des inégalités diurnes, dont les amplitudes sont d'ailleurs insensibles; et l'on en a conclu que la durée du jour moyen, ou l'unité de temps, est invariable, abstraction faite d'une très-petite inégalité séculaire (*).

De cette discussion complète il résulte qu'aucune inégalité à longue période ne doit être admise dans les tables du mouvement de la lune, fondée sur la théorie. Quant à l'existence d'une inégalité de cette espèce conclue des observations, il me semble, d'une part, que celles de la fin du XVII[e] siècle, sur lesquelles on s'est en partie appuyé pour montrer la nécessité de cette correction des tables, ne doivent pas être assez exactes pour cet objet; et, d'un autre côté, on peut croire que les observations du milieu et de la fin du siècle dernier ne sont pas séparées par un assez long intervalle de temps, pour donner une suffisante probabilité à une aussi longue inégalité.

Les géomètres ont déterminé complètement, non-seulement le mouvement de la lune autour de la terre, mais aussi le mouvement de la lune autour de son centre de gravité; ce qui a conduit à l'explication des lois de la *libration* de la lune, découvertes par D. Cassini, et confirmées par les observations de Mayer et par celles de MM. Bouvard et Arago. Cette explication est due, comme on sait, à Lagrange, qui a d'abord traité cette question dans le Mémoire où il a pro-

(*) Mémoire sur le mouvement de la terre autour de son centre de gravité, tome VII de l'Académie.

posé, pour la première fois, de faire dépendre la dynamique entière de la combinaison du principe de Dalembert et du principe des vitesses virtuelles, et qui en a ensuite complété la solution dans un second Mémoire non moins remarquable que le premier. D'après ces lois de la libration, la lune tournant toujours la même face vers la terre, il ne nous sera jamais possible de connaître son allongement dans le sens perpendiculaire à cette face. Sa forme nous restera donc toujours inconnue. Quant à sa masse, il y a encore de l'incertitude sur sa grandeur comparée à celle de la terre, quoiqu'on puisse déduire le rapport de l'une à l'autre, de trois phénomènes différents, qui semblent également propres à cet objet, savoir, l'équation lunaire du mouvement apparent du soleil, le phénomène des marées, et la nutation de l'axe de la terre; mais la grandeur de ce rapport varie depuis $\frac{1}{69}$ jusqu'à $\frac{1}{90}$, selon le phénomène que l'on emploie et les observations dont on fait usage pour le déterminer.

Il me reste encore à parler d'une question de la plus haute importance, qui s'agite actuellement parmi les astronomes, et sur laquelle la théorie du mouvement de la lune a pu jeter beaucoup de lumière.

La loi de la gravitation universelle suppose qu'à distance égale l'attraction mutuelle des corps est indépendante de leur nature propre, et proportionnelle à leurs masses; en sorte qu'en le rapportant à l'unité de distance et à l'unité de masse, le pouvoir attractif dont la matière est douée, est identique pour tous les corps. Si cela n'était pas, l'astronomie physique changerait de nature et deviendrait semblable

à la chimie; car, pour déterminer les effets produits par l'action mutuelle des corps célestes, il faudrait connaître l'affinité particulière de l'un pour l'autre, et l'on ne pourrait plus confondre, comme on l'a fait jusqu'à présent, leurs masses respectives et les mesures de leurs forces attractives. Sans doute ce ne serait pas une raison de rejeter l'inégalité du pouvoir attractif de la matière, si elle résultait invinciblement des observations; mais c'est du moins un motif suffisant de ne l'admettre qu'après un profond examen : voici donc tout ce que l'on peut dire à ce sujet.

Newton ayant déterminé la masse de Jupiter d'après l'action qu'il exerce sur ses satellites, comparée à l'action du soleil sur la planète, a trouvé cette masse égale à $\frac{1}{1067}$ de celle du soleil. En la déduisant des inégalités du mouvement de Saturne, dues à l'action de Jupiter, cette même masse est égale à $\frac{1}{1070}$ d'après la *Mécanique céleste;* ce qui diffère très-peu du premier résultat. Mais, dans ces derniers temps, M. Enke a déterminé la perturbation totale produite par l'action de Jupiter, pendant un temps donné, dans le mouvement de Pallas; et en comparant le résultat de son calcul à celui de l'observation, il en a conclu une masse de Jupiter exprimée par $\frac{1}{1053}$; résultat auquel M. Nicolaï était déja parvenu en calculant de même la perturbation de Junon. Il paraît que M. Gauss a aussi obtenu la même valeur de cette masse, d'après son action sur Vesta. En calculant la perturbation produite par cette même action dans le mouvement de la comète dont la période est de 1200 jours, M. Enke a encore trouvé $\frac{1}{1050}$ pour la masse de Jupiter; ce qui s'ac-

corde suffisamment avec la masse déduite de son action sur les petites planètes; et comme, dans ces déterminations, ce qu'on prend pour la masse du corps attirant est le produit de sa quantité de matière, qui ne change pas, multipliée par son pouvoir attractif, il en faudrait conclure que le pouvoir attractif de Jupiter est le même sur la matière des petites planètes et sur celle de la comète, malgré la différence de nature de ces deux sortes de corps, mais qu'il surpasse sensiblement le pouvoir attractif de Jupiter sur la matière de ses satellites et sur celle de Saturne. Il faudrait donc alors renoncer au principe si simple de l'invariabilité du pouvoir attractif dans toute la nature; mais on doit observer que pour calculer la masse de Jupiter, Newton s'est servi des élongations de ses satellites mesurées par un astronome contemporain; or, M. Airy vient de les mesurer de nouveau, d'une manière sans doute plus exacte qu'on ne pouvait le faire à l'époque de Newton; et il en a déduit une masse de Jupiter, exprimée par $\frac{1}{1049}$, ou sensiblement la même que celle qui a été déterminée par M. Enke. En substituant ce résultat à celui de Newton, il n'y aura donc plus que l'action de Jupiter sur la matière de Saturne qui présentera une différence un peu considérable; et en attendant qu'on ait expliqué ou fait disparaître cette anomalie, elle sera insuffisante, à elle seule, pour mettre en doute le principe de l'attraction universelle.

Observons d'ailleurs que ce principe résulte, avec une extrême précision, d'un grand nombre d'expériences et de calculs directs. Ainsi, M. Bessel en faisant osciller des pendules de différents métaux, d'ivoire, de verre, de marbre, de

pierre météorique, a trouvé que l'attraction de la terre sur ces diverses matières, est la même, sans aucune différence appréciable. En calculant la distance de la lune à la terre, dans l'hypothèse que la force qui retient le satellite dans son orbite, soit la pesanteur terrestre, affaiblie dans le rapport du carré des distances, on obtient une valeur de cette distance égale à celle qui résulte de la parallaxe de la lune, que M. Burg a déduite directement des observations; ce qui montre que le pouvoir attractif de la terre est identique sur tous les corps situés à sa surface et sur la matière de la lune. La parallaxe du soleil, déduite d'une certaine inégalité du mouvement de la lune, coïncide à très-peu près avec celle que l'on a conclue du dernier passage de Vénus sur le disque solaire; or, Laplace a fait voir que d'après cet accord, on ne peut supposer une différence d'un millionième entre les pouvoirs attractifs du soleil sur la matière de la terre et sur celle de la lune. Une considération semblable prouve aussi l'égalité du pouvoir attractif du soleil ou de la lune, soit sur les eaux de la mer et l'air atmosphérique, soit sur la partie solide du globe terrestre.

En effet, la force employée par chacun de ces deux astres pour soulever les eaux de la mer, est, comme on sait, la différence de l'attraction qu'il exerce sur les points de la mer et sur le centre de la terre, à raison de leurs positions respectives; le terme principal de l'attraction en raison inverse du carré des distances, disparaît de cette différence, qui se réduit à une force beaucoup moindre, en raison inverse du cube des distances; et cette force secondaire est à peu près double pour la lune de ce qu'elle est pour le soleil. Or, il n'en serait plus de même si le pouvoir attractif n'était pas iden-

tique sur la partie solide et sur la partie fluide de la terre : le terme principal de l'attraction ne disparaîtrait plus en entier dans l'expression de la force secondaire ; une très-petite inégalité dans le pouvoir attractif suffirait pour doubler, tripler, quadrupler la force qui produit le flux et le reflux ; il pourrait arriver que cette force devînt plus grande pour le soleil que pour la lune ; et les lois de ce phénomène seraient entièrement différentes de celles que nous observons. La même remarque s'applique au phénomène des marées atmosphériques, c'est-à-dire, aux oscillations de l'atmosphère, mesurées par celles du baromètre, qui ne sont pas produites par l'action échauffante du soleil : la moyenne d'un grand nombre d'observations montre qu'elles sont à peine appréciables; et elles pourraient, au contraire, devenir très-sensibles, si le pouvoir attractif du soleil ou de la lune était différent sur les molécules de l'air et sur la partie solide de la terre.

Concluons donc que le pouvoir attractif qui émane de la terre, du soleil, de la lune, est certainement le même sur l'eau, sur l'air, et sur les corps solides de la matière la plus variée; et étendons par induction cette conséquence générale à l'action mutuelle des planètes, quelles que soient les substances inconnues dont elles se composent.

Je dois prévenir, en terminant ce préambule, que les calculs numériques, dont les résultats sont contenus dans mon Mémoire, ont été faits par M. Largeteau, membre adjoint du Bureau des longitudes.

§ Ier.

Formules du mouvement elliptique et de la variation des éléments.

(1) Au bout d'un temps quelconque t, compté à partir d'une époque déterminée, soient r la distance du centre de la lune à celui de la terre et θ l'angle que fait ce rayon vecteur de la lune avec une droite menée par le centre de la terre dans le plan de l'orbite de la lune. Appelons a et e le demi-grand axe et l'excentricité de cette ellipse, et ω la valeur de l'angle θ qui répond au périgée. Soit aussi n la vitesse moyenne angulaire, de sorte qu'on ait

$$n = \frac{\sqrt{\mu}}{a\sqrt{a}},$$

en désignant par μ la somme des masses de la terre et de la lune, multipliée par le pouvoir attractif de la matière à l'unité de distance. Dans le mouvement elliptique de la lune, on aura

$$\left.\begin{aligned} r &= \frac{a(1-e^2)}{1+e\cos.(\theta-\omega)}, \\ r^2\,d\theta &= a^2 n\sqrt{1-e^2}\,dt. \end{aligned}\right\} \quad (1)$$

L'élimination de r entre ces deux équations donne

$$n\,dt = \frac{(1-e^2)^{\frac{3}{2}}\,d\theta}{[1+e\cos.(\theta-\omega)]^2};$$

et en intégrant par les règles ordinaires, on trouvera

$$nt + c = 2\,\text{arc}\left[\text{tang.} = \sqrt{\frac{1-e}{1+e}}\,\text{tang.}\,\tfrac{1}{2}(\theta - \omega)\right]$$
$$-\frac{2e\sqrt{1-e^2}\,\text{tang.}\,\frac{1}{2}(\theta-\omega)}{1+e+(1-e)\,\text{tang.}^2\frac{1}{2}(\theta-\omega)};$$

c étant la constante arbitraire, telle que l'on ait $nt + c = 0$, quand $\theta = \omega$.

Soit en développant cette expression en série ordonnée suivant les sinus des multiples de l'angle $\theta - \omega$, soit en intégrant directement sous cette forme la formule précédente (*), on a

$$nt + c = \theta - \omega - E_1 \sin.(\theta - \omega) + \frac{1}{2} E_2 \sin. 2(\theta - \omega)$$
$$- \frac{1}{3} E_3 \sin. 3(\theta - \omega) + \text{etc.};$$

c désignant la même constante que précédemment, et le coefficient E_i, qui répond à un multiple quelconque i de $\theta - \omega$, ayant pour valeur

$$E_i = \frac{2e^i(1 + i\sqrt{1-e^2})}{(1+\sqrt{1-e^2})^i}.$$

Par le retour des suites, on déduit de cette valeur de $nt + c$, celle de θ sous la forme :

$$\theta = nt + c + \omega + \Sigma A_i e^i \sin. i(nt + c); \qquad (2)$$

la somme Σ s'étendant à tous les nombres entiers et positifs i, depuis $i = 1$ jusqu'à $i = \infty$, et A_i désignant une série ordonnée suivant les puissances paires de e.

(*) Mécanique céleste, tome I, page 156.

(2) Appelons γ l'inclinaison de l'orbite lunaire sur un plan fixe, qui sera, par exemple, le plan de l'écliptique à l'époque d'où l'on compte le temps t, et que l'on prendra pour le plan des longitudes. Soit aussi α la longitude du nœud ascendant de cette orbite sur ce plan fixe, que l'on comptera à partir d'une droite fixe, menée arbitrairement par le centre de la terre. Au bout du temps t, appelons v la longitude de la lune, comptée à partir de la même droite, et φ sa latitude. En supposant que la droite d'où l'on compte l'angle θ soit celle qui aboutit au nœud ascendant, nous aurons, par les règles de la trigonométrie sphérique,

$$\left.\begin{array}{r}\sin.\varphi=\sin.\gamma\sin.\theta\,,\\ \text{tang.}(v-\alpha)=\cos.\gamma\,\text{tang.}\theta\,;\end{array}\right\}\quad(3)$$

équations d'où l'on déduit

$$\text{tang.}\varphi=\text{tang.}\gamma\sin.(v-\alpha)\qquad(4)$$

par l'élimination de l'angle θ.

D'après une formule connue (*), on déduit de la seconde équation (3)

$$\begin{array}{r}v-\alpha=\theta-\text{tang.}^2\frac{1}{2}\gamma\sin.2\theta+\frac{1}{2}\text{tang.}^4\frac{1}{2}\gamma\sin.4\theta\\ -\frac{1}{3}\text{tang.}^6\frac{1}{2}\gamma\sin.6\theta+\text{etc.}\,;\end{array}\qquad(5)$$

et si l'on substitue à la place de θ, la formule (2), et qu'on fasse

$$c+\omega+\alpha=\varepsilon,$$

(*) Mécanique céleste, tome I, page 182.

on obtiendra une expression de cette forme :

$$\begin{aligned} v = nt + \varepsilon + \Sigma \mathrm{G} e^{i} \operatorname{tang.}^{2i'} \tfrac{1}{2}\gamma \sin.[i(nt+\varepsilon-\alpha-\omega) \\ - 2i'(nt+\varepsilon-\alpha)] \\ + \Sigma \mathrm{H} e^{i} \operatorname{tang.}^{2i'} \tfrac{1}{2}\gamma \sin.[i(nt+\varepsilon-\alpha-\omega) \\ + 2i'(nt+\varepsilon-\alpha)]; \end{aligned} \quad (6)$$

i et i' étant des nombres entiers et positifs ou zéro, G et H désignant des séries ordonnées suivant les puissances et les produits de e^2 et $\operatorname{tang.}^2 \frac{1}{2}\gamma$, et les sommes Σ s'étendant à toutes les valeurs de i et i', depuis $i=0$ et $i'=0$ jusqu'à $i=\infty$ et $i'=\infty$.

Soit encore β la longitude du périgée, c'est-à-dire, la valeur de v qui répond à $\theta=\omega$. En vertu de la seconde équation (3), on aura

$$\operatorname{tang.}(\beta-\alpha) = \cos.\gamma \operatorname{tang.}\omega;$$

d'où l'on tire, au moyen de la formule qu'on vient de citer,

$$\begin{aligned} \beta-\alpha = \omega - \operatorname{tang.}^2 \tfrac{1}{2}\gamma \sin. 2\omega + \tfrac{1}{2} \operatorname{tang.}^4 \tfrac{1}{2}\gamma \sin. 4\omega \\ - \tfrac{1}{3} \operatorname{tang.}^6 \tfrac{1}{2}\gamma \sin. 6\omega + \text{etc.}; \end{aligned} \quad (7)$$

et, d'après la même formule, on aura réciproquement

$$\begin{aligned} \omega = \beta - \alpha + \operatorname{tang.}^2 \tfrac{1}{2}\gamma \sin. 2(\beta-\alpha) + \tfrac{1}{2} \operatorname{tang.}^4 \tfrac{1}{2}\gamma \sin. 4(\beta-\alpha) \\ + \tfrac{1}{3} \operatorname{tang.}^6 \tfrac{1}{2}\gamma \sin. 6(\beta-\alpha) + \text{etc.} \end{aligned} \quad (8)$$

L'angle ω sera la distance du périgée de la lune au nœud ascendant de son orbite, et $\beta-\alpha$ exprimera la projection

de cette distance angulaire sur le plan des longitudes.

(3) Dans la théorie du mouvement de la lune, on emploie ordinairement l'équation de l'orbite sous cette autre forme (*):

$$r_1 = \frac{h^2(1 + \text{tang.}^2\gamma)}{\sqrt{1 + \text{tang.}^2\varphi} + k\cos.(v - \varpi)},$$

où l'on désigne par r_1 le rayon vecteur projeté sur le plan des longitudes, par v et φ la longitude et la latitude, et par h, k, ϖ, trois quantités constantes.

Il peut être utile d'exprimer ces trois constantes en fonctions des éléments elliptiques qui entrent dans les formules précédentes. Or, à cause de $r_1 = r\cos.\varphi$, on a

$$r = \frac{h^2(1 + \text{tang.}^2\gamma)}{1 + k\cos.\varphi\cos.(v - \varpi)};$$

la seconde équation (3) donne

$$\cos.(v - \alpha) = \frac{\cos.\theta}{\Delta}, \quad \sin.(v - \alpha) = \frac{\cos.\gamma\sin.\theta}{\Delta},$$

et, par conséquent,

$$\cos.(v - \varpi) = \frac{1}{\Delta}[\cos.\theta\cos.(\varpi - \alpha) + \cos.\gamma\sin.\theta\sin.(\varpi - \alpha)],$$

en faisant, pour abréger,

$$\sqrt{\cos.^2\theta + \cos.^2\gamma\sin.^2\theta} = \Delta;$$

d'ailleurs, si l'on substitue cette valeur de $\sin.(v - \alpha)$ dans l'équation (4), et qu'on en déduise ensuite la valeur de

(*) Mécanique céleste, tome III, page 186.

cos. φ, il vient

$$\cos.\varphi = \Delta;$$

et au moyen de ces valeurs de cos. $(v - \varpi)$ et cos. φ, la valeur de r se change en celle-ci :

$$r = \frac{h^2(1 + \text{tang.}^2\gamma)}{1 + k\left[\cos.\theta\cos.(\varpi - \alpha) + \cos.\gamma\sin.\theta\sin.(\varpi - \alpha)\right]}.$$

Pour qu'elle coïncide avec la première formule (1), il faudra donc qu'on ait

$$h^2(1 + \text{tang.}^2\gamma) = a(1 - e^2),$$
$$k\cos.(\varpi - \alpha) = e\cos.\omega,$$
$$k\cos.\gamma\sin.(\varpi - \alpha) = e\sin.\omega;$$

d'où l'on déduit

$$\left.\begin{aligned} h &= \sqrt{a(1 - e^2)\cos.\gamma}, \\ k &= e\sqrt{1 + \sin.^2\omega\,\text{tang.}^2\gamma}, \\ \text{tang.}(\varpi - \alpha) &= \frac{\text{tang.}\omega}{\cos.\gamma}; \end{aligned}\right\} \quad (9)$$

ce qu'il s'agissait de trouver. Si l'on voulait comparer l'angle $\varpi - \alpha$ à l'angle $\theta - \alpha$, on aurait, d'après cette dernière formule et l'une des équations précédentes,

$$\text{tang.}(\varpi - \alpha) = (1 + \text{tang.}^2\gamma)\,\text{tang.}(\theta - \alpha).$$

(4) Les six éléments a, c, e, ω, γ, α, du mouvement elliptique seront constants dans le mouvement de la lune produit par la seule action de la partie sphérique de la terre sur la partie semblable de la lune. Ils se changeront en des quantités variables, et toutes les formules précédentes continueront d'avoir lieu, lorsque le mouvement sera troublé

par une cause quelconque, telle que l'action du soleil, celle des planètes, celle de la partie non-sphérique de la terre. En désignant par R la quantité connue sous la dénomination de *fonction perturbatrice*, les différentielles de ces six éléments auront pour valeurs :

$$\left.\begin{aligned}
da &= -\frac{2}{an}\frac{dR}{dc}dt, \\
dc &= \frac{2}{an}\frac{dR}{da}dt + \frac{1-e^2}{a^2ne}\frac{dR}{de}dt, \\
de &= \frac{\sqrt{1-e^2}}{a^2ne}\frac{dR}{d\omega}dt - \frac{1-e^2}{a^2ne}\frac{dR}{dc}dt, \\
d\omega &= -\frac{\sqrt{1-e^2}}{a^2ne}\frac{dR}{de}dt + \frac{\cos.\gamma}{a^2n\sqrt{1-e^2}\sin.\gamma}\frac{dR}{d\gamma}dt, \\
d\gamma &= -\frac{\cos.\gamma}{a^2n\sqrt{1-e^2}\sin.\gamma}\frac{dR}{d\omega} + \frac{1}{a^2n\sqrt{1-e^2}\sin.\gamma}\frac{dR}{d\alpha}dt, \\
d\alpha &= -\frac{1}{a^2n\sqrt{1-e^2}\sin.\gamma}\frac{dR}{d\gamma}dt;
\end{aligned}\right\} \quad (10)$$

formules que je déduis de celles que renferme l'article 23 de mon premier Mémoire *sur la variation des constantes arbitraires* (*), en y changeant Ω et g en $-$ R et ω.

En même temps que les six éléments du mouvement elliptique sont changés en des quantités variables, il faut aussi, dans les formules de ce mouvement, remplacer le moyen mouvement nt par l'intégrale $\int n\,dt$, ainsi qu'on l'a dit dans l'article 24 du Mémoire cité; et quoique n ou $\frac{\sqrt{\mu}}{a\sqrt{a}}$ dépende de a, on ne devra pas, après ce changement, faire varier a sous le signe intégral, en prenant la différence par-

(*) Journal de l'École polytechnique, XVe cahier.

tielle $\frac{dR}{da}$ qui entre dans la seconde équation (10). L'intégrale commençant avec le temps t, si l'on fait

$$\int n\,dt = \zeta,$$

cette quantité ζ sera ce qu'on appelle proprement le moyen mouvement de la lune dans son mouvement troublé.

Après avoir mis ζ au lieu de nt dans les formules du mouvement elliptique et dans la fonction R, on substituera, dans ces mêmes formules, les valeurs approchées de a, c, e, ω, γ, α, tirées des équations (10). La première équation (1), dans laquelle on mettra la formule (2) au lieu de θ, fera connaître le rayon vecteur r. Les équations (4) et (6) détermineront la longitude et la latitude v et φ; et de cette manière, on connaîtra, en fonctions du temps, les trois coordonnées polaires de la lune. La formule (7) donnera aussi la longitude β de son périgée; et si l'on a besoin des valeurs des quantités h, k, ϖ, devenues variables, elles seront données, sans aucune nouvelle intégration, par les équations (9).

La quantité ε étant la somme de c, ω, α, sa valeur sera connue d'après celle de ces trois éléments; mais, à cause de

$$d\varepsilon = dc + d\omega + d\alpha,$$

il résulte des deuxième, quatrième et sixième équations (10), la formule

$$\begin{aligned} d\varepsilon = \frac{2}{an}\frac{dR}{da}dt - \frac{e\sqrt{1-e^2}}{a^2n(1+\sqrt{1-e^2})}\frac{dR}{de}dt \\ - \frac{\sin.\gamma}{a^2n\sqrt{1-e^2}(1+\cos.\gamma)}\frac{dR}{d\gamma}dt, \end{aligned} \qquad (11)$$

qui pourra servir à déterminer directement la valeur variable de ε.

(5) Non-seulement les trois coordonnées de la lune conserveront la même forme dans le mouvement troublé et dans le mouvement elliptique, mais il en est de même à l'égard de leurs différentielles premières, et généralement, si P est une fonction quelconque des trois coordonnées r, φ, v, sa différentielle première sera la même, soit qu'on la prenne, en regardant les six éléments $a, c, e, \omega, \gamma, \alpha$, comme constants, soit que l'on fasse varier ces éléments, dont P est une fonction implicite; ou, autrement dit, la portion de la différentielle de P qui répond à ces six quantités, sera zéro, et l'on aura

$$\frac{dP}{da}da+\frac{dP}{dc}dc+\frac{dP}{de}de+\frac{dP}{d\omega}d\omega+\frac{dP}{d\gamma}d\gamma+\frac{dP}{d\alpha}d\alpha=0.$$

Dans le cas particulier de $P=R$, on vérifie immédiatement cette équation, en y substituant les formules (10) à la place des différentielles da, dc, de, etc.

Si l'on désigne par $d'R$ la différentielle de R, prise seulement par rapport au temps qui entre dans les coordonnées de la lune et en regardant celles du soleil comme constantes, on aura

$$d'R=\frac{dR}{d\zeta}d\zeta+\frac{dR}{da}da+\frac{dR}{dc}dc+\frac{dR}{de}de+\frac{dR}{d\omega}d\omega \\ +\frac{dR}{d\gamma}d\gamma+\frac{dR}{d\alpha}d\alpha;$$

quantité qui se réduit à

$$d'R=\frac{dR}{d\zeta}n\,dt,$$

à cause de la propriété de la fonction R et de $d\zeta = n\,dt$; d'ailleurs R étant une fonction de $\zeta + c$, on a $\frac{dR}{d\zeta} = \frac{dR}{dc}$; et d'après cela, la première équation (10) peut s'écrire ainsi :

$$da = -\frac{2}{an^2}\,d'R\,;$$

ce qui est la forme sous laquelle Lagrange avait d'abord présenté la différentielle du demi-grand axe, dans les Mémoires de Berlin de 1776.

La propriété de la fonction quelconque P, que l'on vient de citer, résulte, comme on sait, de la manière dont les différentielles des constantes arbitraires sont déterminées. Il s'ensuit qu'à chaque instant, la trajectoire de la lune est tangente à l'ellipse correspondante aux valeurs actuelles des six éléments, et que sa vitesse est la même, en grandeur et en direction, que celle qui aurait lieu sur cette ellipse constante.

La valeur de chaque élément, tirée des équations (10), contiendra une constante arbitraire et une partie variable. En supposant que la constante fût déterminée de manière que la partie variable s'évanouît avec le temps, cette partie, au bout d'un temps quelconque, exprimerait l'effet produit par les forces perturbatrices sur chaque élément, pendant cet intervalle de temps; mais ce n'est point par cette considération que les astronomes déterminent les constantes arbitraires du mouvement de la lune : ils obtiennent leurs valeurs et celles de la quantité n, avec une grande précision, en comparant aux résultats de nombreuses observations, les expressions des trois coordonnées r, φ, v, qui sont données

par la théorie en fonctions de ces constantes et du temps; et cela fait, ces formules renferment la solution complète du problème, et font connaître le lieu de la lune, à une époque quelconque, passée ou future.

§ II.

Considérations générales sur la détermination des éléments elliptiques et des coordonnées de la lune en fonctions du temps.

(6) S'il s'agissait de l'intégration rigoureuse des équations du mouvement de la lune, il n'y aurait aucun avantage à substituer les six équations (10), différentielles premières à six inconnues, aux trois équations différentielles du second ordre, d'où dépendent les trois coordonnées r, φ, v. Cette substitution ne peut être utile que pour la détermination des inconnues par approximation, lorsque la quantité R est une assez petite fraction. Ainsi, dans le calcul des perturbations des planètes et des comètes, où l'on néglige, en général, le carré des forces perturbatrices, on considère, dans les seconds membres des équations (10), les éléments elliptiques comme des constantes, et l'on en déduit leurs valeurs variables, par l'intégration immédiate. Mais dans la théorie de la lune, cette première approximation serait tout-à-fait insuffisante, et l'on est obligé de recourir à la méthode connue des approximations successives.

Quand on sera parvenu, en suivant cette méthode, aux valeurs approchées de a, c, e, ω, γ, α, et de ζ, auxquelles on voudra s'arrêter, on les substituera, comme on vient de

le dire, dans les expressions elliptiques des coordonnées r, φ, v. Cette substitution de séries dans d'autres séries pourra être une opération laborieuse, que l'on éviterait en appliquant directement le procédé des approximations successives, aux équations différentielles du second ordre, d'où dépendent ces trois coordonnées ; mais cette application serait, je crois, plus pénible que celle du même procédé au système des équations (10) ; et d'ailleurs il est intéressant de connaître les effets des forces perturbatrices, non-seulement sur les trois coordonnées de la lune, mais encore sur chacun des éléments de son orbite. Je supposerai donc que ce soit aux équations (10) que l'on applique la méthode ordinaire des approximations successives, à laquelle on devra faire une modification que je vais indiquer.

(7) Ces approximations introduiront successivement dans les valeurs de c, ω, α, des termes proportionnels au temps, que l'on ne fera pas sortir hors des *sinus* et *cosinus*, et qui n'ajouteront aucune difficulté aux intégrations. A chaque nouvelle approximation, on développera seulement les formules (10) par rapport aux parties périodiques, introduites dans les valeurs de c, ω, α, et dans celles des autres éléments, par les approximations précédentes. Mais pour n'avoir pas besoin de changer, à chaque fois, les coefficients des parties proportionnelles au temps, que c, ω, α, contiendront, on introduira, *à priori*, ces parties inconnues dans les formules du mouvement elliptique. Ainsi, on remplacera, dans ces formules, les angles c, ω, α, par $c+ft$, $\omega+gt$, $\alpha+ht$, en désignant par f, g, h, des constantes inconnues. Si la première approximation donne des termes f_1t, g_1t, h_1t, dans

les valeurs de c, ω, α, on en fera abstraction dans les approximations suivantes, en les regardant comme déja compris dans ft, gt, ht; si la seconde approximation donne de nouveaux termes f_2t, g_2t, h_2t, dans les valeurs de c, ω, α, on en fera également abstraction; et ainsi de suite. Et quand le calcul entier sera terminé, on prendra

$$f = f_1 + f_2 + \text{etc.}, \quad g = g_1 + g_2 + \text{etc.}, \quad h = h_1 + h_2 + \text{etc.},$$

pour déterminer les valeurs de f, g, h; ce qui exigera que l'on résolve ces équations par approximation, attendu que les inconnues f, g, h, entreront dans les expressions de f_1, f_2, etc., g_1, g_2, etc., h_1, h_2, etc., où elles seront multipliées par des cofficients de plus en plus petits.

(8) La même remarque s'applique aux inégalités séculaires qui sont contenues dans les expressions de c, ω, α. Chacune de ces inégalités sera exprimée par une intégrale telle que $\int q\,dt$, dans laquelle q est une quantité très-petite, qui varie très-lentement, de manière que la période de ses variations comprend des milliers d'années. Il en résulte qu'après l'intégration, $\int q\,dt$ n'est plus une quantité très-petite comme la variable q; par conséquent, si l'on désigne par A, C, p, des quantités constantes, et si l'on suppose que par suite des inégalités séculaires de c, ω, α, les formules (10) contiennent un terme

$$\text{A} \cos. (pt + \int q\,dt + \text{C})\,dt,$$

on ne pourra pas développer ce terme en série convergente

suivant les puissances de $\int q\,dt$; mais l'intégration de ce même terme n'en deviendra pas plus difficile; et à cause que la quantité q varie très-lentement par hypothèse, elle pourra s'effectuer de la même manière que si q était une constante. On pourra aussi ajouter à chacun des angles c, ω, α, une inégalité inconnue $\int q\,dt$; faire ensuite abstraction des inégalités séculaires qui résulteront des approximations successives; et prendre, à la fin du calcul, pour $\int q\,dt$, la somme de toutes ces inégalités relatives à chaque élément, ainsi qu'on vient de l'expliquer à l'égard de leurs parties proportionnelles au temps.

En intégrant, abstraction faite de la variation de q, on aura

$$\int \mathrm{A}\cos.(pt+\int q\,dt+\mathrm{C})\,dt = \frac{\mathrm{A}\sin.(pt+\int q\,dt+\mathrm{C})}{p+q}.$$

Si l'on veut avoir égard à cette variation, on ajoutera une inconnue X au second membre de cette équation, et en différentiant ensuite, on en conclura

$$d\mathrm{X} = \frac{\mathrm{A}\sin.(pt+\int q\,dt+\mathrm{C})}{(p+q)^2}\,\frac{dq}{dt}\,dt;$$

en intégrant cette formule sans avoir égard à la variation de q et de $\frac{dq}{dt}$, on aura donc

$$\mathrm{X} = -\frac{\mathrm{A}\cos.(pt+\int q\,dt+\mathrm{C})}{(p+q)^3}\,\frac{dq}{dt},$$

pour la valeur approchée de X; en l'ajoutant à la valeur

précédente de $\int A \cos.(pt + \int q\,dt + C)\,dt$, et négligeant le carré de $\frac{dq}{dt}$, la valeur corrigée de cette intégrale pourra s'écrire ainsi :

$$\int A \cos.(pt + \int q\,dt + C)\,dt = \frac{A}{p+q} \sin. \left[pt + \int q\,dt + C - (p+q)^{-2} \frac{dq}{dt}\right];$$

en sorte que la correction provenant de la variation de la quantité q, consistera à diminuer la constante C, de la quantité $\frac{1}{(p+q)^2} \frac{dq}{dt}$. Cette correction sera toujours assez petite pour être négligée dans l'intégration des différents termes des formules (10).

(9) En vertu de la formule (7), $(g+h)t$ sera la partie proportionnelle au temps de la longitude ε du périgée ; et si on la désigne par kt, on aura

$$k = g + h.$$

Les quantités ht et kt exprimeront les moyens mouvements du nœud et du périgée, abstraction faite des variations séculaires dont ils sont affectés. L'observation et le calcul font voir que les révolutions de ces deux points sont d'environ dix-huit ans et neuf ans ; en sorte que les inégalités du mouvement de la lune, dont les arguments dépendent de α et ε, doivent être considérées comme des inégalités périodiques, et non comme des inégalités séculaires. Il s'ensuit que la longitude moyenne de la lune, c'est-à-dire, la partie non périodique de v, se réduit aux termes $\zeta + \varepsilon$,

de la formule (6), quand on y a mis $\int n\,dt$ ou ζ à la place de nt (n° 4). Elle se compose, comme on voit, du moyen mouvement ζ et de l'élément ε qui exprime la longitude moyenne à l'époque d'où l'on compte le temps t; et si l'on appelle lt le terme de ε, ou de $c+\alpha+\omega$, proportionnel au temps, on aura

$$l=f+g+h.$$

Le demi grand axe a se composera d'une constante absolue que je désignerai par a_1, et d'une partie périodique. Appelons aussi n_1, la partie de n qui répond à la constante a_1 de a, de sorte qu'on ait

$$n_1=\frac{\sqrt{\mu}}{a_1\sqrt{a_1}};$$

la longitude moyenne contiendra la partie $(n_1+l)t$, proportionnelle au temps, dont le coefficient n_1+l exprimera la vitesse moyenne qui résulte des observations, abstraction faite de son accélération séculaire; par conséquent, si l'on représente par T le temps de la révolution de la lune, et par 2π la circonférence dont le rayon est l'unité, on aura

$$n_1+l=\frac{2\pi}{\mathrm{T}}.$$

Mais il n'y aura que la partie n_1 de cette vitesse qui soit liée au demi grand axe par l'équation $n_1^2 a_1^3=\mu$, correspondante à la troisième loi de Kepler, et qui puisse servir à le déterminer, comme nous l'expliquerons par la suite.

(10) La première approximation suffira pour déterminer les perturbations du mouvement de la lune, dues à la non-

sphéricité de la terre et à l'action directe des planètes. Quant aux perturbations qui résultent de l'attraction du soleil, et qui sont l'objet principal du problème, il sera nécessaire de pousser très-loin les approximations successives, soit parce que la fonction perturbatrice n'est pas très-petite, puisqu'elle est seulement d'un ordre équivalent à celui des quantités e^2 et γ^2, soit à raison des petits diviseurs qui seront introduits par les intégrations successives, et qui abaisseront l'ordre d'une partie des termes fournis par chacune des approximations. Toutefois, cette dernière circonstance n'empêchera pas qu'en ayant égard à tous les facteurs et diviseurs qui déterminent l'ordre d'un terme quelconque, et pourvu qu'on ait soin de comprendre dans chaque approximation tous les termes qui doivent en faire partie, ceux qui résulteront d'une approximation quelconque ne soient, *analytiquement*, d'un ordre supérieur aux termes de l'approximation précédente. Mais les coefficients numériques de ces différents termes successifs pourront quelquefois les rendre presqu'égaux les uns aux autres en grandeur numérique; ce qui contribuera encore à ralentir l'approximation, et pourra la rendre stationnaire.

Pour atteindre, néanmoins, au même degré d'exactitude auquel M. Plana est parvenu dans sa *Théorie du mouvement de la lune*, je ne pense pas que les calculs qu'il faudra exécuter en suivant la méthode précédente soient plus longs que ceux qu'il a effectués. En effet, si l'on compare cette méthode à celle que M. Plana a suivie, on voit que dans la première, les inconnues sont au nombre de six qui dépendent d'un pareil nombre d'intégrations, et que dans la seconde, les inconnues sont au nombre de trois, savoir, le

temps qui dépend de l'intégration d'une quantité contenant déja une autre intégrale indiquée, puis la latitude et le rayon vecteur dont les expressions dépendent de deux équations différentielles du second ordre qui se réduisent elles-mêmes à quatre intégrations distinctes. D'ailleurs ces deux systèmes différents d'équations différentielles sont traités par le même procédé des approximations successives, poussé aussi loin et pratiqué de la même manière dans les deux méthodes.

(11) Au lieu d'exprimer comme nous le proposons, la fonction R et les inconnues du problème en fonctions du temps, on les exprime ordinairement en fonctions de la longitude vraie de la lune. Par là on est dispensé de substituer dans R l'expression de cette longitude en série de quantités périodiques ; mais on est obligé d'y mettre la valeur de la longitude vraie du soleil en fonctions de celle de la lune ; substitution à peu près aussi pénible que celle qu'on a évitée, quand on veut pousser l'approximation aussi loin qu'on le fait à présent, c'est-à-dire, bien plus loin que ne le faisaient Clairaut et D'Alembert, qui ont suivi les premiers la méthode ordinaire. On pourrait encore employer les formules de la variation des constantes arbitraires, en les rapportant à la longitude vraie de la lune, prise pour la variable indépendante ; voici les considérations qui me font préférer de prendre pour cette variable, le temps ou la longitude moyenne.

1° Les expressions des coordonnées du soleil en fonctions du temps, que l'on substituera dans R, seront données par la théorie du mouvement de la terre, et resteront les mêmes pour tout le calcul que l'on aura à exécuter, tandis que quand

on exprime ces coordonnées en fonctions de la longitude vraie de la lune, elles changent, et l'on est obligé d'y introduire de nouveaux termes à chaque nouvelle approximation.

2° Les coefficients des différences partielles de R dans les formules (10) ne renfermant explicitement ni le temps, ni les angles α et ω, il en résulte que dans la première approximation, ces formules font connaître immédiatement l'inégalité de chaque élément elliptique, correspondante à un argument donné; ce qui est principalement utile à l'égard des inégalités séculaires et des inégalités à longues périodes.

3° Dans cette approximation et dans les suivantes, certains termes de R, parmi ceux qui auraient le plus d'influence, disparaissent des formules (10), ou ne s'abaissent pas à un ordre moindre par l'intégration; circonstance qui simplifie beaucoup le calcul des inégalités lunaires, les plus difficiles à déterminer, ainsi qu'on en verra des exemples dans le paragraphe suivant.

4° Enfin, lorsque l'on exprime le temps en fonctions de la longitude vraie, il faut ensuite renverser la série que l'on obtient, pour en déduire, par le retour des suites, la longitude en fonctions du temps; opération extrêmement pénible, comme on peut le voir dans l'ouvrage de M. Plana, où elle comprend plus de soixante pages du premier volume. La latitude et le rayon vecteur étant aussi exprimés en fonctions de la longitude vraie, par des séries très-compliquées, il faut encore y substituer l'expression de cette longitude en fonctions de temps. Ces opérations seront remplacées, dans la méthode que nous proposons, par la substitution beaucoup plus simple, des expressions des éléments dans les formules du mouvement elliptique.

31.

(12) Cette méthode est indépendante de la forme et de l'origine de la fonction R; nous considérerons dans la suite le cas où elle provient de la non-sphéricité de la terre ; mais maintenant il est nécessaire d'ajouter quelque développement à ce qui précède, relativement au cas principal où la force perturbatrice est l'action du soleil, ou plutôt, la différence d'action du soleil sur la terre et sur la lune.

La fonction R qui en résulte est, comme on sait,

$$R = \frac{\mu'}{r'^3}(xx' + yy' + zz') - \frac{\mu'}{\rho},$$

en désignant par x, y, z, les trois coordonnées rectangulaires du centre de la lune, dont l'origine est au centre de la terre, par x', y', z', les coordonnées du centre du soleil rapportées aux mêmes axes que x, y, z, par r' le rayon vecteur du soleil, par ρ la distance du soleil à la lune, et par μ' la masse du soleil multipliée par le pouvoir attractif de la matière.

Nous prendrons le plan des longitudes pour celui des x et y. Si x_1 et y_1 sont les coordonnées du centre de la lune sur ce plan fixe, rapportées à la droite qui aboutit au nœud ascendant de son orbite et à une perpendiculaire à cette droite, les trois coordonnées rectangulaires x_1, y_1, z, auront d'abord pour valeurs

$$x_1 = r\cos.\theta\,, \quad y_1 = r\sin.\theta\cos.\gamma, \quad z = r\sin.\theta\sin.\gamma.$$

Ensuite, si l'on prend pour axe des x, la droite fixe d'où l'on compte les longitudes, et pour axe des y, la perpendiculaire à cette droite, on aura

$$x = x_1\cos.\alpha - y_1\sin.\alpha, \quad y = y_1\sin.\alpha + x_1\cos.\alpha;$$

par conséquent, il en résultera

$$x = r(\cos.\alpha\cos.\theta - \cos.\gamma\sin.\alpha\sin.\theta),$$
$$y = r(\sin.\alpha\cos.\theta + \cos.\gamma\cos.\alpha\sin.\theta),$$
$$z = r\sin.\gamma\sin.\theta;$$

les quantités r, θ, γ, α, ayant ici la même signification que dans les n°s 1 et 2.

Relativement au centre du soleil, nous conviendrons de représenter par les mêmes lettres avec un accent, les quantités analogues à celles qui répondent au centre de la lune; en sorte que θ' sera la distance angulaire du rayon vecteur r' du soleil à celui qui aboutit au nœud ascendant de l'écliptique mobile sur le plan fixe des longitudes, α' la longitude de ce nœud ascendant, γ' l'inclinaison mutuelle des deux plans; et cela étant, on aura

$$x' = r'(\cos.\alpha'\cos.\theta' - \cos.\gamma'\sin.\alpha'\sin.\theta'),$$
$$y' = r'(\sin.\alpha'\cos.\theta' + \cos.\gamma'\cos.\alpha'\sin.\theta'),$$
$$z' = r'\sin.\gamma'\sin.\theta'.$$

Appelons aussi s le cosinus de l'angle compris entre les deux rayons vecteurs r et r', de sorte qu'on ait

$$xx' + yy' + zz' = rr's,$$

et, par conséquent,

$$\begin{aligned} s = {} & (\cos.\alpha\cos.\theta - \cos.\gamma\sin.\alpha\sin.\theta)(\cos.\alpha'\cos.\theta' - \cos.\gamma'\sin.\alpha'\sin.\theta') \\ & + (\sin.\alpha\cos.\theta + \cos.\gamma\cos.\alpha\sin.\theta)(\sin.\alpha'\cos.\theta' + \cos.\gamma'\cos.\alpha'\sin.\theta') \\ & + \sin.\gamma\sin.\theta\sin.\gamma'\sin.\theta'. \end{aligned}$$

En observant que l'on a

$$\cos.\gamma = 1 - 2\sin.^2\tfrac{1}{2}\gamma, \quad \cos.\gamma' = 1 - 2\sin.^2\tfrac{1}{2}\gamma';$$

on pourra écrire cette valeur de s sous la forme :

$$\begin{aligned} s = &\cos.(\theta + \alpha - \theta' - \alpha') \\ &- 2\sin.^2\tfrac{1}{2}\gamma\sin.\theta\sin.(\theta' + \alpha' - \alpha) \\ &- 2\sin.^2\tfrac{1}{2}\gamma'\sin.\theta'\sin.(\theta + \alpha - \alpha') \qquad (a) \\ &+ 4\sin.^2\tfrac{1}{2}\gamma\sin.^2\tfrac{1}{2}\gamma'\sin.\theta\sin.\theta'\cos.(\alpha - \alpha') \\ &+ \sin.\gamma\sin.\gamma'\sin.\theta\sin.\theta'. \end{aligned}$$

On aura, en même temps,

$$\rho^2 = r^2 + r'^2 - 2rr's;$$

et l'expression de R deviendra

$$R = \frac{\mu' r s}{r'^2} - \frac{\mu'}{\sqrt{r^2 + r'^2 - 2rr's}}. \qquad (b)$$

(13) On substituera donc dans cette expression, la valeur précédente de s; puis on y mettra à la place de r et θ, la première formule (1) et la formule (2), et au lieu de r' et θ', des valeurs semblables à celles de r et θ, qui s'en déduiront, comme on l'a dit tout à l'heure, en accentuant toutes les lettres excepté t. Après toutes ces substitutions, R sera une fonction de a, a', e, e', γ, γ', et des six angles $nt + \varepsilon$, $n't + \varepsilon'$, ω, ω', α, α', que l'on pourra développer en une série de cosinus de leurs multiples. On pourra aussi considérer R comme une autre fonction des six premières quantités, et des six angles $nt + \varepsilon$, $n't + \varepsilon'$, ϵ, ϵ', α, α'; et dans ce cas, le terme général de son développement aura la forme (*) :

(*) Mécanique céleste, tome I[er], page 262.

$$K e^{i_1} e'^{i_1'} \gamma^{i_2} \gamma'^{i_2'} \cos.\left[i(nt+\varepsilon) + i'(n't+\varepsilon') + i_1\beta + i_1'\beta' + i_2\alpha + i_2'\alpha'\right];$$

$i, i', i_1, i_1', i_2, i_2'$, étant des nombres entiers, positifs, négatif, ou zéro, tels que l'on ait

$$i + i' + i_1 + i_1' + i_2 + i_2' = 0,$$

et qu'il faudra prendre avec leurs signes sous le cosinus, et abstraction faite du signe dans les facteurs $e^{i_1} e'^{i_1'} \gamma^{i_2} \gamma'^{i_2'}$; et l'autre facteur K désignant une série ordonnée suivant les puissances et les produits de $e^2, e'^2, \gamma^2, \gamma'^2$, dont les coefficients dépendront de $a, a', i, i', i_1, i_1', i_2, i_2'$.

Ainsi qu'il a été dit précédemment, on remplacera, dans ce terme général, nt par $\int n\,dt$, et ε, α, β, par $\varepsilon + lt$, $\alpha + ht$, $\beta + kt$; quant aux éléments elliptiques du soleil, on substituera de même leurs valeurs en fonctions du temps, données par la théorie du mouvement de la terre; et après avoir aussi remplacé $n't$ par $\int n'\,dt$, il suffira de conserver les premières puissances de leurs parties périodiques, et de comprendre, en outre, dans ces éléments, leurs inégalités séculaires et leurs termes proportionnels au temps.

Le rapport $\frac{a}{a'}$ étant à peu près $\frac{1}{400}$, on peut aussi développer le coefficient K du terme général, en série convergente, ordonnée suivant les puissances de cette fraction; mais il est plus simple de développer d'abord la formule (b) suivant les puissances descendantes de r', et de convertir ensuite chaque terme de ce premier développement, en une série de quantités périodiques.

(14) Pour effectuer ce développement, on a d'abord, par la formule du binome,

$$R = \frac{\mu' r s}{r'^2} - \frac{\mu'}{r'} + \frac{\mu'(r^2 - 2rr's)}{2r'^3}$$
$$- \frac{3\mu'(r^2 - 2rr's)^2}{8r'^5} + \frac{5\mu'(r^2 - 2rr's)^3}{16r'^7}$$
$$- \frac{35\mu'(r^2 - 2rr's)^4}{128r'^9} + \text{etc.}$$

On peut supprimer le terme $-\frac{\mu'}{r'}$, qui ne renferme pas les éléments elliptiques de la lune, et qui disparaîtrait des formules (10). De plus, les termes divisés par r'^2 se détruisent dans cette valeur de R ; et en ordonnant suivant les puissances descendantes de r', on a

$$R = \frac{\mu' r^2}{2r'^3}\left[1 - 3s^2 + (3s - 5s^3)\frac{r}{r'} - \frac{1}{4}(3 - 30s^2 + 35s^4)\frac{r^2}{r'^2} + \text{etc.}\right] \qquad (c)$$

Il est bon d'observer que si l'on ne supposait pas que l'action du soleil fût la même, à distance égale, sur la matière de la terre et sur celle de la lune, le coefficient μ' ne serait pas non plus le même dans les deux parties de la formule (*b*), et les termes divisés par r'^2 ne se détruiraient plus dans son développement. En désignant par τ une fraction donnée, et remplaçant ce coefficient μ' par $\mu'(1+\tau)$ dans la première partie de la formule (*b*), le développement (*c*) de R se trouverait augmenté d'un terme $\frac{\tau\mu' r s}{r'^2}$. On fera voir, dans la suite, que cette quantité τ est nulle ou tout-à-fait insensible.

(15) Il sera facile actuellement de développer chaque partie

de la formule (c) en une série de quantités périodiques. Par des intégrations, on pourra aussi déterminer la valeur exacte du coefficient d'un terme de chaque série, dont l'argument est donné. C'est ce que nous allons faire voir relativement à la partie de R indépendante des moyens mouvements du soleil et de la lune.

Conçevons d'abord que l'on ait développé R en une série de cosinus et de sinus des multiples de l'angle $nt+c$; et soit

$$R = P + \Sigma[G\cos.i(nt+c) + H\sin.i(nt+c)];$$

P, G, H, étant des quantités indépendantes de l'angle $nt+c$, i désignant un nombre entier et positif qui n'est pas zéro, et la somme Σ s'étendant à toutes les valeurs de i depuis $i=1$ jusqu'à $i=\infty$. Si l'on multiplie cette équation par $d(nt+c)$, et qu'on intègre ensuite depuis $nt+c=0$ jusqu'à $nt+c=2\pi$, il est évident que tous les termes de la somme Σ disparaîtront, de sorte que l'on aura

$$\int_0^{2\pi} R\,d(nt+c) = 2\pi P.$$

Mais, d'après la seconde équation (1), on a

$$d(nt+c) = \frac{r^2\,d\theta}{a^2\sqrt{1-e^2}};$$

de plus, les limites $nt+c=0$ et $nt+c=2\pi$ répondent, en vertu de la formule (2), à $\theta=\omega$ et $\theta=\omega+2\pi$; en substituant θ à la variable $nt+c$, nous aurons donc

$$P = \frac{1}{2\pi a^2\sqrt{1-e^2}}\int_{\omega}^{\omega+2\pi} R\,r^2\,d\theta,$$

pour la partie de R indépendante de l'angle $nt+c$.

Concevons aussi cette quantité P développée en série de cosinus et de sinus des multiples de l'angle $n't+c'$, et désignons par Q la partie de P indépendante de cet angle; nous aurons de même

$$Q=\frac{1}{2\pi a'^2\sqrt{1-e'^2}}\int_{\omega'}^{\omega'+2\pi}Pr'^2d\theta',$$

et, par conséquent,

$$Q=\frac{1}{4\pi^2a^2a'^2\sqrt{(1-e^2)(1-e'^2)}}\int_{\omega}^{\omega+2\pi}\int_{\omega'}^{\omega'+2\pi}Rr^2r'^2d\theta\,d\theta'.$$

Cette quantité Q est la partie de R indépendante des moyens mouvements de la lune et du soleil. En y mettant à la place de R un terme quelconque de la série (c), les intégrations indiquées s'effectueront sous forme finie par les règles ordinaires. Si l'on prend pour R le premier terme de cette série, c'est-à-dire, si l'on néglige dans la formule (c) les termes multipliés par les puissances de $\frac{r}{r'}$ entre les crochets, on aura

$$Q=\frac{\mu'}{8\pi^2a^2a'^2\sqrt{(1-e^2)(1-e'^2)}}\int_{\omega}^{\omega+2\pi}\int_{\omega'}^{\omega'+2\pi}(1-3s^2)\frac{r^4}{r'}d\theta\,d\theta'.$$

On a d'ailleurs

$$\frac{1}{r'}=\frac{1+e'\cos.(\theta'-\omega')}{a'(1-e'^2)};$$

et d'après la formule (a), on en conclut

$$\frac{a'(1-e'^2)}{2\pi}\int_{\omega'}^{\omega'+2\pi}(1-3s^2)\frac{d\theta'}{r'}=-\frac{1}{2}$$

$$+\frac{3}{2}\sin.^2\gamma\sin.^2\theta+\frac{3}{2}\sin.^2\gamma'\sin.^2(\theta+\alpha-\alpha')$$

$$-24\sin.^2\tfrac{1}{2}\gamma\sin.^2\tfrac{1}{2}\gamma'\sin.\theta\sin.(\theta+\alpha-\alpha')\cos.(\alpha-\alpha')$$

$$-3\sin.\gamma\sin.\gamma'\sin.\theta\sin.(\theta+\alpha-\alpha')-\frac{3}{2}\sin.^2\gamma\sin.^2\gamma'\sin.^2\theta$$

$$+6\sin.\gamma\sin.\gamma'\sin.^2\tfrac{1}{2}\gamma\sin.^2\theta\cos.(\alpha-\alpha')$$

$$+6\sin.\gamma\sin.\gamma'\sin.^2\tfrac{1}{2}\gamma'\sin.\theta\sin.(\theta+\alpha-\alpha'),$$

où l'on a supprimé, pour abréger, les termes du sixième et du huitième ordre par rapport à sin. γ et sin. γ'.

Après avoir substitué cette valeur dans celle de Q, et en y mettant aussi la formule (1) à la place de r, on effectuera l'intégration relative à θ. Or, si l'on conçoit la valeur de r^4 développée en une série de cosinus des multiples de $\theta-\omega$, il est aisé de voir que cette intégration fera disparaître tous les termes de cette série, excepté le terme indépendant de $\theta-\omega$ et celui qui dépend du double de cet angle. Il suffira donc de prendre

$$r^4=a^4(1-e^2)^4[\mathrm{E}+\mathrm{F}\cos.2(\theta-\omega)];$$

E et F étant des fonctions de e dont les valeurs exactes seront données, d'après la formule (1), par les intégrales

$$\mathrm{E}=\frac{1}{2\pi}\int_{\omega}^{\omega+2\pi}\frac{d\theta}{[1+e\cos.(\theta-\omega)]^4},$$

$$\mathrm{F}=\frac{1}{\pi}\int_{\omega}^{\omega+2\pi}\frac{\cos.2(\theta-\omega)\,d\theta}{[1+e\cos.(\theta-\omega)]^4}.$$

De cette manière, on aura

$$\left.\begin{aligned}
Q = & -\frac{\mu' a^2 (1-e^2)^{\frac{7}{2}}}{2 a'^3 (1-e'^2)^{\frac{3}{2}}} \Bigg(E \Big[\frac{1}{2} - \frac{3}{4} \sin.^2 \gamma - \frac{3}{4} \sin.^2 \gamma' \\
& + 12 \sin.^2 \tfrac{1}{2}\gamma \sin.^2 \tfrac{1}{2}\gamma' \cos.^2 (\alpha - \alpha') + \frac{3}{4} \sin. 2\gamma \sin. \gamma' \cos. (\alpha - \alpha') \\
& + \frac{3}{4} \sin.^2 \gamma \sin.^2 \gamma' - 3 \sin. \gamma \sin. \gamma' \sin.^2 \tfrac{1}{2}\gamma' \cos. (\alpha - \alpha') \Big] \\
& + \frac{1}{2} F \Big[\frac{3}{4} \sin.^2 \gamma \cos.^2 \gamma' \cos. 2\omega + \frac{3}{4} \sin.^2 \gamma' \cos. 2 (\omega + \alpha - \alpha') \\
& - \frac{3}{2} \sin. \gamma \sin. \gamma' \cos. \gamma' \cos. (2\omega + \alpha - \alpha') \\
& - 12 \sin.^2 \tfrac{1}{2}\gamma \sin.^2 \tfrac{1}{2}\gamma' \cos. (2\omega + \alpha - \alpha') \cos. (\alpha - \alpha') \\
& + 3 \sin. \gamma \sin. \gamma' \sin.^2 \tfrac{1}{2}\gamma \cos. 2\omega \cos. (\alpha - \alpha') \Big] \Bigg).
\end{aligned}\right\} (d)$$

(16) Dans la théorie du mouvement de la lune, on regarde comme des quantités du premier ordre, les fractions $e, e', \gamma, \frac{n'}{n}$, qui sont à peu près $\frac{1}{18}, \frac{1}{60}, \frac{1}{11}, \frac{1}{13}$. Le rapport $\frac{a}{a'}$ étant aussi à peu près $\frac{1}{400}$, on le regarde comme une quantité du second ordre. Celui de la fonction perturbatrice R à la quantité $-\frac{\mu}{r}$ qui lui correspond dans le mouvement elliptique, a pour facteur $\frac{\mu'}{\mu}\frac{r^3}{r'^3}$, d'après la formule ($c$), c'est-à-dire, $\frac{\mu'}{\mu}\frac{a^3}{a'^3}$, d'après les valeurs de r et r'. Mais en désignant par η le rapport de la masse de la terre à celle du soleil, on a

$$\frac{\sqrt{\mu'(1+\eta)}}{a'\sqrt{a'}} = n';$$

équation semblable à $\frac{\sqrt{\mu}}{a\sqrt{a}} = n$ (n° 1), et d'où il résulte

$$\frac{\mu'}{\mu}\frac{a^3}{a'^3}=\frac{n'^2}{n^2(1+\eta)};$$

ce qui montre que la fonction perturbatrice devra être considérée comme une quantité du second ordre. Si l'on fait

$$\frac{n'}{n}=m,$$

cette fonction sera de l'ordre de m^2; et si l'on néglige la fraction η moindre que $\frac{1}{350000}$, on aura, à très-peu près,

$$\mu'=m^2n^2a'^3,$$

pour la valeur de μ', semblable à la valeur $\mu=n^2a^3$, que l'on emploiera dans les équations (10), après avoir effectué la différentiation relative à a.

D'après cet ordre des diverses quantités que l'on aura à considérer, on fixera celui des termes que l'on veut conserver dans le développement de R, et qui dépendra du degré d'approximation auquel on voudra finalement parvenir. Cet ordre pourra être différent pour les termes relatifs à différents arguments, qui devront s'abaisser inégalement par les intégrations. Dans cette fixation, on aura aussi égard à ce que l'ordre des termes de R s'abaissera de deux unités dans la quatrième et la sixième formule (10) qui donnent les valeurs de $d\omega$ et $d\alpha$, parce que la fonction R s'y trouve différentiée par rapport à e ou à γ, et divisée par e ou par sin.γ. La même chose a lieu pour une partie de la valeur de dc, mais non plus pour la valeur de $d\varepsilon$, donnée par la formule (11). On peut aussi remarquer qu'en multipliant la troisième formule (10) par $2e$, et la cinquième par $-$sin.γ, elles donne-

ront, sans abaissement de l'ordre des termes de R, les différentielles de e^2 et cos. γ.

Observons encore que le plan des longitudes étant celui de l'écliptique à l'époque d'où l'on compte le temps t, l'inclinaison γ' de l'écliptique mobile sur ce plan fixe, sera une très-petite quantité; néanmoins, il en faudra conserver, dans le calcul, la première puissance et le carré, pour connaître complètement les effets que peut produire le déplacement séculaire de l'écliptique, sur le mouvement de la lune.

(17) En appliquant ces considérations à la partie Q de la fonction R, on voit que si l'on veut calculer la valeur de Q aux quantités près du huitième ordre, la formule (d) sera insuffisante, et qu'il y faudra ajouter les termes provenant de la seconde et de la troisième partie de la formule (c), qui sont multipliés par $\frac{r}{r'}$ et $\frac{r^2}{r'^2}$ entre les crochets. Mais à cause de ces facteurs, il suffira d'avoir égard aux termes du second ordre par rapport aux excentricités et aux inclinaisons, dans la seconde partie, et aux termes indépendants des unes et des autres, dans la troisième. De cette manière, on trouvera

$$\frac{15\mu' a^3}{16 a'^4} ee' \cos.(\omega + \alpha - \omega' - \alpha') - \frac{9\mu' a^4}{64 a'^5},$$

pour les termes indépendants des mouvements moyens du soleil et de la lune, que l'on devra comprendre dans la valeur de Q.

D'ailleurs, on pourra négliger la sixième puissance de e, dans les valeurs des quantités E et F que contient la for-

mule (d) et qui seront alors

$$E = 1 + 5e^2 + \frac{105}{8}e^4, \quad F = 5e^2 + \frac{35}{2}e^4.$$

Cela posé, si l'on développe, dans cette formule, les sinus et cosinus des inclinaisons, ainsi que les facteurs $(1-e^2)^{\frac{7}{2}}$ et $(1-e'^2)^{\frac{-3}{2}}$, et si l'on met pour ω sa valeur donnée par l'équation (8) et pour ω' une semblable valeur, on aura

$$\left.\begin{aligned} Q = -\frac{\mu' a^2}{4a'^3}\Big[& 1 + \frac{3}{2}e^2 + \frac{3}{2}e'^2 - 3C \\ & + \frac{9}{4}e^2 e'^2 + \frac{15}{8}e'^4 - \frac{9}{2}C(e^2 + e'^2) + C_1 \\ & + \frac{15}{2}C' e^2 - \frac{15aee'}{4a'}\cos.(\varpi - \varpi') + \frac{9a^2}{16a'^2}\Big]; \end{aligned}\right\} (e)$$

formule où l'on a poussé l'approximation jusqu'aux termes du huitième ordre exclusivement, en négligeant toutefois ceux qui auraient γ'^3 pour facteur, et dans laquelle on a fait, pour abréger,

$$C = \frac{1}{2}\gamma^2 + \frac{1}{2}\gamma'^2 - \gamma\gamma'\cos.(\alpha - \alpha'),$$

$$C_1 = \frac{1}{2}\gamma^4 + \frac{9}{4}\gamma^2\gamma'^2 + \frac{3}{4}\gamma^2\gamma'^2\cos.2(\alpha - \alpha') - 2\gamma^3\gamma'\cos.(\alpha - \alpha'),$$

$$C' = \frac{1}{2}\gamma^2\cos.2(\varpi - \alpha) + \frac{1}{2}\gamma'^2\cos.2(\varpi - \alpha') - \gamma\gamma'\cos.(2\varpi - \alpha - \alpha').$$

§ III.

Calcul de différentes parties des perturbations du mouvement elliptique de la lune.

(18) Par un procédé direct et uniforme, qui n'aura d'autre difficulté que la longueur des calculs, la méthode qu'on vient d'exposer fera connaître les expressions complètes des éléments elliptiques et du moyen mouvement, comprenant tous les termes d'un ordre inférieur à celui qu'on aura fixé pour la limite de l'approximation. Mais parmi ces différents termes, il y en a qui méritent une attention particulière, et qu'il est bon de considérer isolément. Cette considération pourra d'ailleurs servir à simplifier les calculs, en montrant, *à priori,* que certaines inégalités n'entreront pas dans une partie des éléments, ou qu'elles s'y trouveront avec des coefficients assez petits pour qu'on puisse se dispenser d'y avoir égard.

La première formule (10) montre d'abord que dans la première approximation, la valeur de da ne contiendra aucun terme dont l'argument soit indépendant du moyen mouvement nt de la lune ; car, dans cette approximation, on doit seulement augmenter c, ω, α, de leurs parties proportionnelles au temps et de leurs inégalités séculaires (n°s 7 et 8), et considérer ensuite les six éléments $a, c, e, \omega, \gamma, \alpha$, comme constants, et ζ comme égal à nt; or, la constante c étant partout ajoutée à nt dans R, la différentiation relative à c fera disparaître les termes indépendants de nt; de sorte que la formule $\frac{-2}{an}\frac{dR}{dc}$ ne contiendra plus aucune inégalité de cette espèce. Ainsi, quand on néglige la première puissance de la force

perturbatrice, le demi-grand axe a, et par suite le moyen mouvement ζ, ne contiennent que des inégalités périodiques qui renferment l'angle $nt+c$ dans leurs arguments.

Toutefois, on sait qu'il existe dans le mouvement apparent du soleil autour de la terre, une inégalité qu'on appelle *l'équation lunaire,* dont le coefficient a pour facteur la masse de la lune, et dont l'argument dépend de l'angle $nt+c$. Si donc on comprend dans la première approximation, comme dans les suivantes, tout ce qui provient des coordonnées du soleil (nº 11), elles introduiront cet angle dans la fonction R, et l'on pourrait craindre qu'il n'y détruisît le même angle qui s'y trouve déja en vertu des coordonnées de la lune. Alors la différentiation relative à c, qui ne doit se rapporter qu'à ces dernières coordonnées, ne ferait plus disparaître tous les termes indépendants de l'angle $nt+c$; mais s'il restait dans l'expression de da, de semblables termes qui fussent dus à cette circonstance, ils auraient pour facteur le produit des masses de la lune et du soleil; or, il résulte de ce que j'ai démontré dans un autre Mémoire (*), par la considération du principe des forces vives, qu'il ne peut pas exister de termes de cette espèce dans la différentielle du demi-grand axe; et c'est aussi ce que nous vérifierons par la suite, en calculant les termes de da qui proviennent de l'équation lunaire du soleil.

On voit encore que dans cette première approximation, $\frac{dR}{d\omega}$ ne renfermera aucun terme indépendant de ω, et $\frac{dR}{d\alpha}$ aucun terme indépendant de α. Cela étant, les valeurs de e

(*) Journal de l'École polytechnique, XVe cahier, page 34.

et γ, fournies par l'intégration de la troisième et de la cinquième formule (10), ne contiendront que des termes dépendants de l'un des angles $nt+c$, ω, α, et, conséquemment, aucune inégalité séculaire.

(19) Dans la seconde approximation, indépendamment des parties proportionnelles au temps et des parties séculaires de c, a, α, qui resteront les mêmes que dans la première, on augmentera les quantités $\zeta, a, c, e, \omega, \gamma, \alpha$, que contiennent les formules (10), de leurs parties périodiques, fournies par la première approximation, que je représenterai par $\delta\zeta$, δa, δc, δe, $\delta\omega$, $\delta\gamma$, $\delta\alpha$, et dont on négligera les carrés et les produits. La substitution des éléments elliptiques et de ζ, ainsi augmentés, pourra se faire, soit dans les formules (10), après avoir effectué les différentiations relatives à ces mêmes éléments, soit dans la fonction R, que l'on substituera ensuite dans ces formules; mais, dans ce dernier cas, on aura soin de ne faire porter les différentiations relatives aux éléments que sur ceux qui se trouvaient primitivement dans R, et non pas sur ceux qui y seront introduits par les valeurs de leurs accroissements. En appelant δR l'accroissement correspondant de R, on aura

$$\delta R = \frac{dR}{d\zeta}\delta\zeta + \frac{dR}{da}\delta a + \frac{dR}{dc}\delta c + \frac{dR}{de}\delta e + \frac{dR}{d\omega}\delta\omega + \frac{dR}{d\gamma}\delta\gamma + \frac{dR}{d\alpha}\delta\alpha;$$

formule dans laquelle a, c, e, ω, γ, α, seront des constantes arbitraires, augmentées, s'il y a lieu, de termes proportionnels au temps et de termes séculaires, et où l'on fera

$$\zeta = nt, \quad \frac{dR}{d\zeta} = \frac{dR}{dc}.$$

A cause de

$$n=\frac{\sqrt{\mu}}{a\sqrt{a}},\quad \zeta=\int n\,dt,$$

on aura aussi

$$\delta\zeta'=-\frac{3n}{2a}\int\delta a\,dt.$$

Le facteur $\frac{2}{an}$ ou $2\sqrt{\frac{a}{\mu}}$ de la première formule (10) augmentera de $\frac{\delta a}{\sqrt{\mu.a}}$ ou $\frac{\delta a}{a^2 n}$; par conséquent, si l'on appelle $\delta_1 a$, l'accroissement de a résultant de la seconde approximation, on aura

$$d.\delta_1 a=-\frac{1}{a^2 n}\frac{d\mathrm{R}}{dc}\delta a\,dt-\frac{2}{an}\frac{d.\delta\mathrm{R}}{dc}\,dt;$$

et, en vertu de la valeur précédente de $\delta\mathrm{R}$, dans laquelle $\delta\zeta$, δa, etc., ne doivent pas être différentiés par rapport à c, comme on vient de le dire, il en résultera

$$\left.\begin{aligned}\frac{d.\delta_1 a}{dt}&=\frac{1}{a^2 n}\left(3n\frac{d^2\mathrm{R}}{dc^2}\int\delta a\,dt-\frac{d\mathrm{R}}{dc}\delta a\right)\\&-\frac{2}{na}\left(\frac{d^2\mathrm{R}}{da\,dc}\delta a+\frac{d^2\mathrm{R}}{dc^2}\delta c+\frac{d^2\mathrm{R}}{de\,dc}\delta e\right.\\&\left.+\frac{d^2\mathrm{R}}{d\omega\,dc}\delta\omega+\frac{d^2\mathrm{R}}{d\gamma\,dc}\delta\gamma+\frac{d^2\mathrm{R}}{d\alpha\,dc}\delta\alpha\right).\end{aligned}\right\}\quad(\mathrm{A})$$

On formera de même, au moyen de la valeur de $\delta\mathrm{R}$, les différentielles des seconds accroissements des autres éléments elliptiques $c, e, \omega, \gamma, \alpha$; mais nous considérerons spécialement cette formule (A), qui jouit d'une propriété importante, ainsi qu'on va le voir.

(20) Les valeurs de δa, δe, etc., étant fournies par les intégrales des formules (10), il s'ensuit que chaque partie de la formule (A) se composera d'un facteur constant provenant

des formules (10), et de deux différences partielles de R, dont l'une sera comprise en dehors et l'autre en dedans du signe intégral; or, abstraction faite du facteur constant, un terme quelconque de δ, a, indépendant du moyen mouvement nt, sera du même ordre que le produit des deux différences partielles de R qui auront concouru à le former; en sorte que l'intégration n'abaissera pas l'ordre des termes de cette nature, qui pourront se trouver dans l'expression du demi-grand axe, comme cela arrive à l'égard des autres éléments.

Je ferai remarquer que cette proposition est plus étendue que le théorème sur l'invariabilité des grands axes et des moyens mouvements auxquels je suis parvenu autrefois : il résultait seulement de ce théorème que le grand axe ne contient aucun terme indépendant des moyens mouvements des deux planètes dont on considère l'action mutuelle, et du premier ordre par rapport à la force perturbatrice; au lieu que, d'après la nouvelle proposition, cet élément ne renferme même aucun terme de cet ordre, qui ne dépende que du moyen mouvement de la planète perturbatrice. Or, dans le cas du mouvement de la lune, troublé par l'action du soleil, il importait de donner cette extension au théorème dont il s'agit; car, s'il existait dans l'expression de a, des termes du premier ordre qui fussent seulement indépendants du moyen mouvement de la lune et qui dépendissent de celui du soleil, ils acquéreraient un petit diviseur et pourraient devenir considérables dans l'expression de ζ, à raison de la lenteur du mouvement du soleil par rapport à celui de la lune.

(21) Pour démontrer la proposition qu'on vient d'énoncer, j'observerai d'abord que l'on ne devra employer que des

termes de R dépendants de $nt+c$, dans les facteurs par lesquels $\delta\zeta$, δa, δc, etc., sont multipliés dans la formule (A); car, si l'on y substituait un terme de R indépendant de $nt+c$, il disparaîtrait, comme dans la première approximation, par la différentiation relative à c que suppose chacun de ces facteurs. Si donc les produits de ces facteurs et des quantités $\delta\zeta$, δa, δc, etc., renferment des termes où nt se détruise, ils ne pourront provenir que de la combinaison de deux termes périodiques, relatifs à un même multiple de nt dans chaque produit.

Cela posé, on peut représenter par

$$R = B\cos.[i(nt+c)+\sigma] + B'\cos.[i(nt+c)+\sigma']$$

deux termes du développement de R, dépendants d'un même multiple quelconque i de nt: B et B' sont ici des coefficients constants, et l'on désigne par σ et σ' des quantités variables, qui comprennent le moyen mouvement $n't$ du soleil et les variations progressives et séculaires des éléments elliptiques du soleil et de la lune. Si l'on fait

$$\frac{d\sigma}{dt}=b,\quad \frac{d\sigma'}{dt}=b',$$

ces quantités b et b' pourront aussi être variables, à cause des inégalités séculaires contenues dans σ et σ'; mais dans les intégrations, on considérera b et b' comme des constantes, d'après la remarque du nº 8.

Nous conclurons de là et de la première formule (10),

$$\frac{dR}{dc} = -iB\sin.[i(nt+c)+\sigma] - iB'\sin.[i(nt+c)+\sigma'],$$

$$\delta a = -\frac{2i}{an}\left(\frac{B}{in+b}\cos.\left[i(nt+c)+\sigma\right]\right.$$
$$\left.+\frac{B'}{in+b'}\cos.\left[i(nt+c)+\sigma'\right]\right),$$
$$\frac{d^2R}{dc^2} = -i^2 B\cos.\left[i(nt+c)+\sigma\right] - i^2 B'\cos.\left[i(nt+c)+\sigma'\right],$$
$$\int \delta a\,dt = -\frac{2i}{an}\left(\frac{B}{(in+b)^2}\sin.\left[i(nt+c)+\sigma\right]\right.$$
$$\left.+\frac{B'}{(in+b')^2}\sin.\left[i(nt+c)+\sigma'\right]\right);$$

et si l'on substitue ces valeurs dans les deux premiers produits dont se compose la formule (A), il est évident qu'il en résultera des termes dépendants de $2i(nt+c)$ et des termes indépendants de $nt+c$. En rejetant les premiers, on trouve

$$\frac{d.\delta_1 a}{dt} = \frac{i^2 BB'}{a^3 n^2}\left(\frac{3in}{(in+b)^2} - \frac{3in}{(in+b')^2} + \frac{1}{in+b} - \frac{1}{in+b'}\right)\sin.(\sigma-\sigma');$$

d'où l'on tire, en réduisant et intégrant,

$$\delta_1 a = \frac{i^2 BB'}{a^3 n^2}\left[\frac{3in(2in+b+b')}{(in+b)^2(in+b')^2} + \frac{1}{(in+b)(in+b')}\right]\cos.(\sigma-\sigma');$$

quantité du même ordre que le produit BB', conformément à la proposition qu'il s'agit de démontrer. En négligeant b et b' par rapport à in, on aurait simplement

$$\delta_1 a = \frac{7BB'}{a^3 n^4}\cos.(\sigma-\sigma'), \qquad (B)$$

quel que soit i, pourvu qu'il ne fût pas zéro.

Quant aux autres produits qui entrent dans la formule (A), il est aisé de voir, en considérant les formules (10) dont les intégrales doivent être prises pour δa, δc, etc., que ces pro-

duits se composeront de parties de cette forme :

$$\frac{d.\delta_1 a}{dt} = A\left(\frac{dU}{dc}\int V\,dt - \frac{dV}{dc}\int U\,dt\right);$$

A étant un coefficient constant, et chacune des quantités U et V désignant une des différences partielles de R par rapport à a, c, etc. Or, je représente par

$$U = B\,\sin.\left[i(nt+c)+\sigma\right],$$
$$V = B'\cos.\left[i(nt+c)+\sigma'\right],$$

des termes de U et V qui répondent à un même multiple i de nt, et où l'on désigne par B, B′, σ, σ', des quantités semblables à celles qui entrent dans la valeur de R dont on vient de faire usage. Il en résultera, dans la formule précédente, un terme dépendant de $2i(nt+c)$ et un terme indépendant de nt. En ne conservant que ce dernier terme, on a

$$\frac{d.\delta_1 a}{dt} = \frac{i}{2}ABB'\left(\frac{1}{in+b} - \frac{1}{in+b'}\right)\sin.(\sigma-\sigma'),$$

$b\,dt$ et $b'dt$ étant, comme plus haut, les différentielles de σ et σ'. Donc, en réduisant et intégrant, on aura

$$\delta_1 a = \frac{iABB'}{2(in+b)\ (in+b')}\cos.(\sigma-\sigma'); \quad (C)$$

quantité du même ordre que le produit BB′, abstraction faite du coefficient A ; ce qui complète la démonstration du théorème qu'on voulait prouver.

(22) Ce théorème est indépendant de la forme de la fonction R : il suppose seulement que cette fonction perturbatrice

peut se développer en une série de cosinus d'angles composés d'un multiple du moyen mouvement de la lune, provenant de ses coordonnées et d'une autre partie indépendante de ce moyen mouvement; en sorte qu'il a lieu, soit que la fonction R provienne de l'action du soleil, en n'ayant point égard à l'équation lunaire (nº 18), soit qu'elle résulte de l'action directe des planètes, soit, enfin, qu'elle réponde à l'attraction de la partie non sphérique de la terre.

Ce que l'on dit à l'égard du demi grand axe a, convient également à la quantité inverse $\frac{1}{a}$; car, d'après la première équation (10), on a

$$d.\frac{1}{a} = \frac{2}{a^3 n}\frac{dR}{dc}dt;$$

d'où l'on déduit

$$d.\delta_1\frac{1}{a} = -\frac{3\delta a}{a^4 n}\frac{dR}{dc}dt + \frac{2}{a^3 n}\frac{d.\delta R}{dc}dt$$

pour la différentielle de la partie $\delta_1\frac{1}{a}$, qui provient de la seconde approximation; or, on prouvera, par l'analyse du numéro précédent, que les termes indépendants du moyen mouvement de la lune ne s'abaisseront pas par l'intégration dans la valeur de $\delta_1\frac{1}{a}$ déduite de cette formule. Les termes de cette nature qui pourront se trouver dans l'expression de $\frac{1}{a}$ seront donc au moins du second ordre par rapport à la force perturbatrice, c'est-à-dire, qu'ils auront au moins m^4 pour facteur (nº 16). Ainsi, on ne saurait admettre les termes de $\frac{1}{a}$ que M. Plana a trouvés dans sa *Théorie*

du mouvement de la lune, qui sont indépendants du moyen mouvement du satellite, et se sont abaissés par l'intégration à des quantités de l'ordre de la force perturbatrice. A la page 129 du 1er volume, l'auteur trouve, par exemple,

$$-\frac{21m^2e^2\gamma^2}{32a}\cos.2(\varepsilon-\alpha)$$

pour le terme de $\frac{1}{a}$, dont l'argument est le double de la distance $\varepsilon-\alpha$ du périgée au nœud de la lune; et ce terme ayant seulement m^2 pour facteur, son existence serait contraire au théorème général qu'on vient de démontrer.

(23) On l'étendra à la troisième approximation, c'est-à-dire, aux termes dépendants du cube de la force perturbatrice, en suivant l'analyse dont j'ai fait usage dans les nos 27, 28, 29, de mon second Mémoire sur la *Variation des constantes arbitraires* (*). Il y a lieu de penser que ce théorème subsisterait encore dans toutes les approximations suivantes. On peut donc admettre par induction, que quelque loin que l'on prolonge le développement de R, et quelque loin que l'on pousse les approximations successives, les termes du demi grand axe ne s'abaisseront jamais, comme ceux des autres éléments, par les intégrations : chaque terme sera toujours du même ordre que le produit des quantités, non intégrées, qui auront concouru à le former; relativement à la force perturbatrice, tous ces termes seront de l'ordre de cette force et auront m^2 pour facteur, dans la première

(*) Mémoires de l'Académie, tome Ier.

approximation; ils seront de l'ordre de son carré, et auront m^4 pour facteur, dans la seconde approximation; et ainsi de suite.

Dans la première approximation, le demi grand axe ne contiendra aucun terme indépendant du moyen mouvement de la lune, ainsi qu'on l'a dit plus haut (n° 18), mais il pourra en renfermer dans les approximations suivantes; et ceux qui résulteront de la seconde approximation, seront donnés par les formules (B) et (C). Dans le cas de $\sigma=\sigma'$, ces termes seront des constantes absolues; et l'on en pourra faire abstraction, puisqu'ils s'ajouteront à la constante arbitraire que contient l'intégrale de la première formule (10), c'est-à-dire, à la constante a_1 du n° 9. Si la partie dépendante du moyen mouvement du soleil est la même dans σ et σ', les inégalités fournies par les formules (B) et (C) seront indépendantes de $n't$ comme de nt; mais elles devront encore être regardées comme des inégalités périodiques, lorsque la différence $\sigma-\sigma'$ comprendra les termes progressifs de α et de β, que nous avons représentés par ht et kt (n° 9): pour qu'il résulte de ces deux formules de véritables inégalités séculaires, il faudra que la différence $\sigma-\sigma'$ ne provienne que des éléments elliptiques du soleil.

Si l'on appelle $\delta_1\zeta$ la partie du moyen mouvement ζ qui résultera de la seconde approximation, sa valeur se déduira de la formule

$$\zeta=\sqrt{\mu}\int\frac{dt}{a\sqrt{a}},$$

en y mettant $a+\delta a+\delta_1 a$ à la place de a, et retenant seulement le carré de δa et la première puissance de $\delta_1 a$; ce qui donne

$$\delta_1 \zeta = \frac{15n}{8a^2} \int (\delta a)^2 dt - \frac{3n}{2a} \int \delta_1 a dt,$$

en remettant pour $\sqrt{\mu}$ sa valeur $na\sqrt{a}$, et considérant a et n comme des constantes qui ont été représentées par a_1 et n_1 dans le n° 9. Si l'on désigne par H le coefficient de cos. $(\sigma - \sigma')$ dans la formule (B) ou (C), on aura

$$\int \delta_1 a dt = \frac{H}{b - b'} \sin.(\sigma - \sigma');$$

ce qui fera connaître le terme correspondant de $\delta_1 \zeta$. Soient de plus, comme précédemment,

$$R = B \cos.[i(nt + c) + \sigma] + B' \cos.[i(nt + c) + \sigma'],$$

deux termes de R dépendants du même multiple i de $nt + c$; il en résultera une partie indépendante de nt dans la valeur de $\int (\delta a)^2 dt$, savoir,

$$\int (\delta a)^2 dt = \frac{4}{a^2 n^2} \int \left(\int \frac{dR}{dc} dt \right)^2 dt = \frac{4 i^2 BB' \sin.(\sigma - \sigma)}{a^2 n^2 (in + b)(in + b')(b - b')};$$

d'où l'on déduira une partie semblable dans la valeur de $\delta_1 \zeta$. On voit qu'à raison du diviseur $b - b'$, les inégalités du moyen mouvement ζ, indépendantes de nt, seront d'un ordre moindre que celles du demi grand axe a; mais comme elles proviendront de la seconde approximation, elles seront toujours d'un ordre supérieur aux inégalités semblables de l'autre partie ε de la longitude moyenne (n° 9), qui résulteront de la première approximation.

(24) D'après la conclusion du mémoire que je viens de

citer, appliquée au mouvement de la lune, la différentielle du demi grand axe ne devrait contenir aucune inégalité indépendante de nt et de $n't$, qui fût d'un ordre inférieur au quatrième par rapport à la force perturbatrice, et le demi grand axe n'en devrait renfermer aucune d'un ordre inférieur au troisième ; mais ce résultat n'est pas complètement exact : l'expression du demi grand axe peut renfermer des termes indépendants de nt et de $n't$, qui soient seulement de l'ordre du carré de la force perturbatrice, c'est-à-dire, qui ne soient multipliés que par le carré de m^2. On reconnaîtra aisément le défaut de la démonstration que j'avais donnée, en comparant les nos 24 et 25 du Mémoire cité, au n° 21 de celui-ci. Mais, pour ne laisser aucun doute sur l'existence des termes du demi grand axe, indépendants de nt et $n't$, et du second ordre par rapport à la force perturbatrice, je vais calculer les valeurs approchées des termes de cette espèce, qui sont, en outre, indépendants des angles α et β; de sorte que ces termes soient de véritables inégalités séculaires, dans le mouvement de la lune, comme dans celui des planètes.

(25) Au lieu d'employer, pour ce calcul, les formules (B) et (C), je reprendrai l'équation (A) dont elles sont déduites, et qui devient, en vertu des formules (10) :

$$\left.\begin{aligned}
\frac{d.\delta_{,}a}{dt} &= \frac{2}{a^3 n^2}\left(\frac{dR}{dc}\int\frac{dR}{dc}dt - 3n\frac{d^2R}{dc^2}\iint\frac{dR}{dc}dt^2\right)\\
&+ \frac{4}{a^2 n^2}\left(\frac{d^2R}{da\,dc}\int\frac{dR}{dc}dt - \frac{d^2R}{dc^2}\int\frac{dR}{da}dt\right)\\
&+ \frac{2(1-e^2)}{a^3 n^2 e}\left(\frac{d^2R}{de\,dc}\int\frac{dR}{dc}dt - \frac{d^2R}{dc^2}\int\frac{dR}{de}dt\right)\\
&- \frac{2\sqrt{1-e^2}}{a^3 n^2 e}\left(\frac{d^2R}{de\,dc}\int\frac{dR}{d\omega}dt - \frac{d^2R}{d\omega\,dc}\int\frac{dR}{de}dt\right)\\
&+ \frac{2\cos.\gamma}{a^3 n^2\sqrt{1-e}\,\sin.\gamma}\left(\frac{d^2R}{d\gamma\,dc}\int\frac{dR}{d\omega}dt - \frac{d^2R}{d\omega\,dc}\int\frac{dR}{d\gamma}dt\right)\\
&- \frac{2}{a^3 n^2\sqrt{1-e^2}\,\sin.\gamma}\left(\frac{d^2R}{d\gamma\,dc}\int\frac{dR}{d\alpha}dt - \frac{d^2R}{d\alpha\,dc}\int\frac{dR}{d\gamma}dt\right).
\end{aligned}\right\}(D)$$

Je négligerai, dans la formule (c), les termes de la série comprise entre les parenthèses qui sont multipliés par $\frac{r}{r'}$; ce qui réduit cette formule à

$$R = \frac{\mu' r^2}{2r'^3}(1 - 3s^2).$$

Je négligerai aussi l'angle γ' et le carré de γ. En faisant

$$\cos.(\theta' + \alpha') = p, \quad \sin.(\theta' + \alpha') = q,$$

la formule (a) sera simplement

$$s = p\cos.(\theta + \alpha) + q\sin.(\theta + \alpha).$$

Si l'on néglige de même le carré de e, on aura

$$r = a - ae\cos.(nt + c),$$
$$\theta = nt + c + \omega + 2e\sin.(nt + c);$$

et, en supprimant la partie de R indépendante de l'angle

$nt+c$, qui ne donnerait rien dans la formule (D), il en résultera

$$\left.\begin{aligned} R = & \frac{3\mu' a^2}{4r'^3}\left[(q^2-p^2)\cos.2(nt+c+\omega+\alpha)\right. \\ & \left.\qquad -2pq\sin.2(nt+c+\omega+\alpha)\right] \\ & + \frac{3\mu' a^2 e}{2r'^3}\left[(q^2-p^2)\cos.(3nt+3c+2\omega+2\alpha)\right. \\ & \left.\qquad -2pq\sin.(3nt+3c+2\omega+2\alpha)\right] \\ & - \frac{3\mu' a^2 e}{2r'^3}\left[(q^2-p^2)\cos.(nt+c+2\omega+2\alpha)\right. \\ & \left.\qquad -2pq\sin.(nt+c+2\omega+2\alpha)\right] \\ & - \frac{\mu' a^2 e}{2r'^3}(2-3p^2-3q^2)\cos.(nt+c). \end{aligned}\right\} \quad (E)$$

Cette valeur de R se compose, comme on voit, de quatre parties qui répondent à des arguments différents entre eux par l'un des trois angles $nt+c$, ω, α; et comme on veut que ces trois angles disparaissent à la fois dans les termes de δ, a qu'il s'agit de déterminer, il est évident que ces termes ne pourront résulter de la combinaison de deux parties différentes de R, substituées dans la formule (D); par conséquent, on y pourra substituer successivement les quatre parties de R; et en faisant ensuite la somme des résultats partiels, on obtiendra les termes séculaires dus à la valeur entière de R. C'est ce que nous allons effectuer dans les numéros suivants.

(26) En désignant par P et Q des quantités qui ne dépendent que des coordonnées du soleil, et aucunement des éléments elliptiques de la lune, prenons en général,

$$R = a^2 P\cos.i(nt+\varepsilon) + a^2 Q\sin.i(nt+\varepsilon),$$

i étant un nombre entier quelconque. A cause de $\varepsilon = c + \omega + \alpha$ (n° 2), on aura

$$\frac{d\mathrm{R}}{dc} = \frac{d\mathrm{R}}{d\omega} = \frac{d\mathrm{R}}{d\alpha} = \frac{d\mathrm{R}}{d\varepsilon};$$

et pour cette valeur de R, la formule (D) se réduira à

$$\frac{d.\delta_{,}a}{dt} = \frac{2}{a^3 n^2}\left(\frac{d\mathrm{R}}{d\varepsilon}\int\frac{d\mathrm{R}}{d\varepsilon}dt - 3n\frac{d^2\mathrm{R}}{d\varepsilon^2}\iint\frac{d\mathrm{R}}{d\varepsilon}dt^2\right)$$
$$+ \frac{4}{a^2 n^2}\left(\frac{d^2\mathrm{R}}{da\,d\varepsilon}\int\frac{d\mathrm{R}}{d\varepsilon}dt - \frac{d^2\mathrm{R}}{d\varepsilon^2}\int\frac{d\mathrm{R}}{da}dt\right).$$

Si P et Q renfermaient e et γ, les quatre dernières parties de la formule (D) ne se détruiraient plus, mais elles se réduiraient à

$$\frac{2e\sqrt{1-e^2}}{a^3 n^2(1+\sqrt{1-e^2})}\left(\frac{d^2\mathrm{R}}{d\varepsilon^2}\int\frac{d\mathrm{R}}{de}dt - \frac{d^2\mathrm{R}}{de\,d\varepsilon}\int\frac{d\mathrm{R}}{d\varepsilon}dt\right)$$
$$+ \frac{2\sin.\gamma}{a^3 n^2\sqrt{1-e^2}(1+\cos.\gamma)}\left(\frac{d^2\mathrm{R}}{d\varepsilon^2}\int\frac{d\mathrm{R}}{d\gamma}dt - \frac{d^2\mathrm{R}}{d\gamma\,d\varepsilon}\int\frac{d\mathrm{R}}{d\varepsilon}dt\right),$$

quantité du même ordre par rapport à e et γ, que les termes de R dépendants de ces deux éléments, et, par conséquent, d'un ordre supérieur à celui de la valeur de $\frac{d.\delta_{,}a}{dt}$ qu'on vient d'écrire.

D'après la valeur de R, on a

$$\frac{d\mathrm{R}}{d\varepsilon} = -ia^2\mathrm{P}\sin.i(nt+\varepsilon) + ia^2\mathrm{Q}\cos.i(nt+\varepsilon);$$
$$\frac{d^2\mathrm{R}}{d\varepsilon^2} = -i^2a^2\mathrm{P}\cos.i(nt+\varepsilon) - i^2a^2\mathrm{Q}\sin.i(nt+\varepsilon);$$

et si l'on intègre par partie, et qu'on néglige $\frac{d\varepsilon}{dt}$ par rapport à n, on en déduit

$$\int\frac{d\mathrm{R}}{d\varepsilon}dt=\frac{a^2}{n}\mathrm{P}\cos.i(nt+\varepsilon)-\frac{a^2}{in^2}\frac{d\mathrm{P}}{dt}\sin.i(nt+\varepsilon)+\text{etc.},$$

$$+\frac{a^2}{n}\mathrm{Q}\sin.i(nt+\varepsilon)+\frac{a^2}{in^2}\frac{d\mathrm{Q}}{dt}\cos.i(nt+\varepsilon)+\text{etc.},$$

$$\iint\frac{d\mathrm{R}}{d\varepsilon}dt^2=\frac{a^2}{in^2}\mathrm{P}\sin.i(nt+\varepsilon)+\frac{2a^2}{i^2n^3}\frac{d\mathrm{P}}{dt}\cos.i(nt+\varepsilon)+\text{etc.},$$

$$-\frac{a^2}{in^2}\mathrm{Q}\cos.i(nt+\varepsilon)+\frac{2a^2}{i^2n^3}\frac{d\mathrm{Q}}{dt}\sin.i(nt+\varepsilon)+\text{etc.}$$

Ces quatre séries seront très-convergentes ; et, lors même que P et Q renfermeraient le moyen mouvement $n't$ du soleil, elles procéderaient suivant les puissances de $\frac{n'}{n}$, et l'ordre de leurs termes augmenterait d'une unité, en passant de chaque terme au suivant. Pour l'objet que nous nous proposons, il suffira de conserver leurs deux premiers termes. En les substituant dans la première partie de la valeur précédente de $\frac{d.\delta_{,}a}{dt}$, il en résultera des termes dépendants de l'angle $2i(nt+\varepsilon)$ et des termes indépendants de $nt+\varepsilon$; et, en rejetant les premiers, on trouve

$$\frac{d.\delta_{,}a}{dt}=\frac{7a}{n^4}\left(\mathrm{P}\frac{d\mathrm{P}}{dt}+\mathrm{Q}\frac{d\mathrm{Q}}{dt}\right).$$

La seconde partie donnera, par un calcul semblable,

$$\frac{d.\delta_{,}a}{dt}=\frac{8a}{n^4}\left(\mathrm{P}\frac{d\mathrm{P}}{dt}+\mathrm{Q}\frac{d\mathrm{Q}}{dt}\right).$$

En réunissant donc ces deux valeurs et intégrant, on aura

$$\delta_{,}a=\frac{15a}{2n^4}(\mathrm{P}^2+\mathrm{Q}^2).$$

Or, pour appliquer ce résultat à la première partie de la

formule (E), il faudra prendre

$$i=2, \quad P=\frac{3\mu'}{4r'^3}(q^2-p^2), \quad Q=-\frac{3\mu'}{2r'^3}pq,$$

ce qui donne

$$\delta_1 a=\frac{135\mu'^2 a}{32\, n^4 r'^6}(p^2+q^2)^2.$$

(27) Prenons actuellement

$$R=a^2 P e \cos.[i(nt+\varepsilon)-\omega-\alpha]+a^2 Q e \sin.[i(nt+\varepsilon)-\omega-\alpha];$$

P et Q représentant, comme précédemment, des quantités indépendantes des éléments elliptiques de la lune, et i étant toujours un nombre entier, positif ou négatif.

Si l'on substitue cette valeur de R dans les deux premières parties de la formule (D), on n'obtiendra que des termes qui auront e^2 pour facteur. Les deux dernières parties de cette formule seront zéro pour cette même valeur de R : si P ou Q contenait le carré de γ que nous avons négligé, ces deux parties se réduiraient à une quantité qui aurait $e^2\gamma^2$ pour facteur, comme il est aisé de s'en assurer. Les deux parties intermédiaires de la formule (D) se réduiront à la quantité

$$\frac{2e\sqrt{1-e^2}}{a^3 n^2 (1+\sqrt{1-e^2})}\left(\frac{d^2 R}{d\varepsilon^2}\int\frac{dR}{de}dt-\frac{d^2 R}{de\, d\varepsilon}\int\frac{dR}{d\varepsilon}dt\right),$$

lorsque l'on prendra la différence partielle $\frac{dR}{d\omega}$ seulement par rapport à l'angle ω qui est contenu dans ε; cette quantité aura e^2 pour facteur, et pourra être négligée comme celles qui résultent des autres parties de la formule (D); par conséquent, il suffira de mettre la valeur précédente de R dans la quatrième par-

tie de cette formule, en prenant $\frac{dR}{d\omega}$ par rapport seulement à l'angle ω compris en dehors de ε.

De cette manière, on aura

$$\frac{d.\delta_1 a}{dt}=\frac{2ia}{n^2}\Big[(\mathrm{P}\sin.\lambda-\mathrm{Q}\cos.\lambda)\int(\mathrm{P}\sin.\lambda-\mathrm{Q}\cos.\lambda)\,dt$$
$$+(\mathrm{P}\cos.\lambda+\mathrm{Q}\sin.\lambda)\int(\mathrm{P}\cos.\lambda+\mathrm{Q}\sin.\lambda)\,dt\Big],$$

en mettant l'unité au lieu de $\sqrt{1-e^2}$, et faisant, pour abréger,

$$i(nt+\varepsilon)-\omega-\alpha=\lambda;$$

d'où l'on déduit, par un calcul semblable à celui du numéro précédent,

$$\delta_1 a=\frac{a}{in^4}(\mathrm{P}^2+\mathrm{Q}^2)$$

pour la partie de $\delta_1 a$ indépendante de cet angle λ.

En comparant la valeur de R qu'on a employée, aux trois dernières parties de la formule (E), on voit que pour leur appliquer ce résultat, il faudra prendre successivement

$$i=3,\quad \mathrm{P}=\frac{3\mu'}{2r'^3}(q^2-p^2),\quad \mathrm{Q}=-\frac{3\mu'}{r'^3}pq,$$
$$i=-1,\quad \mathrm{P}=\frac{3\mu'}{2r'^3}(p^2-q^2),\quad \mathrm{Q}=\frac{3\mu'}{r'^3}pq,$$
$$i=1,\quad \mathrm{P}=\frac{\mu'}{2r'^3}(3p^2+3q^2-2),\quad \mathrm{Q}=0;$$

et si l'on prend la somme des valeurs de $\delta_1 a$ relatives à ces trois hypothèses, on aura

$$\delta_1 a=\frac{\mu'^2 a}{4n^4 r'^6}\left[(2-3p^2-3q^2)^2-6(p^2+q^2)^2\right].$$

(28) J'ajoute maintenant cette valeur de $\delta_1 a$ à celle du n° 26. En observant que l'on a

$$p^2 + q^2 = 1, \quad \mu' = m^2 n^2 a'^3,$$

il en résulte

$$\delta_1 a = \frac{95\, m^4 a a'^6}{32\, r'^6}.$$

On a d'ailleurs

$$\frac{a'}{r'} = \frac{1 + e' \cos.(\theta' - \omega')}{1 - e'^2},$$

$$\theta' - \omega' = n't + c' + 2e' \sin.(n't + c') + \text{etc.};$$

et si l'on rejette les termes dépendants de l'angle $n't + c'$, et qu'on néglige la quatrième puissance de e', on en déduit

$$\frac{a'^6}{r'^6} = 1 + \frac{15}{2} e'^2.$$

On aura donc finalement

$$\delta_1 a = \frac{95\, m^4 a}{32} \left(1 + \frac{15}{2} e'^2\right).$$

Il est bon d'observer que si l'on avait conservé, dans la formule (E), les termes dépendants de e^2 et de γ^2, la valeur de $\delta_1 a$ aurait été augmentée d'une partie qu'on peut représenter par

$$m^4 a (A e^2 + B \gamma^2),$$

en la réduisant à ses termes de l'ordre le moins élevé, et désignant par A et B des coefficients numériques. Or, on verra tout à l'heure que la partie non périodique de e^2 est sensiblement constante, et que la partie variable et non périodique de γ^2 est égale à γ'^2; il serait donc nécessaire d'avoir égard à cette partie variable, s'il s'agissait de déterminer complè-

tement la variation séculaire du demi grand axe; mais, pour constater seulement l'existence de cette variation, on peut négliger, comme nous l'avons fait (n° 25), l'angle variable γ'; et alors l'augmentation de $\delta_{,}a$ qu'on vient d'écrire se confondra avec la constante $a_{,}$ du n° 9, et l'on en pourra faire abstraction. Par la même raison, on pourra aussi réduire la valeur de $\delta_{,}a$ à sa partie variable, savoir,

$$\delta_{,}a = \frac{1425\, m^4 a}{64}(e'^2 - e'^2_{,});$$

$e'_{,}$ étant la valeur de e' qui répond à $t=0$. On conclut de là que le théorème sur l'invariabilité des grands axes n'a plus lieu au-delà de la première puissance de la force perturbatrice; ce qui était un point de théorie intéressant à constater. Au reste, il ne s'agit ici que du théorème rigoureux; car la variation de a qu'on vient de calculer est tout-à-fait insensible pour la lune, et, à plus forte raison, pour les planètes. Mais dans le cas de la lune, on devra tenir compte de la variation correspondante du moyen mouvement ζ, déterminée comme on l'a dit plus haut (n° 23).

(29) Ce qui précède renferme tout ce qu'on peut dire de général sur les variations du grand axe et du moyen mouvement; nous allons maintenant nous occuper de la partie ε de la longitude moyenne, dont nous déterminerons la partie proportionnelle au temps et la partie séculaire, ou du moins leurs termes de l'ordre le moins élevé.

Je substitue la valeur de Q donnée par la formule (e) et réduite aux termes du quatrième ordre, à la place de R dans l'équation (11); en mettant $m^2 n^2 a'^3$ au lieu de μ', après la

différentiation relative à a, il vient

$$\left.\begin{aligned} d\varepsilon = &- m^2 n\left(1 + \frac{9}{8}e^2 + \frac{3}{2}e'^2\right)dt \\ &+ \frac{3m^2 n}{8}[3\gamma^2 + 4\gamma'^2 - 7\gamma\gamma' \cos.(\alpha - \alpha')]dt. \end{aligned}\right\} \text{(F)}$$

La quantité e^2 peut être regardée comme constante, ainsi qu'on l'a déja dit. On fera voir, dans le numéro suivant, que la seconde partie de cette formule ne contient aucun terme séculaire, mais seulement des termes dépendants de l'angle $\alpha - \alpha'$; en faisant abstraction de ces termes périodiques, et négligeant les termes proportionnels au temps, qui ont $m^2 e^2$ ou $m^2 \gamma^2$ pour facteur, et sont, conséquemment du quatrième ordre, on aura donc simplement

$$\varepsilon = \varepsilon_1 - m^2 n t - \frac{3}{2}m^2 \int (e'^2 - e_1'^2)\, n dt;$$

ε_1 et e'_1 étant les valeurs de ε et e' qui répondent à $t = 0$.

Ainsi, au degré d'approximation où nous nous sommes arrêtés, le terme proportionnel au temps est donc $-m^2 nt$ dans la valeur de ε, et l'on a, conséquemment,

$$l = -m^2 n,$$

pour la valeur de la constante l du n° 9. En même temps, le dernier terme de cette valeur de ε exprime l'inégalité séculaire de la longitude moyenne $\zeta + \varepsilon$; car, d'après ce qu'on a vu plus haut, la partie séculaire qui proviendrait du moyen mouvement ζ aurait m^4 pour facteur, et serait de l'ordre des termes que nous avons négligés. Cette valeur, approchée de l'équation séculaire de la lune, coïncide avec celle que La-

place a obtenue le premier par des considérations d'une autre nature.

(30) Pour calculer la valeur de la seconde partie de la formule (F), et prouver qu'elle ne contient aucun terme séculaire, je substitue la valeur de Q dont on a fait usage, à la place de R dans les deux dernières équations (10); ce qui donne

$$d\gamma = \frac{3m^2 n\gamma'}{4}\sin.(\alpha - \alpha')\,dt,$$

$$d\alpha = -\frac{3m^2 n}{4}dt + \frac{3m^2 n\gamma'}{4\gamma}\cos.(\alpha - \alpha')\,dt.$$

Comme on néglige le cube de γ' dans la valeur de $d\varepsilon$, il suffira de conserver son carré dans la valeur de γ et sa première puissance dans celle de α. En négligeant d'abord γ', et désignant par γ_1 et α_1 des constantes arbitraires, on aura

$$\gamma = \gamma_1, \quad \alpha = \alpha_1 - \frac{3m^2 n}{4}t;$$

le coefficient $\frac{-3m^2 n}{4}$ sera la valeur de la constante h du nº 9; et si l'on néglige seulement le carré de γ', on aura

$$d\alpha = h\,dt - \frac{h}{\gamma_1}\left[\gamma'\cos.\alpha'\cos.(\alpha_1 + ht) + \gamma'\sin.\alpha'\sin.(\alpha_1 + ht)\right]dt.$$

Quoique les quantités $\gamma'\cos.\alpha'$ et $\gamma'\sin.\alpha'$ varient très-lentement, il sera cependant nécessaire d'avoir égard à leurs différentielles premières, et l'on pourra seulement négliger leurs différentielles secondes. Pour plus de commodité, je ferai

$$\frac{d.\gamma'\cos.\alpha'}{dt} = \gamma''\cos.\alpha'', \quad \frac{d.\gamma'\sin.\alpha'}{dt} = \gamma''\sin.\alpha'';$$

γ'' et α'' étant des quantités convenablement déterminées que l'on traitera comme des constantes. Cela étant, on aura

$$\int[\gamma'\cos.\alpha'\cos.(\alpha_1+ht)+\gamma'\sin.\alpha'\sin.(\alpha_1+ht)]dt=$$
$$\frac{\gamma'}{h}\sin.(\alpha_1+ht-\alpha')+\frac{\gamma''}{h^2}\cos.(\alpha_1+ht-\alpha'');$$

d'où il résulte

$$\alpha=\alpha_1+ht-\frac{\gamma'}{\gamma_1}\sin.(\alpha_1+ht-\alpha')-\frac{\gamma''}{h\gamma_1}\cos.(\alpha_1+ht-\alpha'');$$

et en substituant cette valeur de α dans celle de $d\gamma$, et négligeant les termes du troisième ordre par rapport à γ' et γ'', il vient

$$\begin{aligned}d\gamma=&-h\gamma'\sin.(\alpha_1+ht-\alpha')dt\\&+\frac{1}{2}\frac{h\gamma'^2}{\gamma_1}\sin.2(\alpha_1+ht-\alpha')dt\\&+\frac{1}{2}\frac{\gamma'\gamma''}{\gamma_1}\cos.(2\alpha_1+2ht-\alpha'-\alpha'')dt\\&+\frac{1}{2}\frac{\gamma'\gamma''}{\gamma_1}\cos.(\alpha'-\alpha'')dt.\end{aligned}$$

D'après la forme que l'on a supposée aux différentielles de $\gamma'\cos.\alpha'$ et $\gamma'\sin.\alpha'$, et en négligeant toujours leurs différentielles secondes, on a

$$\begin{aligned}\int\gamma'\sin.(\alpha_1+ht-\alpha')dt=&-\frac{\gamma'}{h}\cos.(\alpha_1+ht-\alpha')\\&+\frac{\gamma''}{h^2}\sin.(\alpha_1+ht-\alpha''),\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\int\gamma'\gamma''\cos.(2\alpha_1+2ht-\alpha'-\alpha'')=&\frac{\gamma''}{2h}\sin.(2\alpha_1+2ht-\alpha'-\alpha'')\\&+\frac{\gamma''^2}{4h^2}\cos.(2\alpha_1+2ht-\alpha'-\alpha'').\end{aligned}$$

On a aussi

$$\frac{d.\gamma'^2 \sin. 2\alpha'}{dt} = 2\gamma'\gamma'' \sin.(\alpha' + \alpha''),$$

$$\frac{d.\gamma'^2 \cos. 2\alpha'}{dt} = 2\gamma'\gamma'' \cos.(\alpha' + \alpha'');$$

et l'on en conclut

$$\int \gamma'^2 \sin. 2(\alpha_1 + ht - \alpha')\,dt = -\frac{\gamma'^2}{2h} \cos. 2(\alpha_1 + ht - \alpha') + \frac{\gamma'\gamma''}{2h^2} \sin.(2\alpha_1 + 2ht - \alpha' - \alpha'').$$

On a enfin

$$\gamma'\gamma'' \cos.(\alpha' - \alpha'') = \frac{1}{2}\frac{d.\gamma'^2(\sin.^2\alpha' + \cos.^2\alpha')}{dt},$$

et, conséquemment,

$$\int \gamma'\gamma'' \cos.(\alpha' - \alpha'')\,dt = \frac{1}{2}\gamma'^2.$$

Dans ces différentes intégrales, on peut maintenant négliger les termes qui ont $\frac{\gamma''}{h}$ pour facteur. De cette manière, l'intégrale de l'expression de $d\gamma$ sera simplement

$$\gamma = \gamma_1 + \gamma' \cos.(\alpha_1 + ht - \alpha') + \frac{1}{4}\frac{\gamma'^2}{\gamma_1} - \frac{1}{4}\frac{\gamma'^2}{\gamma_1} \cos. 2(\alpha_1 + ht - \alpha');$$

et, en même temps, la valeur précédente de α se réduira à

$$\alpha = \alpha_1 + ht - \frac{\gamma'}{\gamma_1} \sin.(\alpha_1 + ht - \alpha').$$

En négligeant toujours le cube de γ', on déduit de là

$$\left.\begin{aligned} \gamma^2 &= \gamma_1^2 + 2\gamma_1\gamma' \cos.(\alpha_1 + ht - \alpha') + \gamma'^2 \\ \gamma\gamma' \cos.(\alpha - \alpha') &= \gamma_1\gamma' \cos.(\alpha_1 + ht - \alpha') + \gamma'^2; \end{aligned}\right\} \quad (G)$$

on aura donc

$$3\gamma^2 + 4\gamma'^2 - 7\gamma\gamma' \cos.(\alpha - \alpha') = 3\gamma_1^2 - \gamma\gamma_1 \cos.(\alpha_1 + ht - \alpha');$$

et, par conséquent, la seconde partie de la formule (F) ne contient qu'un terme constant et un terme périodique; ce qu'il s'agissait de démontrer.

(31) La valeur de γ^2, déduite de celle de γ, contient le terme γ'^2, ainsi qu'on l'avait dit plus haut. Cette valeur de γ montre que l'inclinaison de l'orbite lunaire sur l'écliptique fixe varie très-peu; mais cette petite variation disparaît, à très-peu près, dans l'inclinaison de l'orbite sur l'écliptique mobile.

En effet, si l'on appelle Γ cette dernière inclinaison, on aura, d'après une formule connue,

$$\cos.\Gamma = \cos.\gamma \cos.\gamma' + \sin.\gamma \sin.\gamma' \cos.(\alpha - \alpha').$$

En négligeant le cube de γ', cette formule est la même chose que

$$\cos.\Gamma = \cos.[\gamma - \gamma' \cos.(\alpha - \alpha')] - \frac{1}{2}\gamma'^2 \cos.\gamma \sin.^2(\alpha - \alpha'),$$

et l'on en déduit

$$\Gamma = \gamma - \gamma' \cos.(\alpha - \alpha') + \frac{1}{2}\gamma'^2 \frac{\cos.\gamma}{\sin.\gamma} \sin.^2(\alpha - \alpha').$$

Or, en substituant dans cette expression les valeurs de γ et α, trouvées dans le numéro précédent, et négligeant le produit $\gamma_1\gamma'^2$, ainsi que γ'^3, on a simplement $\Gamma = \gamma_1$.

Observons aussi que la formule (*e*) ne contenant l'angle 6, et, par conséquent, l'angle ω, que parmi les termes du sixième ordre, il s'ensuit que si l'on substitue cette valeur de Q à la place de R dans la troisième équation (10), les termes dont

la période est réglée sur les mouvements du nœud et du périgée de la lune ne se trouveront que parmi ceux du cinquième ordre. Par l'intégration, ils s'abaisseront au troisième ordre dans la valeur de e, et il en résultera, dans la valeur de e^2, des termes non périodiques du quatrième ordre, variables à raison des quantités e' et γ', mais d'une manière insensible, comme on l'a dit précédemment. On voit également, qu'abstraction faite des inégalités périodiques, et même en tenant compte de celles dont la période est de quelques années, l'excentricité e est sensiblement invariable, aussi bien que l'inclinaison Γ et le demi grand axe a; ce qui est conforme aux observations.

(32) La valeur de l étant maintenant déterminée, nous pouvons nous en servir pour en conclure celle du demi grand axe, ainsi qu'on l'a dit précédemment (n° 9).

Pour cela, je désigne par M la masse de la terre, par λ M celle de la lune, et par f le pouvoir attractif de la matière, de sorte que fM $(1+\lambda)$ soit la quantité μ du n° 1, et que l'on ait

$$n^2 = \frac{f\text{M}(1+\lambda)}{a^3},$$

pour le carré de la partie de la vitesse angulaire de la lune qui se déduit du demi grand axe a. Sa vitesse angulaire complète et donnée par l'observation sera $n+l$; et si l'on appelle T le temps de la révolution lunaire et π le rapport de la circonférence au diamètre, on aura

$$n+l = \frac{2\pi}{\text{T}}.$$

Donc, à cause de $l = -m^2 n$, on en conclura

$$\frac{4\pi^2}{(1-m^2)^2 T^2} = \frac{fM(1+\lambda)}{a^3};$$

équation qu'on ne peut employer qu'après en avoir éliminé la quantité f.

Or, on sait que sous le parallèle dont le sinus de la latitude est $\sqrt{\frac{1}{3}}$, l'attraction de la terre à sa surface est la même que si sa masse entière était réunie à son centre; en appelant g cette force, c'est-à-dire, la pesanteur augmentée de la composante verticale de la force centrifuge, et désignant par ρ le rayon terrestre qui aboutit à ce même parallèle, on aura donc

$$g = \frac{fM}{\rho^2}.$$

Si donc on met $g\rho^2$ à la place de fM dans l'équation précédente, on en déduira ensuite

$$a^3 = \frac{(1-m^2)^2(1+\lambda)\rho^2 g T^2}{4\pi^2}.$$

Les valeurs numériques des quantités qui entrent dans cette formule sont

$$m = 0{,}07480, \quad \lambda = \frac{1}{75}, \quad \pi = 3{,}14159;$$

et, en prenant le mètre et la seconde pour unités de longueur et du temps, on a aussi

$$T = 2360592, \quad g = 9{,}81645, \quad \rho = 6364551.$$

Ces valeurs de g et de ρ supposent (*) que l'aplatissement

(*) *Traité de Mécanique*, t. I, p. 477.

de la terre soit $\frac{1}{290}$; ce qui paraît résulter, en effet, de l'ensemble des observations du pendule. La masse de la lune, un 75me de celle de la terre, est celle que Laplace a conclue de l'observation des marées dans le port de Brest. Au moyen de ces données, on conclut de la formule précédente

$$a = (60{,}197)\,\rho.$$

(33) La constante de la parallaxe de la lune est liée à cette partie constante de son demi grand axe, et peut s'en déduire.

En effet, soit p la parallaxe de la lune correspondante au rayon ρ du sphéroïde terrestre et à la distance r du centre de la lune à celui de la terre, de sorte qu'on ait

$$\sin.p = \frac{\rho}{r}.$$

L'expression de $\frac{1}{r}$ peut se réduire en une série de la forme :

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{a}\,\mathrm{E} + \frac{e}{a}\,\mathrm{E}'\cos.(nt + c) + \frac{e^2}{a}\,\mathrm{E}''\cos.2(nt + c) + \text{etc.};$$

E, E′, E″, etc., désignant des séries ordonnées suivant les puissances de e^2. Pour connaître la constante de la parallaxe, il faudra donc déterminer les parties non périodiques des différents termes de cette série, en y remplaçant nt par ζ, et ayant égard aux parties de $\frac{1}{a}$, e, ζ, c, qui dépendent de l'angle $nt + c$. Or, en négligeant la quatrième puissance de e, on a $\mathrm{E} = 1$, et le premier terme se réduit à la constante $\frac{1}{a}$; le premier terme de la série E′ est aussi l'unité; et si l'on néglige les quantités du quatrième ordre, on pourra

réduire la série précédente à

$$\frac{1}{r}=\frac{1}{a}+\frac{e}{a}\cos.(nt+c),$$

et n'avoir égard, dans cette formule, qu'aux accroissements δe et δc des éléments e et c. Il est aisé de voir, effectivement, que les quantités non périodiques qui pourraient résulter des accroissements de $\frac{1}{a}$ et de ζ, ainsi que des termes suivants de E′ et de $\frac{1}{r}$, auraient toutes pour facteur m^2e^2, et seraient au moins du quatrième ordre.

Cela posé, le terme de R, dépendant de l'angle $nt+c$ et de l'ordre le moins élevé, est

$$\text{R}=\frac{\mu' a^2}{2a'^3}e\cos.(nt+c);$$

en le substituant dans la seconde et la troisième équation (10), mettant $m^2n^2a'^3$ au lieu de μ', et ne conservant toujours que le terme de l'ordre le moins élevé dans chaque formule, on a

$$dc=\frac{m^2n}{2e}\cos.(nt+c)dt,$$
$$de=\frac{m^2n}{2}\sin.(nt+c)dt;$$

d'où l'on tire, en intégrant,

$$\delta c=\frac{m^2}{2e}\sin.(nt+c),$$
$$\delta e=-\frac{m^2}{2}\cos.(nt+c).$$

En augmentant c et e de ces valeurs de δc et δe, dans l'ex-

pression précédente de $\frac{1}{r}$, et rejetant le terme dépendant de l'angle $nt+c$, il vient

$$\frac{1}{r}=\frac{1}{a}\left(1-\frac{1}{2}m^2\right).$$

Par conséquent, on aura

$$\sin. p=\frac{\rho}{a}\left(1-\frac{1}{2}m^2\right),$$

pour déterminer la constante de la parallaxe, aux quantités près du quatrième ordre, que l'on peut, effectivement, négliger dans ce calcul.

Le développement du rayon vecteur r, semblable à celui de $\frac{1}{r}$, est

$$r=a\left(1+\frac{1}{2}e^2\right)-ae\cos.(nt+c)+\text{etc.}$$

Il en résulte qu'en appelant D la partie non périodique de r, ayant égard aux valeurs précédentes de δc et δe, et négligeant toujours les quantités du quatrième ordre, on aura

$$D=a\left(1+\frac{1}{2}e^2+\frac{1}{2}m^2\right).$$

Cette quantité est ce qu'on peut prendre pour la distance moyenne de la lune à la terre, et que l'on ne doit pas confondre avec le demi grand axe de son orbite. A cause de

$$a=(60{,}197)\rho,\quad e=0{,}05485,\quad m=0{,}07480,$$

sa valeur numérique est

$$D=(60{,}456)\rho.$$

(34) Je désigne par ρ' le rayon de l'équateur de la terre, et par p' la parallaxe équatoriale de la lune; ρ étant le rayon qui aboutit au parallèle dont le sinus de la latitude est $\sqrt{\frac{1}{3}}$, p la parallaxe correspondante, et $\frac{1}{290}$ l'aplatissement, on aura

$$\sin. p' = \frac{\rho'}{\rho} \sin. p = \frac{1}{1 - \frac{1}{3.290}} \sin. p;$$

d'où il résulte

$$\sin. p' = \frac{870 \rho \left(1 - \frac{1}{2} m^2\right)}{869\, a}.$$

En substituant pour a son expression et négligeant le carré de m^2, cette formule devient

$$\sin. p' = \frac{870}{869}\left(1 + \frac{1}{6} m^2\right) \sqrt[3]{\frac{4\pi^2 \rho}{(1+\lambda) g T^2}}.$$

D'après les valeurs numériques des quantités qu'elle contient, ou d'après la valeur numérique de a, on trouve

$$p' = 3420'',91.$$

De la discussion d'un très-grand nombre d'observations, M. Burg a conclu 3421″ pour cette parallaxe; ce qui ne diffère pas sensiblement du résultat de la théorie. En prenant avec M. Plana et d'autres géomètres $\frac{1}{87}$ pour la valeur de λ, la valeur de p surpasserait d'à peu près 2″ celle qui est donnée par l'observation. Mais, quelle que soit la masse de la lune que l'on adopte, le peu de différence que l'on trouve entre la parallaxe observée et la parallaxe calculée au moyen de la gravité g qui entre dans son expression, démontre que

la force qui retient la lune dans son orbite est la pesanteur terrestre affaiblie dans le rapport inverse du carré des distances, et que le pouvoir attractif de la terre est le même, à distance égale, sur les différents corps situés à sa surface et sur la matière de la lune.

(35) Connaissant la parallaxe de la lune, il existe dans la longitude de ce satellite une inégalité qui peut servir à déterminer la parallaxe solaire, et qu'on appelle, pour cette raison, *l'équation parallactique.* Son argument est la distance moyenne $nt+\varepsilon-n't-\varepsilon'$ de la lune au soleil. Or, en considérant les formules (a) et (c), il est aisé de voir qu'une inégalité de la longitude moyenne $\zeta+\varepsilon$, relative à cet argument, ne pourra résulter que de la partie de R qui contient les puissances impaires de s; en sorte qu'indépendamment du facteur m^2, elle aura aussi pour facteur le rapport $\frac{a}{a'}$, et, par conséquent, le rapport de la parallaxe du soleil à celle de la lune. Mais cette inégalité pourra aussi provenir des termes périodiques de la formule (6), en y introduisant les inégalités des éléments elliptiques qui ont pour argument l'angle $n't+\varepsilon'$, augmenté ou diminué de multiples convenables de $nt+\varepsilon$, α, ε. Ainsi, par exemple, les éléments e et ε contiennent des inégalités dépendantes de l'angle $n't+\varepsilon'-\varepsilon$, dont l'ordre s'abaisse d'une unité par l'intégration, et qui proviennent aussi de la partie de R relative aux puissances impaires de s. En désignant par A et B des coefficients numériques, on peut représenter ces termes de e et de ε par

$$\delta e=\frac{\mathrm{A}m^2a}{a'}\cos.(n't+\varepsilon'-\varepsilon),$$

$$\delta\varepsilon=\frac{\mathrm{B}m^2a}{a'e}\sin.(n't+\varepsilon'-\varepsilon);$$

et il en résulte, dans le terme $2\,e\sin.(nt+\varepsilon-\varpi)$ de la longitude vraie, une partie

$$\delta.2e\sin.(nt+\varepsilon-\varpi)=(\mathrm{A}+\mathrm{B})\frac{ma}{a'}\sin.(nt+\varepsilon-n't-\varepsilon'),$$

qui sera le terme de l'équation parallactique de l'ordre le moins élevé.

Ce terme principal serait tout-à-fait insuffisant pour en conclure, par la comparaison avec les observations, la valeur du rapport $\frac{a}{a'}$, et, par suite, celle du rapport des deux parallaxes. Le coefficient total de l'équation parallactique dépend de la masse de la lune, ou de la quantité que nous avons appelée λ. Il est négatif; et, en le désignant par $-\mathrm{P}$, on a

$$\mathrm{P}=(\mathrm{K}-\lambda\,\mathrm{L})\,m\eta;$$

η représentant le rapport de la parallaxe du soleil à celle de la lune; K et L étant des quantités indépendantes de λ et de η. M. Plana a poussé très-loin l'approximation dans le calcul de la quantité K; en adoptant la valeur numérique qu'il a trouvée, laquelle est un peu moindre que celle de la quantité qu'il a appelée H (*), on a

$$\mathrm{K}=3{,}222765.$$

Pour avoir égard à la masse de la lune, il suffirait, selon M. Plana, de multiplier cette quantité K par $\frac{1-\lambda}{1+\lambda}$, ou, à très-peu près par $1-2\lambda$; en sorte que la quantité L serait double

(*) *Théorie du mouvement de la lune*, tome III, page 14.

de celle de K. Mais cette règle ne convient qu'aux premiers termes des séries que K et L représentent; et, en calculant directement les deux premiers termes de la valeur de L, j'ai trouvé, comme on le verra dans la suite,

$$L = \frac{15}{4} + \frac{27}{4} m = 4,2549.$$

Cela posé, soit q la parallaxe du soleil qui répond au rayon de la terre aboutissant au parallèle dont le sinus de la latitude est $\sqrt{\frac{1}{3}}$, et pour lequel rayon, la parallaxe de la lune a été désignée par p; on aura alors

$$n = \frac{\sin. q}{\sin. p}, \quad \sin. p = \frac{869}{870} \sin. 3421'';$$

et l'on en conclura

$$\sin. q = \frac{869 \, P \sin. 3421''}{870 \, m (K - \lambda L)}. \qquad (H)$$

Cette formule est celle qui servira à déterminer la parallaxe du soleil, d'après le coefficient P de l'équation parallactique et la masse de la lune. Or, par la discussion des observations, M. Burg a trouvé

$$P = 122'',38;$$

cet angle est assez petit pour qu'on puisse le remplacer par son sinus; en prenant, en outre,

$$\lambda = \frac{1}{75}, \quad m = 0,07480,$$

on obtient

$$q = 8'',5605.$$

Cette parallaxe q, déduite du dernier passage de Vénus sur le soleil, a été trouvée égale à 8″,60. La différence est peu considérable, et il suffirait d'augmenter P d'une demi-seconde pour la faire disparaître : elle serait un peu plus grande en prenant $\frac{1}{87}$ pour la valeur de λ.

Comme on a, pour le même rayon ρ de la terre,

$$a' = \frac{\rho}{\sin.(8'',60)}, \quad a = (60,197)\rho;$$

il en résulte

$$a' = (398,43)\,a = (23984)\,\rho.$$

(36) Observons maintenant que le coefficient P a été calculé au moyen de la valeur de R donnée par la formule (c), laquelle suppose que le pouvoir attractif du soleil soit le même sur la matière de la lune et sur celle de la terre. S'il était différent, il en résulterait dans R (nº 14) un terme

$$R = \frac{\tau\mu' r s}{r'^2},$$

où l'on représente par τ une fraction qui doit être très-petite. Or, cette partie de R donnerait naissance à un terme de l'équation parallactique qui changerait l'expression de P.

Pour déterminer ce changement, il suffira de calculer le terme de l'équation parallactique de l'ordre le moins élevé, qui sera dû à cette partie de R. Ce terme provient, comme on vient de le dire, des inégalités de e et de ϖ dont l'argument est $n't + \varepsilon' - \varpi$; or, si nous prenons

$$r = a - ae\cos.(nt + \varepsilon - \varpi),$$
$$\theta + \alpha = nt + \varepsilon + 2e\sin.(nt + \varepsilon - \varpi),$$

et, en outre,

$$r' = a', \quad \theta' + \alpha' = n't + \varepsilon', \quad \mu' = m^2 n^2 a'^3,$$

nous aurons

$$\mathrm{R} = -\frac{3}{2}\tau a a' m^2 n^2 e \cos.(n't + \varepsilon' - \varpi),$$

pour le terme de R dépendant de l'angle $n't + \varepsilon' - \varpi$. En le substituant dans les équations (10), observant que l'on a

$$\varepsilon = c + \alpha + \omega, \quad \varpi = \omega + \alpha,$$
$$\frac{d\mathrm{R}}{dc} = \frac{d\mathrm{R}}{d\varepsilon}, \quad \frac{d\mathrm{R}}{d\omega} = \frac{d\mathrm{R}}{d\varepsilon} + \frac{d\mathrm{R}}{d\varpi},$$

et mettant l'unité au lieu de $\sqrt{1-e^2}$ et de $1 - e^2$, on en conclut

$$de = -\frac{3\tau a' m^2 n}{2a} \sin.(n't + \varepsilon' - \varpi)\, dt,$$
$$d\varpi = \frac{3\tau a' m^2 n}{2ae} \cos.(n't + \varepsilon' - \varpi)\, dt,$$

En intégrant et négligeant $\frac{d\varepsilon'}{dt}$ et $\frac{d\varpi}{dt}$ par rapport à n' ou mn, on aura donc

$$\delta e = \frac{3\tau a' m}{2a} \cos.(n't + \varepsilon' - \varpi),$$
$$\delta \varpi = \frac{3\tau a' m}{2ae} \sin.(n't + \varepsilon' - \varpi),$$

et, par conséquent,

$$\delta . 2e \sin.(nt + \varepsilon - \varpi) = \frac{3\tau a' m}{a} \sin.(nt + \varepsilon - n't - \varepsilon'),$$

pour la partie de la longitude vraie que l'on voulait déterminer.

Il résulte de là que l'expression du coefficient P de l'é-

quation parallactique se trouverait augmentée de $\frac{3\tau m a'}{a}$, ou d'à peu près $\frac{3\tau m \sin. p}{\sin. q}$, par la considération de la quantité τ provenant de la différence d'attraction du soleil sur la matière de la terre et sur celle de la lune. La valeur de sin. q, donnée par la formule (H), serait donc aussi augmentée dans le rapport de $1+\frac{3\tau m \sin. p}{\sin. q}$ à l'unité; en sorte que l'on aurait, avec une approximation suffisante,

$$\sin. q = \sin. (8'',5605) + \frac{3\tau m \sin. (3421'')}{\sin. (122'',38)}.$$

Or, en supposant, par exemple,

$$\tau = 0,000001,$$

il en résulterait

$$q = 8'',5605 + 1'',2938 = 9'',8543;$$

ce qui excéderait de plus d'une seconde la valeur $q=8'', 60$, donnée par l'observation; différence beaucoup trop grande pour qu'on pût l'attribuer, soit aux erreurs de l'observation, soit au degré d'approximation où nous nous sommes arrêtés dans le calcul précédent. D'après cette remarque importante, que Laplace a faite le premier, on peut donc regarder comme certain que les pouvoirs attractifs du soleil, sur la matière de la lune et sur celle de la terre, ne diffèrent pas l'un de l'autre d'un millionième de leur intensité.

(37) Pour donner des exemples du calcul des variations de tous les éléments elliptiques, il nous reste à considérer les longitudes α et β du nœud et du périgée.

Les parties proportionnelles au temps et les inégalités sé-

culaires de ces deux longitudes se détermineront, comme celles de l'élément ε, au moyen de la formule (e); mais à cause que la quantité Q, mise à la place de R dans les quatrième et sixième équations (10), s'y trouvera différentiée par rapport à e ou γ et divisée par l'une de ces quantités, il faudra conserver, dans la formule (e), les termes du quatrième ordre par rapport à ces deux éléments, pour obtenir le premier terme de l'inégalité séculaire de chacun des angles α et ω.

En négligeant les quantités du sixième ordre, la partie non périodique de β sera la même que celle de $\omega + \alpha$, en vertu de la formule (7). On aura donc la différentielle de β, en prenant la somme des quatrième et sixième formules (10). Je substitue dans cette somme la formule (e) à la place de R; après la substitution, je néglige les quantités du sixième ordre; il en résulte

$$d\beta = \frac{3}{4} m^2 n \left[1 - \frac{e^2}{2} + \frac{3e'^2}{2} - 3C + 5C' \right.$$
$$\left. - \frac{5ae'}{4a'e} \cos.(\beta - \beta') - \frac{\gamma}{2}\frac{dC}{d\gamma}\right] dt.$$

A ce degré d'approximation, la quantité $m^2 C'$ ne contient que des termes périodiques. En vertu des équations (G), on a

$$C = \frac{1}{2}\gamma^2 + \frac{1}{2}\gamma'^2 - \gamma\gamma' \cos.(\alpha - \alpha') = \frac{1}{2}\gamma_1^2,$$
$$\gamma\frac{dC}{d\gamma} = \gamma^2 - \gamma\gamma' \cos.(\alpha - \alpha') = \gamma_1^2 + \gamma_1\gamma' \cos.(\alpha_1 + ht - \alpha').$$

De plus, si l'on considère les termes de β et de e qui dépendent de l'angle $\beta - \beta'$, on aura, d'après la valeur précédente de $d\beta$, et d'après la troisième équation (10) et la formule (e),

$$d\epsilon = -\frac{15m^2nae'}{16a'e}\cos.(\epsilon - \epsilon')dt,$$

$$de = -\frac{15m^2nae'}{16a'}\sin.(\epsilon - \epsilon')dt;$$

d'où l'on tire, pour les termes dont il s'agit,

$$\delta\epsilon = -\frac{15m^2nae'}{16a'ek}\sin.(\epsilon - \epsilon'),$$

$$\delta e = \frac{15m^2nae'}{16a'k}\cos.(\epsilon - \epsilon'),$$

en prenant kdt pour la différentielle de $\epsilon - \epsilon'$. Ces termes en produiront un dans la valeur complète de $d\epsilon$, savoir,

$$\frac{225m^4n^2a^2e'^2}{256a'^2e^2k}\cos.2(\epsilon - \epsilon'),$$

qui est du sixième ordre, parce que k et $\frac{a}{a'}$ sont du second, et que l'on devra négliger. En supprimant donc aussi toutes les autres quantités périodiques dans cette valeur de $d\epsilon$, elle se réduira à

$$d\epsilon = \frac{3m^2n}{4}\left(1 - \frac{e^2}{2} + \frac{3e'^2}{2} - 2\gamma_1^2\right)dt.$$

On y pourra regarder la quantité e^2 comme une constante (n° 31); par conséquent, si l'on intègre, et que l'on néglige les quantités du quatrième ordre dans le terme proportionnel au temps, on aura simplement

$$\epsilon = \epsilon_1 + \frac{3}{4}m^2nt + \frac{9}{8}m^2\int(e'^2 - e_1'^2)\,n\,dt;$$

ϵ_1 et e'_1 étant les valeurs de ϵ' et e' qui répondent à $t = 0$.

Je substitue de même la formule (e) au lieu de R dans la

dernière formule (10); en observant que l'on a

$$\frac{1}{\sin.\gamma}=\frac{1}{\gamma}+\frac{\gamma}{6}+\text{ etc.},\qquad \frac{1}{\sqrt{1-e^2}}=1+\frac{1}{2}e^2+\text{etc.},$$

et négligeant les quantités du sixième ordre, il vient

$$d\alpha=-\frac{3}{4}m^2n\left[\frac{1}{\gamma}\frac{dC}{d\gamma}\left(1+2e^2+\frac{3e'^2}{2}\right)+\frac{1}{6}\gamma\frac{dC}{d\gamma}\right.$$
$$\left.-\frac{1}{3\gamma}\frac{dC_1}{d\gamma}-\frac{5e^2}{2\gamma}\frac{dC'}{d\gamma}\right]dt.$$

Les termes non périodiques qui peuvent se trouver dans la quantité $\frac{m^2e^2}{\gamma}\frac{dC'}{d\gamma}$ sont au moins du sixième ordre, et doivent être négligés. On a déja dit qu'on avait

$$\gamma\frac{dC}{d\gamma}=\gamma_1^2+\gamma_1\gamma'\cos.(\alpha_1+ht-\alpha').$$

D'après la valeur de C_1 du n° 17, on a

$$\frac{1}{\gamma}\frac{dC_1}{d\gamma}=2\gamma^2+\frac{9}{2}\gamma'^2+\frac{3}{2}\gamma'^2\cos.2(\alpha-\alpha')-6\gamma\gamma'\cos.(\alpha-\alpha'),$$

et, en vertu des équations (G), cette quantité, réduite à sa partie non périodique, est

$$\frac{1}{\gamma}\frac{dC_1}{d\gamma}=2\gamma_1^2+\frac{1}{2}\gamma'^2.$$

De l'expression de C du numéro cité, il résulte aussi

$$\frac{1}{\gamma}\frac{dC}{d\gamma}=1-\frac{\gamma\gamma'\cos.(\alpha-\alpha')}{\gamma^2}.$$

En y substituant les valeurs de γ^2 et $\gamma\gamma'\cos.(\alpha-\alpha')$ données par les équations (G), et développant suivant les puis-

sances de γ' jusqu'au carré inclusivement, il vient

$$\frac{1}{\gamma}\frac{dC}{d\gamma} = 1 - \frac{\gamma'}{\gamma_1}\cos.(\alpha_1 + h\,t - \alpha') + \frac{\gamma'^2}{\gamma_1^2}\cos.2(\alpha_1 + ht - \alpha').$$

Cette quantité se réduirait donc à l'unité, abstraction faite de sa partie périodique; mais les formules (G) supposent que l'on a négligé les termes du quatrième ordre par rapport à γ, γ', e, e'; or, il est nécessaire d'y avoir égard pour obtenir ceux du second ordre dans l'expression de $\frac{1}{\gamma}\frac{dC}{d\gamma}$; en sorte que si l'on désigne par Δ la partie non périodique et du second ordre comprise dans le rapport de $\gamma\gamma'\cos.(\alpha - \alpha')$ à γ^2, on aura

$$\frac{1}{\gamma}\frac{dC}{d\gamma} = 1 - \Delta$$

pour la valeur complète de $\frac{1}{\gamma}\frac{dC}{d\gamma}$, dont on a besoin; et nous ferons voir, dans le numéro suivant, que l'on a

$$\Delta = -\frac{1}{6}\gamma'^2.$$

Cela posé, si on néglige les quantités périodiques, la valeur de $d\alpha$ se réduira à

$$d\alpha = -\frac{3m^2n}{4}\left(1 + 2e^2 + \frac{3}{2}e'^2 - \frac{1}{2}\gamma_1^2\right)dt.$$

En intégrant et négligeant aussi les termes proportionnels au temps qui sont du quatrième ordre, on aura donc

$$\alpha = \alpha_1 - \frac{3}{4}m^2nt - \frac{9}{8}m^2\int(e'^2 - e_1'^2)\,ndt;$$

α_1 étant la valeur de α qui répond à $t=0$, $e'=e'_1$, $\gamma'=0$.

Les coefficients de t dans les valeurs de α et β que l'on vient de trouver, sont les termes des valeurs de h et k (n° 9), de l'ordre le moins élevé, savoir,

$$h = -\frac{3}{4}m^2 n, \quad k = \frac{3}{4}m^2 n.$$

Les inégalités séculaires de α et β, réduites aussi à leurs termes de l'ordre le moins élevé, sont

$$-\frac{9}{8}m^2\int(e'^2 - e_1^2)\,n\,dt, \quad \frac{9}{8}m^2\int(e'^2 - e_1^2)\,n\,dt.$$

Mais cette première approximation, ainsi que Clairaut l'a reconnu le premier, donne à peine la moitié du mouvement progressif du périgée, et il en est de même à l'égard de son inégalité séculaire. Relativement au nœud, l'approximation est beaucoup plus grande, mais encore insuffisante. Les approximations ultérieures donneront les parties non périodiques de α et β, sous la forme de séries dont les quantités précédentes seront les premiers termes.

(38) On a identiquement

$$\frac{\gamma\gamma' \cos.(\alpha - \alpha')}{\gamma^2} = \frac{\gamma' \sin.\alpha' . \gamma \sin.\alpha + \gamma' \cos.\alpha' . \gamma \cos.\alpha}{\gamma^2 \sin.^2\alpha + \gamma^2 \cos.^2\alpha};$$

et si l'on désigne par p et q les parties de $\gamma \sin.\alpha$ et $\gamma \cos.\alpha$, qui sont du troisième ordre par rapport aux éléments elliptiques, on en déduira d'abord

$$\Delta = -\frac{\gamma'}{\gamma^2}[p \sin.(2\alpha - \alpha') + q \cos.(2\alpha - \alpha')]$$

pour la quantité qu'on vient de désigner par Δ. On pourra mettre dans cette expression, à la place de γ^2, la première formule (G), et, au lieu de α, sa valeur approchée

$$\alpha = \alpha_1 + ht - \frac{\gamma'}{\gamma_1}\sin.(\alpha_1 + ht - \alpha'),$$

obtenue précédemment (n° 30). En négligeant le cube de γ', on aura alors

$$\left.\begin{aligned}\Delta = & -\frac{\gamma' p}{\gamma_1^2}\sin.(2\alpha_1 + 2ht - \alpha') \\ & -\frac{\gamma' q}{\gamma_1^2}\cos.(2\alpha_1 + 2ht - \alpha') \\ & +\frac{2\gamma'^2 p}{\gamma_1^3}\sin.(3\alpha_1 + 3ht - 2\alpha') \\ & +\frac{2\gamma'^2 q}{\gamma_1^3}\cos.(3\alpha_1 + 3ht - 2\alpha').\end{aligned}\right\} (I).$$

Maintenant, si l'on substitue la valeur de Q donnée par la formule (e), à la place de R dans les deux dernières équations (10), et si l'on observe que

$$d.\gamma\sin.\alpha = \sin.\alpha.d\gamma + \cos.\alpha.\gamma d\alpha$$
$$d.\gamma\cos.\alpha = \cos.\alpha.d\gamma - \sin.\alpha.\gamma d\alpha,$$

on en déduira, sans difficulté,

$$\left.\begin{aligned}\frac{d.\gamma\sin.\alpha}{dt} = & -\frac{3m^2n}{4}\left(1+2e^2+\frac{3}{2}e'^2+\frac{1}{6}\gamma^2\right)(\gamma\cos.\alpha - \gamma'\cos.\alpha') \\ & +\frac{3m^2n}{8}\gamma\gamma'^2\cos.(\alpha - 2\alpha') - m^2n\gamma^2\gamma'\cos.\alpha' \\ & +\frac{m^2n}{4}\left(2\gamma^2+\frac{9}{2}\gamma'^2\right)\gamma\cos.\alpha - \frac{m^2n}{2}\gamma^2\gamma'\cos.(2\alpha - \alpha'), \\ \frac{d.\gamma\cos.\alpha}{dt} = & \frac{3m^2n}{4}\left(1+2e^2+\frac{3}{2}e'^2+\frac{1}{6}\gamma^2\right)(\gamma\sin.\alpha - \gamma'\sin.\alpha') \\ & +\frac{3m^2n}{8}\gamma\gamma'^2\sin.(\alpha - 2\alpha') + m^2n\gamma^2\gamma'\sin.\alpha' \\ & -\frac{m^2n}{4}\left(2\gamma^2+\frac{9}{2}\gamma'^2\right)\gamma\sin.\alpha + \frac{m^2n}{2}\gamma^2\gamma'\sin.(2\alpha - \alpha'),\end{aligned}\right\} (K).$$

en négligeant les quantités du septième ordre, ainsi que les termes dépendants de l'angle ϵ, parce que ceux qui en résulteraient dans les valeurs de p et q ne donneraient que des termes périodiques dans la formule (I).

Avant d'aller plus loin, on peut remarquer que si l'on néglige les termes du cinquième ordre dans ces équations (K), elles se réduisent à

$$\frac{d.\gamma \sin.\alpha}{dt} = -\frac{3m^2n}{4}(\gamma \cos.\alpha - \gamma' \cos.\alpha'),$$

$$\frac{d.\gamma \cos.\alpha}{dt} = \frac{3m^2n}{4}(\gamma \sin.\alpha - \gamma' \sin.\alpha');$$

et en négligeant aussi les quantités $\frac{d.\gamma' \sin.\alpha'}{dt}$ et $\frac{d.\gamma' \cos.\alpha'}{dt}$, et observant que l'on a $h = -\frac{3m^2n}{4}$, on en déduit

$$\gamma \sin.\alpha = \gamma_1 \sin.(\alpha_1 + ht) + \gamma' \sin.\alpha',$$

$$\gamma \cos.\alpha = \gamma_1 \cos.(\alpha_1 + ht) + \gamma' \cos.\alpha';$$

d'où il résulte les équations (G), qui s'obtiennent ainsi plus simplement que dans le n° 30.

Je substitue ces valeurs de $\gamma \sin.\alpha$ et $\gamma \cos.\alpha$ dans les équations (K), je supprime les termes du septième ordre, et je néglige aussi le carré de γ', à cause que les valeurs de p et q que l'on en tirera seront multipliées par γ' ou γ'^2 dans la formule (I). Il en résulte

$$\frac{dp}{dt}+\frac{3m^2n}{4}q=-\frac{m^2n}{8}\gamma_1^2\gamma'\cos.(2\alpha_1+2ht-\alpha')$$
$$-\frac{3m^2n}{4}\left(2e^2+\frac{3}{2}e'^2-\frac{1}{2}\gamma_1^2\right)\gamma_1\cos.(\alpha_1+ht)-\frac{m^2n}{8}\gamma_1^2\gamma'\cos.\alpha',$$
$$\frac{dq}{dt}-\frac{3m^2n}{4}p=\frac{m^2n}{8}\gamma_1^2\gamma'\sin.(2\alpha_1+2ht-\alpha')$$
$$+\frac{3m^2n}{4}\left(2e^2+\frac{3}{2}e'^2-\frac{1}{2}\gamma_1^2\right)\gamma_1\sin.(\alpha_1+ht)+\frac{m^2n}{8}\gamma_1^2\gamma'\sin.\alpha'.$$

Or, les seules parties de p et q qui fourniront des termes non périodiques dans la formule (I), sont celles qui dépendent de l'un des deux angles $2\alpha_1+2ht-\alpha'$ et $3\alpha_1+3ht-2\alpha'$; il n'y a aucun terme dépendant de ce second angle dans les seconds membres des équations précédentes; et en y conservant seulement les termes qui dépendent du premier, et mettant h au lieu de $-\frac{3m^2n}{4}$, on a simplement

$$\frac{dp}{dt}-hq=\frac{1}{6}h\gamma_1^2\gamma'\cos.(2\alpha_1+2ht-\alpha'),$$
$$\frac{dq}{dt}+hp=-\frac{1}{6}h\gamma_1^2\gamma'\sin.(2\alpha_1+2ht-\alpha').$$

On en conclut

$$p=\frac{1}{6}\gamma_1^2\gamma'\sin.(2\alpha_1+2ht-\alpha'),$$
$$q=\frac{1}{6}\gamma_1^2\gamma'\cos.(2\alpha_1+2ht-\alpha');$$

et en substituant ces valeurs dans la formule (I), la partie non périodique de la quantité Δ sera $-\frac{1}{6}\gamma_1^2\gamma'$, comme on l'a dit dans le numéro précédent.

(39) D'après les observations, les valeurs des quantités h et k sont

$$h = -(0{,}0040217)n, \quad k = (0{,}008452)n.$$

Celles que MM. Damoiseau et Plana ont déterminées, en suivant chacun une méthode différente, ne s'écartent de celles-là que d'une ou deux unités sur la dernière décimale ; ce qui fournit une confirmation très-remarquable de la théorie.

On voit qu'abstraction faite du signe, la valeur de k est à peu près double de celle de h, et que $k+2h$ est une très-petite quantité, savoir,

$$k + 2h = (0{,}0004086)n.$$

Les termes de R, qui ont pour argument $6 + 2\alpha - 36'$, acquerront donc un très-petit diviseur par l'intégration. Mais ces termes, s'il en existe, auront d'abord pour facteur $e\gamma^2 e'^3$ (n° 13) ; de plus, en considérant les formules (a) et (c), il est aisé de voir qu'ils ne pourront résulter que des puissances impaires de s ; en sorte qu'ils auront aussi le facteur $\frac{a}{a'}$, indépendamment du facteur m^2 provenant de $\frac{\mu'}{a'^3}$. On pourra donc représenter le terme de cette espèce, de l'ordre le moins élevé, par

$$R = A m^2 n^2 a^2 e \gamma^2 e'^3 \frac{a}{a'} \cos.(6 + 2\alpha - 36');$$

A étant un coefficient numérique. En le substituant dans la troisième et la cinquième formule (10), observant que l'on peut prendre $6 + \alpha = \omega$, et intégrant ensuite, on en conclura

$$\delta . e^2 = \frac{2 A m^2 n a e \gamma^2 e'^3}{(k+2h) a'} \cos. (6+2\alpha-36'),$$

$$\delta . \gamma^2 = \frac{2 A m^2 n a e \gamma^2 e'^3}{(k+2h) a'} \cos. (6+2\alpha-36'),$$

pour les termes de e^2 et de γ^2, relatifs à cet argument. Si on les met au lieu de e^2 et γ^2 dans la formule (F), on pourra négliger le second par rapport au premier ; et, en intégrant de nouveau, on aura

$$\delta \varepsilon = -\frac{9 A m^4 n^2 a e \gamma^2 e'^3}{4 (k+2h)^2 a'} \sin. (6+2\alpha-36')$$

pour le terme principal de l'inégalité en longitude dont l'argument est $6+2\alpha-36'$: les autres termes de cette même inégalité seraient seulement divisés par la première puissance de $k+2h$. Or, en ayant égard aux valeurs numériques de ce diviseur, et à celles de m^2, e, γ, e', $\frac{a}{a'}$, on voit qu'abstraction faite du facteur A, le coefficient de cette inégalité est à peu près un dixième de seconde; il suffirait donc que le facteur A fût un peu considérable pour que cette inégalité ne fût pas insensible; mais on peut démontrer que ce coefficient est nul, et que le terme dont l'argument est $6+2\alpha-36'$ n'existe pas dans le développement de R.

En effet, considérons la seconde partie de la formule (c), savoir,

$$R = \frac{\mu' r^3}{2 r'^4} (3s - 5s^3);$$

supposons qu'on y mette la formule (a) à la place de s, et, ensuite, les formules (1) et (2) au lieu de r et θ; après cette

substitution, concevons que l'on réduise la valeur de R au terme dont l'argument est indépendant de $nt+\varepsilon$ et renferme $\epsilon+2\alpha$: si l'on néglige γ', et en désignant par P un facteur constant, ce terme sera de la forme

$$R=\frac{1}{r'^4}P\cos.[\epsilon+2\alpha-3(\theta'+\alpha')];$$

car la somme des multiples positifs et négatifs des angles dont se compose un argument quelconque doit être égale à zéro (nº 13); et ces angles ne peuvent être ici que ϵ, α, $\theta'+\alpha'$. Maintenant, après avoir mis dans cette expression de R, au lieu de r' et θ', leurs valeurs données par des formules semblables aux formules (1) et (2), concevons qu'on la développe en une série de cosinus et de sinus des multiples de $n't+c'$. Le terme de cette série, indépendant de $n't+c'$, sera celui du développement de R que l'on veut déterminer, et pourra être représenté par

$$Q\cos.(\epsilon+2\alpha-3\epsilon'),$$

en désignant par Q un coefficient constant. On aura donc, comme dans le nº 15,

$$Q\cos.(\epsilon+2\alpha-3\epsilon')=$$
$$\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\frac{1}{r'^4}P\cos.[\epsilon+2\alpha-3(\theta'+\alpha')]\,d(n't+c');$$

et comme on a

$$d(n't+c')=\frac{r'^2d\theta'}{a'^2\sqrt{1-e'^2}},$$

$$\frac{1}{r'^2}=\frac{[1+e'\cos.(\theta'-\omega')]^2}{a'^2(1-e'^2)^2},$$

il en résultera

$$Q \cos.(\varepsilon + 2\alpha - 3\varepsilon') =$$

$$\frac{P}{2\pi a'^4 (1-e'^2)^{\frac{5}{2}}} \int_{\omega'}^{2\pi+\omega'} [1 + e' \cos.(\theta' - \omega')]^2 \cos.[\varepsilon + 2\alpha - 3(\theta' + \alpha')] d\theta',$$

en observant que les limites $\theta' = \omega'$ et $\theta' = \omega' + 2\pi$ répondent aux limites $n't + c' = 0$ et $n't + c' = 2\pi$. Or, cette intégrale étant évidemment nulle, il s'ensuit qu'on a $Q = 0$, et que le terme que l'on considère n'existe pas dans le développement de R; ce qu'il s'agissait de démontrer.

(40) La période de l'inégalité lunaire que l'on vient de considérer serait d'à peu près 184 ans; elle ne peut pas être produite, comme on voit, par l'action du soleil sur la lune; l'action directe des planètes sur ce satellite ne produit non plus, dans son mouvement, aucune inégalité à longue période; mais l'action de Vénus sur la terre peut donner lieu à une inégalité lunaire de cette espèce. En effet, treize fois le moyen mouvement de Vénus différant très-peu de huit fois celui de la terre, il en résulte dans le mouvement apparent du soleil autour de la terre, une inégalité dont la période est d'environ 240 ans, et que M. Airy a déterminée. Quoiqu'elle se trouve, d'après son argument, parmi les termes du cinquième ordre, sa valeur est sensible dans l'expression du moyen mouvement, à raison du carré du diviseur qu'elle acquiert par la double intégration. Elle affecte aussi l'excentricité de l'orbite solaire où elle est seulement du quatrième ordre, et ne contient que la première puissance du petit diviseur; d'où il résulte que, dans l'intégrale $\int e'^2 n' dt$, elle est du même

ordre et a le même diviseur que dans le moyen mouvement du soleil; or, l'intégrale de la formule (F) renferme un terme

$$\delta\varepsilon = -\frac{3m}{2}\int e'^2 n' dt,$$

qui sera l'inégalité en longitude de la lune, correspondante à celle du soleil dont il s'agit.

M. de Pontécoulant ayant calculé, de son côté, cette inégalité solaire, et ayant été conduit exactement au résultat que M. Airy avait annoncé (*), je l'ai prié de me communiquer la partie de son calcul relative à l'inégalité de e'; en la substituant dans la formule précédente, il en est résulté

$$\delta\varepsilon = (0'',026026)\, m \sin.\lambda - (0'',28072)\, m \cos.\lambda\,;$$

λ étant treize fois la longitude moyenne de Vénus, moins huit fois celle de la terre. Or, m étant un peu moindre qu'un treizième, cette inégalité ne s'élève pas à un quarantième de seconde dans son *maximum*, et peut, en conséquence, être négligée.

(41) Je terminerai ce paragraphe par le calcul de l'inégalité lunaire en longitude, qui a, pour argument, le double de la distance $\varpi - \alpha$ du périgée au nœud de la lune, et dont les géomètres se sont beaucoup occupés.

D'après la formule (e), le terme de R, relatif à cet argument, est

$$R = -\frac{15\mu' a^2}{16 a'^3} e^2 \gamma^2 \cos. 2(\varpi - \alpha).$$

(1) Additions à la Connaissance des Temps, pour l'année 1836.

En le substituant dans la formule (11), mettant ensuite $m^2 n^2 a'^3$ pour μ', et négligeant les termes du huitième ordre, on obtient un terme

$$-\frac{15}{8} m^2 n e^2 \gamma^2 \cos. 2(\varepsilon - \alpha)\, dt,$$

qu'il faudra ajouter à la formule (F), laquelle deviendra

$$d\varepsilon = -\frac{3m^2 n}{8}[3e^2 - 3\gamma^2 + 5e^2\gamma^2 \cos. 2(\varepsilon - \alpha)]\, dt,$$

en conservant seulement la partie dépendante de e^2 ou de γ^2. Si l'on substitue la même valeur de R dans la troisième et la cinquième formule (10), on en conclura

$$d(e^2 - \gamma^2) = \frac{15}{2} m^2 n e^2 \gamma^2 \sin. 2(\varepsilon - \alpha)\, dt,$$

en négligeant toujours les termes du huitième ordre. En se bornant aux termes de l'ordre le moins élevé, on a (n° 37)

$$\frac{d\varepsilon}{dt} - \frac{d\alpha}{dt} = k - h = \frac{3}{2} m^2 n;$$

en intégrant, on aura donc

$$e^2 - \gamma^2 = -\frac{5}{2} e^2 \gamma^2 \cos. 2(\varepsilon - \alpha).$$

Cela étant, la valeur précédente de $d\varepsilon$ deviendra

$$d\varepsilon = \frac{15}{16} m^2 n e^2 \gamma^2 \cos. 2(\varepsilon - \alpha)\, dt;$$

et, en intégrant de nouveau, nous aurons

$$\delta\varepsilon = \frac{5}{16} e^2 \gamma^2 \sin. 2(\varepsilon - \alpha)$$

pour le terme de ε relatif à l'argument que nous considérons.

Le terme semblable, qui peut se trouver dans le moyen mouvement ζ, serait d'un ordre supérieur (nº 23), et peut être négligé dans cette première approximation. Mais l'inégalité dont il s'agit existe déja dans le mouvement elliptique de la lune. En effet, la valeur de v, donnée par la formule (5), renferme le terme

$$-\text{tang.}^2 \tfrac{1}{2}\gamma \sin. 2\theta;$$

on a d'ailleurs

$$\theta+\alpha = nt+\varepsilon+2e\sin.(nt+\varepsilon-\varpi)+\frac{5e^2}{4}\sin.2(nt+\varepsilon-\varpi)+\text{etc.};$$

et en négligeant les termes dépendants de $nt+\varepsilon$ et la première puissance de e, on en déduit

$$\sin. 2\theta = \frac{3e^2}{4}\sin. 2(\varpi-\alpha);$$

par conséquent, le terme précédent de la longitude v sera

$$-\frac{3}{16}e^2\gamma^2 \sin. 2(\varpi-\alpha),$$

en négligeant aussi la quatrième puissance de γ. Si donc on appelle δv l'inégalité totale en longitude dont l'argument est $2(\varpi-\alpha)$, c'est-à-dire, la valeur précédente de $\delta\varepsilon$ augmentée de ce terme du mouvement elliptique, on aura

$$\delta v = \tfrac{1}{8}e^2\gamma^2 \sin. 2(\varpi-\alpha).$$

(42) Les approximations suivantes introduiraient dans cette inégalité des termes du cinquième ordre et des ordres supérieurs. M. Plana, en poussant l'approximation jusqu'au terme du cinquième ordre, a trouvé

$$\delta v = \left(\frac{1}{8} + \frac{135}{64} m\right) e^2 \gamma^2 \sin. 2(6 - \alpha).$$

Peut-être faudrait-il aller encore plus loin, pour calculer cette inégalité avec une exactitude suffisante. Mais nous ferons remarquer que cette valeur de δv, réduite à son premier terme, coïncide avec celle que nous venons de trouver, en nous arrêtant à cette première approximation. Or, cette coïncidence servirait de confirmation, si cela était nécessaire, à ce qui a été dit dans le nº 22, que l'inégalité dépendante de l'argument $2(6 - \alpha)$ ne peut exister dans l'expression de $\frac{1}{a}$ ou de l'intégrale $\int d' \mathrm{R}$ (nº 5), avec le coefficient $m^2 e^2 \gamma^2$; car, si cela avait lieu, cette inégalité existerait dans le moyen mouvement ζ avec le coefficient $e^2 \gamma^2$; il faudrait donc l'ajouter au premier terme de la valeur de δv que nous avons trouvé; et ce premier terme ne coïnciderait plus avec celui que M. Plana a obtenu, en formant directement l'expression entière du temps en fonction de la longitude, et en en déduisant, par le retour des suites, l'expression de la longitude en fonction du temps, laquelle expression contient (*) l'inégalité que nous venons de citer.

La partie périodique de la formule (6) pourrait encore donner des termes dépendants de l'angle $2(6 - \alpha)$, en y substituant les parties des éléments e, γ, 6, α, relatives aux mêmes multiples de $nt + \varepsilon$ qui se trouvent déja dans cette formule; mais ces dernières parties ayant m^2 pour facteur, il en serait de même à l'égard des termes qui en résulteraient; en sorte

(*) *Théorie du mouvement de la lune*, t. I, p. 575.

que ces termes n'entreraient pas dans la valeur de δv à laquelle je me suis arrêté, ni même dans celle que M. Plana a calculée.

§ IV.

Inégalités du mouvement de la lune, dues à la non sphéricité de la terre.

(43) Soit V la fonction dont les différences partielles par rapport aux coordonnées de la lune expriment les composantes de l'action du sphéroïde terrestre sur la masse du satellite réunie à son centre de gravité, ou, autrement dit, soit V la somme des points matériels de la terre, divisés par leurs distances respectives au centre de la lune. La terre étant en grande partie recouverte par une couche fluide, d'une petite profondeur, on démontre, dans la *Mécanique céleste*, que la quantité V pourra s'exprimer au moyen du rayon de la surface terrestre, quelle que soit la constitution intérieure de la terre. Pour cela on suppose ce rayon, dont l'origine est au centre de gravité de la terre, exprimé par une série de la forme :

$$\rho(1 + Y_2 + Y_3 + Y_4 + \text{etc.});$$

ρ étant une constante, et Y_2, Y_3, Y_4, etc., de certaines fonctions connues de la latitude et de la longitude géographiques. En prenant ces deux variables pour la déclinaison et l'ascension droite de la lune, désignant par ψ cette déclinaison, par r la distance du centre de la lune à celui de la terre, par M la masse de la terre, par f le pouvoir attractif, et par θ le rapport de la force centrifuge à la pesanteur qui a lieu sous l'équateur, on aura alors

$$V = \frac{fM}{r} + \frac{fM\rho^2}{r^3}\left[\frac{1}{2}\left(\delta \sin.^2\psi - \frac{1}{3}\right) + Y_2 + \frac{\rho}{r}Y_3 + \frac{\rho^2}{r^2}Y_4 + \text{etc.}\right].$$

Mais dans le mouvement de la lune autour de la terre, où l'on considère le centre de la terre comme un point fixe, il faut ajouter à cette fonction V, la fonction semblable qui provient de l'action de la lune, réunie à son centre de gravité et agissant sur le sphéroïde terrestre; ce qui revient à remplacer, dans la formule précédente, M par la somme des masses de la terre et de la lune. Le terme principal de cette formule, auquel répond le mouvement elliptique de la lune, sera donc $\frac{\mu}{r}$, en désignant par μ la même constante que dans le n° 1; et si l'on appelle R' la fonction perturbatrice provenant de la non sphéricité de la terre, c'est-à-dire, la partie de la fonction R du n° 4, qui est due à cette cause, R' sera la seconde partie de V prise avec un signe contraire, de sorte que l'on aura

$$R' = -\frac{\mu\rho^2}{r^3}\left[\frac{1}{2}\delta\left(\sin.^2\psi - \frac{1}{3}\right) + Y_2 + \frac{\rho}{r}Y_3 + \frac{\rho^2}{r^2}Y_4 + \text{etc.}\right].$$

On sait aussi que la partie de cette fonction qui proviendrait de la non sphéricité de la lune, ne donne lieu à aucun effet sensible dans le mouvement du satellite autour de la terre; c'est pourquoi nous n'y aurons point égard. De plus, à cause de la rapidité de la rotation de la terre, il est évident que son action sur la lune est sensiblement la même que si la terre était un solide de révolution. Dans cette supposition, les quantités Y_2, Y_3, Y_4, etc., ne dépendent que de la déclinaison ψ de la lune, et sont indépendantes de son ascension droite. On a

$$Y_2 = \eta\left(\frac{1}{3} - \sin.^2\psi\right);$$

η étant l'aplatissement de la terre supposée elliptique, et ρ désignant alors le rayon qui aboutit au parallèle dont le sinus de la latitude est $\sqrt{\frac{1}{3}}$. Nous ferons

$$\eta - \frac{1}{2}\delta = b;$$

et comme on a $\delta = \frac{1}{289}$ et $\eta = \frac{1}{290}$, la constante b sera $\frac{1}{2}\eta$, à très-peu près. On aura aussi

$$Y_3 = b'\left(\sin.^3\psi - \frac{3}{5}\sin.\psi\right);$$

b' désignant un coefficient constant, qui dépendra de la différence d'aplatissement des deux hémisphères. M. Bessel a trouvé qu'on satisfait aux observations du pendule, faites dans ces deux parties de la terre, en prenant

$$b' = 0{,}000\,3345,$$

et supposant nulles les autres quantités Y_4, Y_5, etc.; mais, quelles qu'elles soient, on pourra toujours les négliger, dans l'expression de R' où elles sont multipliées par des puissances de $\frac{\rho}{r}$ supérieures à la première. On aura donc simplement

$$R' = -\frac{\mu\rho^2}{r^3}\left[b\left(\frac{1}{3} - \sin.^2\psi\right) + \frac{b'\rho}{r}\left(\sin.^3\psi - \frac{3}{5}\sin.\psi\right)\right]. \quad (\alpha).$$

(44) Si l'on appelle v la longitude de la lune, comptée dans

le plan de l'écliptique mobile, à partir de l'équinoxe du printemps; que l'on désigne par φ sa latitude au-dessus de ce plan; et que x, y, z, soient ses trois coordonnées rapportées à la perpendiculaire au même plan, à la ligne des équinoxes, et à une perpendiculaire à ces deux droites, on aura

$$x = r \sin.\varphi, \quad y = r \cos.\varphi \cos.v, \quad z = r \cos.\varphi \sin.v.$$

Pour appliquer ces formules à un point quelconque de l'axe de la terre, il y faudra faire

$$v = 90°, \quad \varphi = 90° - i,$$

en représentant par i l'obliquité de l'écliptique. Si donc on désigne par x', y', z', r', ce que deviennent x, y, z, r, relativement à ce point, on aura

$$x' = r' \cos.i, \quad y' = 0, \quad z' = r' \sin.i.$$

Or, l'angle compris entre les deux rayons r et r' est le complément de la déclinaison de la lune; on aura donc

$$\sin.\psi = \frac{xx' + yy' + zz'}{rr'},$$

et, par conséquent,

$$\sin.\psi = \sin.\varphi \cos.i + \cos.\varphi \sin.v \sin.i, \qquad (6)$$

pour la valeur de $\sin.\psi$ qu'il faudra substituer dans la formule (α).

En mettant ensuite dans cette même formule, pour r, φ, v, leurs valeurs données par les équations du mouvement elliptique, et ajoutant la valeur de R' à celle qui est donnée par la formule (c), on aura l'expression complète de la fonc-

tion perturbatrice, due à l'action du soleil sur la lune et à la non sphéricité de la terre.

(45) Je ferai d'abord abstraction de la partie de R′ qui résulte de la différence des deux hémisphères, et je réduirai, en conséquence, la formule (α) à sa première partie, savoir,

$$R' = -\frac{\mu\rho^2 b}{r^3}\left(\frac{1}{3} - \sin.^2\psi\right).$$

Si l'on néglige les quantités du second ordre par rapport à e et γ, dans les formules des n°s 1 et 2, on aura

$$r = a - ae\cos.(nt + \varepsilon - \varpi),$$
$$v = nt + \varepsilon + 2e\sin.(nt + \varepsilon - \varpi),$$
$$\varphi = \gamma\sin.(nt + \varepsilon - \alpha);$$

et quoique les angles v et φ qui sont compris dans la formule (ϐ), se rapportent à l'écliptique mobile, on y pourra substituer ces valeurs de v et φ relatives à l'écliptique fixe, en négligeant les termes qui proviendraient de l'angle γ' des deux écliptiques. On aura alors

$$\sin.\psi = \sin.i\sin.(nt + \varepsilon) + \gamma\cos.i\sin.(nt + \varepsilon - \alpha)$$
$$- e\sin.i\sin.\varpi + e\sin.i\sin.(2nt + 2\varepsilon - \varpi).$$

Je substitue cette valeur de sin. ψ et celle de r, dans la valeur précédente de R′; je néglige toujours les carrés et le produit de e et de γ; et, en conservant seulement les termes périodiques et indépendants de $nt + \varepsilon$, il vient

$$R' = \frac{\mu\rho^2 b\gamma}{2a^3}\sin.2i\cos.\alpha.$$

Cette valeur de R′ ne contenant ni e, ni ω, il n'en résultera, d'après les équations (10), aucune inégalité dans l'excentricité e, et celle qui en résultera dans la longitude ϖ du périgée, ou dans l'angle $\omega + \alpha$, aura γ pour facteur et pourra être négligée. En substituant R′ au lieu de R, dans les deux dernières équations (10), et mettant $n^2 a^3$ au lieu de μ, on aura

$$d\gamma = -\frac{nb\rho^2}{2a^2} \sin. 2i \sin. \alpha dt,$$

$$d\alpha = -\frac{nb\rho^2}{2a^2\gamma} \sin. 2i \cos. \alpha dt.$$

Dans ces formules, i est l'inclinaison de l'équateur sur l'écliptique vraie, et la longitude α a pour origine l'intersection de ces deux plans; ces angles i et α sont donc affectés de la précession des équinoxes et de la nutation de l'axe de la terre; mais on peut négliger ces variations, à cause de leur lenteur ou de leur peu d'étendue. En intégrant, on regardera donc i comme une constante, et l'on prendra hdt (n° 9) pour la différentielle de α; ce qui donnera

$$\delta\gamma = \frac{nb\rho^2}{2ha^2} \sin. 2i \cos. \alpha,$$

$$\delta\alpha = -\frac{nb\rho^2}{2ha^2\gamma} \sin. 2i \sin. \alpha,$$

pour les principales inégalités de l'inclinaison et du nœud de l'orbite lunaire, dues à la non sphéricité de la terre.

Si l'on augmente γ et α, de ces valeurs de $\delta\gamma$ et $\delta\alpha$, dans l'expression de φ, et que l'on représente par $\delta\varphi$ l'augmentation correspondante de cet angle, on aura

40.

$$\delta\varphi = \frac{nb\rho^2}{2ha^2}\sin.2i\sin.(nt+\varepsilon)$$

pour l'inégalité de la lune en latitude qui dépend de la figure de la terre, et dont l'argument est la longitude moyenne du satellite, comptée de l'équinoxe du printemps.

(46) Le demi grand axe a et le moyen mouvement ζ ne contiendront aucun terme provenant de la valeur de R' dont on vient de faire usage. En la substituant, à la place de R, dans la formule (11), négligeant le cube de γ, et mettant n^2a^3 au lieu de μ, on aura

$$d\varepsilon = -\frac{13nb\rho^2\gamma}{4a^2}\sin.2i\cos.\alpha\, dt.$$

Mais, d'après la valeur qu'on vient de trouver pour $\delta\gamma$, il est évident que la partie de $d\varepsilon$, qui provient de l'action du soleil sur la lune, et qui est donnée par la formule (F), renfermera un terme semblable à la valeur précédente de $d\varepsilon$; en sorte que l'action du soleil sur la lune est modifiée par la variation de l'inclinaison de l'orbite lunaire, due à la non sphéricité de la terre, et qu'il faut avoir égard à cette modification dans le calcul de la valeur de $d\varepsilon$.

En réduisant dans la valeur de $\delta\gamma$, la quantité h à son premier terme $-\frac{3}{4}m^2n$ (n° 37), on a

$$\delta\gamma = -\frac{2b\rho^2}{3m^2a^2}\sin.2i\cos.\alpha;$$

et si l'on augmente γ, de cette quantité $\delta\gamma$, dans la formule (F), il en résulte

$$d\varepsilon = -\frac{3nb\rho^2\gamma}{2a^2}\sin.2i\cos.\alpha\, dt.$$

En ajoutant donc cette valeur de $d\varepsilon$ à la précédente, on aura pour la valeur complète de cette différentielle,

$$d\varepsilon = -\frac{19nb\rho^2\gamma}{2a^2}\sin.2i\cos.\alpha\, dt;$$

et en intégrant, il en résultera

$$\delta\varepsilon = -\frac{19nb\rho^2\gamma}{2ha^2}\sin.2i\sin.\alpha;$$

ce qui exprimera la principale inégalité de la lune en longitude, due à la non sphéricité de la terre.

(47) Les valeurs de $\delta\varphi$ et de $\delta\varepsilon$ ou δv, coïncident avec celles que Laplace a trouvées le premier, par une méthode différente. Pour convertir leurs coefficients en nombres, on prendra

$$\frac{\rho}{a} = \frac{1}{60{,}197}, \quad \frac{h}{n} = -0{,}040217,$$
$$i = 23^\circ\ 28', \quad \gamma = 5^\circ\ 8'\ 47'', \quad b = \frac{1}{2.290};$$

et il en résultera

$$\delta v = 7'',58.\sin.\alpha,$$
$$\delta\varphi = -8'',88.\sin.(nt+\varepsilon).$$

Selon M. Burg, ces coefficients seraient $6'',80$ et $-8'',00$; ce qui est un peu moindre que ceux que nous trouvons, en prenant $\frac{1}{290}$ pour l'aplatissement de la terre.

Dans le mouvement elliptique, l'expression de la longitude v, donnée par la formule (6), renferme le terme

$$-\frac{1}{4}\gamma^2 \sin. 2(nt+\varepsilon-\alpha);$$

en y augmentant γ et α des valeurs qu'on vient de trouver pour $\delta\gamma$ et $\delta\alpha$, il en résultera une inégalité du même ordre analytique que la valeur précédente de $\delta\varepsilon$, mais beaucoup moindre à raison de son coefficient numérique : cette inégalité en longitude sera

$$-\frac{nb\rho^2\gamma}{4ha^2}\sin. 2i \sin.(2nt+2\varepsilon-3\alpha),$$

et ne s'élèvera pas à deux dixièmes de seconde.

(48) Les termes de R', susceptibles de croître dans le plus grand rapport par l'intégration, sont ceux qui ont pour argument l'angle $\beta+2\alpha$. En examinant les formules (α) et (β), il est aisé de voir qu'ils ne peuvent provenir que de la partie de R' relative à la différence des deux hémisphères de la terre; c'est cette partie que nous allons maintenant considérer; et nous nous bornerons à déterminer, parmi les inégalités qui en résultent, celles dont $\beta+2\alpha$ est l'argument.

Je réduis la formule (α) à sa seconde partie, savoir,

$$R'=\frac{\mu\rho^3 b'}{5r^4}(3\sin.\psi-5\sin.^3\psi).$$

Après y avoir mis pour r et $\sin.\psi$ leurs valeurs, si on la développe en une série de sinus et de cosinus des multiples de $nt+\varepsilon$, et que l'on désigne par P la partie de ce développement indépendante de cet angle, on aura, comme dans le n° 15,

$$P = \frac{1}{2\pi a^2 \sqrt{1-e^2}} \int_{\omega}^{\omega+2\pi} R' r^2 d\theta;$$

ce qui signifie que P est la partie indépendante de θ dans le développement de $\frac{R' r^2}{a^2 \sqrt{1-e^2}}$, en série de sinus et cosinus des multiples de θ.

Pour l'objet que nous nous proposons, il s'agira donc d'obtenir le terme relatif à l'argument $\beta + 2\alpha$, dans cette partie du développement de

$$\frac{\mu \rho^3 b'}{a^2 r^2 \sqrt{1-e^2}} \left(\frac{3}{5} \sin.\psi - \sin.^3\psi\right).$$

Ce terme aura pour facteur $e\gamma^2$; par conséquent, pour le déterminer, on pourra réduire la quantité $\frac{1}{r^2 \sqrt{1-e^2}}$ à la partie $\frac{2e \cos.(\theta-\omega)}{a^2}$, dépendante de la première puissance de e, et changer la fonction que nous considérons, en celle-ci:

$$\frac{2\mu\rho^3 b' e}{a^4} \left(\frac{3}{5} \sin.\psi - \sin.^3\psi\right) \cos.(\theta-\omega).$$

En négligeant le cube de γ, on a

$$\varphi = \gamma \sin.\theta, \quad v = \theta + \alpha - \frac{1}{4}\gamma^2 \sin.2\theta;$$

d'après la formule (β), il en résulte

$$\sin.\psi = \sin.i \sin.(\theta+\alpha) + \gamma \cos.i \sin.\theta - \frac{1}{2}\gamma^2 \sin.i \sin.\theta \cos.\alpha;$$

et si l'on substitue cette valeur dans la fonction précédente, et que l'on rejette tous les termes dépendants de l'angle θ,

on trouve

$$\frac{3\mu\rho^3 b' e}{a^4}\Big[\Big(\frac{1}{5}-\frac{1}{2}\sin.^2 i\Big)\gamma\cos. i\sin.\omega$$

$$+\Big(\frac{1}{5}-\frac{1}{4}\sin.^2 i-\frac{\gamma^2}{20}-\frac{1}{2}\gamma^2\cos.^2 i+\frac{3}{16}\gamma^2\sin.^2 i\Big)\sin. i\sin.(\omega+\alpha)$$

$$-\frac{3}{4}\Big(\frac{2}{5}-\frac{1}{2}\sin.^2 i\Big)\gamma^2\sin. i\sin.(\omega-\alpha)$$

$$-\frac{1}{4}\gamma\sin.^2 i\cos. i\sin.(\omega+2\alpha)+\frac{1}{16}\gamma^2\sin.^3 i\sin.(\omega+3\alpha)\Big].$$

Or, si l'on observe que l'on a, d'après la formule (8),

$$\omega = 6-\alpha+\frac{1}{4}\gamma^2\sin. 2(6-\alpha),$$

on en conclut que le dernier terme de la fonction précédente est le seul qui puisse fournir l'argument $6+2\alpha$; et, en appelant Q le terme relatif à cet argument, on aura

$$Q=\frac{3\mu\rho^3 b' e\gamma^2}{16 a^4}\sin.^3 i\sin.(6+2\alpha).$$

(49) Je substitue cette quantité à la place de R dans les quatre dernières formules (10). En conservant seulement le terme de l'ordre le moins élevé dans chaque formule, ce qui permet de prendre $6-\alpha$ pour l'angle ω, et mettant $n^2 a^3$ au lieu de μ, il vient

$$de=\frac{3n\rho^3 b'\gamma^2}{16 a^3}\sin.^3 i\cos.(6+2\alpha)dt,$$

$$d6=-\frac{3n\rho^3 b'\gamma^2}{16 a^3 e}\sin.^3 i\sin.(6+2\alpha)dt,$$

$$d\gamma=\frac{3n\rho^3 b' e\gamma}{8a^3}\sin.^3 i\cos.(6+2\alpha)dt,$$

$$d\alpha=-\frac{3n\rho^3 b' e}{8a^3}\sin.^3 i\sin.(6+2\alpha)dt.$$

En intégrant, on aura les termes de e, θ, γ, α, qui ont, pour argument, l'angle $\theta+2\alpha$, et qui feront connaître immédiatement les inégalités du rayon vecteur r et de la latitude φ, dépendantes de la différence des deux hémisphères terrestres. Nous n'aurons besoin que des termes de e^2 et $\frac{1}{2}\gamma^2$, savoir,

$$e^2=\frac{1}{2}\gamma^2=\frac{3n\rho^3b'e\gamma^2}{8a^3(k+2h)}\sin.^3 i\sin.(\theta+2\alpha).$$

Le demi grand axe a, et, par suite, le moyen mouvement ζ, ne renfermeront aucun terme résultant de la valeur de Q que nous considérons. En la mettant au lieu de R dans la formule (11), et conservant seulement le terme de l'ordre le moins élevé, on a

$$d\varepsilon=-\frac{57\mu\rho^3b'e\gamma^2}{32a^6n}\sin.^3 i\sin.(\theta+2\alpha)\,dt.$$

On aura aussi, comme dans le n° 46, une autre partie de $d\varepsilon$, provenant de l'action du soleil modifiée par les variations précédentes de e^2 et de γ^2. Cette partie de $d\varepsilon$ s'obtiendra en substituant ces valeurs de e^2 et γ^2 dans la partie

$$d\varepsilon=\frac{9}{8}m^2n(\gamma^2-e^2)dt$$

de la formule (F); ce qui donne

$$d\varepsilon=\frac{27m^2n^2\rho^3b'e\gamma^2}{64a^3(k+2h)}\sin.^3 i\sin.(\theta+2\alpha)\,dt.$$

En ajoutant donc cette seconde partie de $d\varepsilon$ à la première, et observant que $\mu=a^3n^2$, on aura, pour la valeur complète de cette différentielle,

$$d\varepsilon = \frac{3\rho^3 b' e \gamma^2 n}{64 a^3}\left(\frac{9m^2 n}{k+2h} - 38\right)\sin.^3 i \sin.(6 + 2\alpha)\,dt.$$

L'intégrale de cette formule exprimera le terme principal de l'inégalité à longue période qui affecte la longitude de la lune, et qui provient de la différence des deux hémisphères de la terre. En appelant δv cette partie de v, on aura donc, dans cette première approximation,

$$\delta v = -\frac{3\rho^3 b' e \gamma^2 n}{64 a^3 (k+2h)}\left(\frac{9m^2 n}{k+2h} - 38\right)\sin.^3 i \cos.(6 + 2\alpha).$$

(50) D'après les valeurs numériques des quantités contenues dans le coefficient de cette inégalité, elle ne s'élève pas à un millième de seconde; ce qui dispense d'y avoir aucun égard. Elle pourrait aussi résulter des termes de la quantité P du n° 48, qui dépendent des angles $6 + \alpha$ et 6, en les combinant, avant l'intégration, avec le premier et le second terme de la nutation, dont les arguments sont α et 2α; et qui entrent dans ces termes de P à raison de l'angle i que renferme la valeur de φ.

M. Plana a déterminé cette inégalité en deux endroits de son ouvrage (*). Il faut évidemment changer le signe de la seconde expression qu'il a trouvée; et elle a aussi, évidemment, le facteur m^2 de trop à son dénominateur, ce qui lui a fait évaluer beaucoup trop haut la limite de cette inégalité. Mais après ces rectifications, les deux expressions de son coefficient ne s'accordent ni entre elles, ni avec celle du coefficient que je viens de déterminer; car en le réduisant,

(*) Tome I, pages 173 et 482.

par exemple, à sa partie principale, c'est-à-dire, à la partie qui renferme le diviseur $(k+2h)^2$, ce coefficient est, d'après les notations précédentes, la quantité

$$-\frac{\rho^3 b' e\gamma^2 m^2 n^2 \sin.^3 i}{a^3 (k+2h)^2}$$

multipliée par $\frac{135}{32}$, dans le premier résultat de M. Plana, et seulement par $\frac{27}{16}$, dans le second : ce facteur numérique est $\frac{27}{64}$ dans le résultat du numéro précédent.

§ V.

Inégalités des mouvements du soleil et de la lune, qui dépendent de la masse du satellite.

(51) Abstraction faite de l'action des planètes, le mouvement du centre de gravité de la terre et de la lune autour du soleil est elliptique, en négligeant les quantités de l'ordre du produit $\frac{\lambda r^2}{r'^2}$, dans lequel λ, r, r', sont, comme précédemment, le rapport de la masse de la lune à celle de la terre, et les distances de la lune et du soleil à la terre. Le mouvement de la terre autour du soleil n'est elliptique, et ne coïncide avec celui du centre de gravité de la terre et de la lune, qu'en négligeant les quantités de l'ordre de $\frac{\lambda r}{r'}$; en sorte que si l'on a égard à ces quantités, il faut ajouter aux formules du mouvement elliptique de la terre, des inégalités dépendantes de la masse de la lune, que l'on appelle *équations lunaires* de ce mouvement, et qui se déterminent sans aucune difficulté.

Pour cela, soient $x_{,}, y_{,}, z_{,}$, les coordonnées du centre de la lune, rapportées à trois axes rectangulaires, passant par le centre de gravité de la lune et de la terre; désignons par ξ, η, χ, les trois coordonnées du centre de la terre, rapportées aux mêmes axes; nous aurons

$$\lambda x_{,} + \xi = 0, \quad \lambda y_{,} + \eta = 0, \quad \lambda z_{,} + \chi = 0.$$

Soient aussi X, Y, Z, les coordonnées de ce centre de gravité, et X', Y', Z', les coordonnées du centre de la terre, rapportées, les unes et les autres, à des axes parallèles à ceux des $x_{,}, y_{,}, z_{,}$, et passant par le centre du soleil; de sorte qu'on ait

$$X' = X + \xi, \quad Y' = Y + \eta, \quad Z' = Z + \chi,$$

et, par conséquent,

$$X' = X - \lambda x_{,}, \quad Y' = Y - \lambda y_{,}, \quad Z' = Z - \lambda z_{,}.$$

En négligeant le carré de λ, on prendra, dans ces formules, les coordonnées x, y, z, du centre de la lune par rapport à celui de la terre, au lieu de $x_{,}, y_{,}, z_{,}$; et, en prenant aussi X, Y, Z, pour les coordonnées du mouvement elliptique de la terre, les seconds termes de ces formules feront connaître les perturbations de la terre, dues à l'action de la lune.

Soient, par exemple, u la longitude du centre de gravite de la terre et de la lune, et $u + \delta u$ la longitude de la terre, comptées, l'une et l'autre, dans le plan des X et Y, à partir de l'axe des X; on aura

$$\cos. u = \frac{X}{\sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2}},$$

$$\cos. (u + \delta u) = \frac{X - \lambda x_{,}}{\sqrt{(X - \lambda x_{,})^2 + (Y - \lambda y_{,})^2 + (Z - \lambda z_{,})^2}};$$

d'où l'on tire

$$\sin. u\, \delta u = \frac{\lambda x}{\sqrt{X^2+Y^2+Z^2}} - \frac{\lambda X(Xx+Yy+Zz)}{(X^2+Y^2+Z^2)^{\frac{3}{2}}},$$

en négligeant le carré de λ. Si l'on appelle, comme dans les paragraphes précédents, x', y', z', v', les coordonnées elliptiques et la longitude du soleil, rapportées au centre de la terre, on aura

$$X = -x', \quad Y = -y', \quad Z = -z', \quad u = v' + 180°;$$

et, à cause de

$$\sqrt{x'^2+y'^2+z'^2} = r',$$

il en résultera

$$\sin. v'\, \delta u = \frac{\lambda x'(xx'+yy'+zz')}{r'^3} - \frac{\lambda x}{r'}.$$

Si l'on néglige la latitude du soleil et le carré de l'inclinaison γ de l'orbite lunaire, et que l'on appelle v la longitude de la lune comptée dans le même plan et à partir de la même droite que v', on a aussi

$$x' = r' \cos. v', \quad y' = r' \sin. v', \quad z' = 0,$$
$$x = r \cos. v, \quad y = r \sin. v;$$

on aura donc

$$\sin. v'\, \delta u = \frac{\lambda r}{r'}[\cos.(v-v')\cos. v' - \cos. v];$$

ce qui donne

$$\delta u = \frac{\lambda r}{r'} \sin.(v-v')$$

pour l'inégalité lunaire du mouvement apparent du soleil en longitude.

On peut prendre, dans son coefficient,

$$\frac{r}{r'} = \frac{8''\,60'}{\sin.\,3421''};$$

sa valeur, que Delambre a déduite des observations, est 7",50; en l'adoptant, on aurait donc

$$\lambda = \frac{75.\sin.\,3421''}{86} = \frac{1}{69{,}22};$$

ce qui surpasse la valeur de λ déduite du phénomène des marées (n° 32).

(52) Les inégalités du mouvement de la terre, dues à l'action de la lune, produisent réciproquement d'autres inégalités dans le mouvement du satellite, que l'on déterminera de la manière suivante.

D'après ce qu'on vient de voir, on aura

$$x' = -X + \lambda x_1, \quad y' = -Y + \lambda y_1, \quad z' = -Z + \lambda z_1,$$

pour les valeurs de x', y', z', qu'on devra employer dans l'expression de la fonction perturbatrice R, savoir (n° 12),

$$R = \frac{\mu'(xx' + yy' + zz')}{(x'^2 + y'^2 + z'^2)^{\frac{3}{2}}} - \frac{\mu'}{\sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2}}.$$

En la développant préalablement, suivant les puissances et les produits de x, y, z, négligeant les termes du 3e ordre par rapport à ces quantités, et supprimant le terme

$$-\frac{\mu'}{\sqrt{x'^2 + y'^2 + z'^2}},$$

indépendant des coordonnées de la lune, on a

$$R = \frac{\mu'(x^2+y^2+z^2)}{2(x'^2+y'^2+z'^2)^{\frac{2}{3}}} - \frac{3\mu'(xx'+yy'+zz')^2}{2(x'^2+y'^2+z'^2)^{\frac{3}{2}}}.$$

Je substitue, dans cette expression, les valeurs précédentes de x', y', z', et je désigne par R_1 la partie de R dépendante de la première puissance de λ; il vient

$$R = \frac{3\lambda\mu'(x^2+y^2+z^2)(Xx_1+Yy_1+Zz_1)}{2(X^2+Y^2+Z^2)^{\frac{5}{2}}}$$
$$+ \frac{3\lambda\mu'(Xx+Yy+Zz)(xx_1+yy_1+zz_1)}{(X^2+Y^2+Z^2)^{\frac{5}{2}}}$$
$$- \frac{15\lambda\mu'(Xx+Yy+Zz)^2(Xx_1+Yy_1+Zz_1)}{2(X^2+Y^2+Z^2)^{\frac{7}{2}}};$$

ce qui sera la fonction perturbatrice du mouvement de la lune, due à l'action de ce satellite sur la terre.

En négligeant toujours le carré de γ et l'inclinaison γ' de l'écliptique mobile sur l'écliptique fixe, on supprimera le produit zz_1 dans cette expression, et l'on y fera, en outre,

$$X = -x' = -r'\cos.v', \quad Y = -y' = -r'\sin.v', \quad Z = -z' = o.$$

A cause de $x^2+y^2+z^2=r^2$, il en résultera

$$R_1 = \frac{3\lambda\mu'}{2r'^4}[(5(x\cos.v'+y\sin.v')^2 - r^2)(x_1\cos.v'+y_1\sin.v')$$
$$-2(x\cos.v'+y\sin.v')(xx_1+yy_1)].$$

On devra prendre aussi x et y pour x_1 et y_1; mais la fonction perturbatrice ne devant être différentiée que par rapport aux éléments elliptiques de la lune, provenant de ses coordonnées, on ne fera $x=x_1$ et $y=y_1$ qu'après avoir effectué cette opération; ce qui reviendra à faire d'abord

$$x = r\cos.v, \quad y = r\sin.v, \quad x_{,} = r_{,}\cos.v_{,}, \quad y_{,} = r_{,}\sin.v_{,},$$

d'où il résultera

$$\mathrm{R}_{,} = \frac{3\lambda\mu' r^2 r_{,}}{2r'^4}\Big[\Big(\frac{3}{2} + \frac{5}{2}\cos.2(v - v')\Big)\cos.(v_{,} - v') \\ - 2\cos.(v - v')\cos.(v - v_{,})\Big],$$

et à supprimer les accents inférieurs, après les différentiations.

(53) Au moyen de cette formule, nous pouvons calculer, par exemple, la partie de l'équation parallactique qui dépend de la masse de la lune. En négligeant le carré de l'excentricité, et mettant ζ au lieu de nt (n° 4), on a

$$v = \zeta + \varepsilon + 2e\sin.(\zeta + \varepsilon - 6).$$

L'argument de cette inégalité de la longitude étant $nt + \varepsilon - n't - \varepsilon'$, il s'ensuit qu'elle proviendra des termes de ζ et de ε qui répondent à cet argument, et des termes de e et 6 relatifs à l'argument $n't + \varepsilon' - 6$.

Pour déterminer les premiers, je fais

$$r = a, \quad v = nt + \varepsilon, \quad r' = a', \quad v' = n't + \varepsilon'.$$

En conservant seulement les termes relatifs à l'argument $nt + \varepsilon - n't - \varepsilon'$, on aura

$$\frac{d\mathrm{R}_{,}}{d\varepsilon} = -\frac{3\lambda\mu' a^3}{4a'^4}\sin.(nt + \varepsilon - n't - \varepsilon'),$$

$$\frac{d\mathrm{R}_{,}}{da} = \frac{9\lambda\mu' a^2}{4a'^4}\cos.(nt + \varepsilon - n't - \varepsilon').$$

Donc, à cause de

$$\frac{dR}{dc}=\frac{dR}{d\varepsilon},\quad \mu'=m^2n^2a'^3,$$

et si l'on néglige n' ou mn par rapport à n, la première équation (10) et la formule (11) donneront, en intégrant,

$$\delta a=-\frac{3\lambda m^2a^2}{2a'}\cos.(nt+\varepsilon-n't-\varepsilon'),$$
$$\delta\varepsilon=\frac{9\lambda m^2 a}{2a'}\sin.(nt+\varepsilon-n't-\varepsilon'),$$

pour les termes de a et de ε qu'il s'agissait d'obtenir : le terme correspondant de ζ, savoir (n° 19),

$$\delta\zeta=-\frac{3n}{2a}\int\delta a\,dt,$$

aura, en même temps, pour valeur,

$$\delta\zeta=\frac{9\lambda m^2a}{4a'}\sin.(nt+\varepsilon-n't-\varepsilon').$$

Si nous prenons

$$r=a-ae\cos.(nt+\varepsilon-\varpi),$$
$$v=nt+\varepsilon+2e\sin.(nt+\varepsilon-\varpi),$$

et que nous fassions toujours

$$r'=a',\quad v'=n't+\varepsilon',\quad \mu'=m^2n^2a'^3,$$

nous aurons

$$\frac{dR_1}{d\varpi}=-\frac{15\lambda m^2n^2a^3e}{8a'}\sin.(n't+\varepsilon'-\varpi),$$
$$\frac{dR_1}{de}=-\frac{15\lambda m^2n^2a^3}{8a'}\cos.(n't+\varepsilon'-\varpi),$$

pour les termes de ces différences partielles, qui répondent à l'angle $n't+\varepsilon'-\varpi$. Par conséquent, en observant que

$$d\varpi = d\omega + d\alpha, \quad \frac{dR}{d\omega} = \frac{dR}{d\varpi}, \quad n' = mn,$$

les termes de e et de ϖ, relatifs à cet argument et de l'ordre le moins élevé, seront, en vertu de la troisième, la quatrième et la sixième équation (10),

$$\delta e = \frac{15\lambda ma}{8a'} \cos.(n't+\varepsilon'-\varpi),$$

$$\delta \varpi = \frac{15\lambda ma}{8a'e} \sin.(n't+\varepsilon'-\varpi).$$

J'augmente, dans l'expression de v, les éléments ζ, ε, e, ϖ, de ces valeurs de $\delta\zeta$, $\delta\varepsilon$, δe, $\delta\varpi$; je néglige e dans le résultat; et je conserve seulement les termes relatifs à l'argument $nt+\varepsilon-n't-\varepsilon'$: en désignant par δv l'accroissement correspondant de v, il vient

$$\delta v = \frac{3\lambda ma}{4a'}(5+9m)\sin.(nt+\varepsilon-n't-\varepsilon');$$

ce qui est la partie de l'équation parallactique dépendante de la masse de la lune, laquelle partie est conforme à ce qu'on a supposé dans le n° 35.

(54) Je vais maintenant vérifier ce qui a été dit précédemment (n° 18), que la partie de la fonction perturbatrice qui dépend de la masse de la lune, c'est-à-dire, la partie $R_{,}$ de cette fonction, ne donne lieu à aucune inégalité du demi

grand axe a, indépendante du moyen mouvement du satellite.

En effet, en changeant r_1 et v_1 en r et v après la différentiation par rapport à c, nous aurons d'abord

$$\frac{dR_1}{dc} = \frac{3\lambda\mu'}{4r'^4}\left([5\cos.3(v-v') + 3\cos.(v-v')]r^2\frac{dr}{dc}\right.$$
$$\left.-[5\sin.3(v-v') + \sin.(v-v')]r^3\frac{dv}{dc}\right);$$

quantité que l'on peut écrire sous cette autre forme :

$$\frac{dR_1}{dc} = \frac{\lambda\mu'}{4r'^4}\,\frac{d([5\cos.3(v-v') + 3\cos.(v-v')]\,r^3)}{dc};$$

et comme cette valeur de $\frac{dR_1}{dc}$, que l'on devra employer à la place de $\frac{dR}{dc}$ dans la première équation (10), ne renfermera aucun terme indépendant de c, et, par conséquent, de l'angle $nt+c$, il s'ensuit que la valeur de a, déduite de cette équation, ne contiendra pas non plus de termes indépendants du moyen mouvement de la lune; ce qui est conforme au théorème sur l'invariabilité des grands axes.

La même démonstration subsisterait encore si l'on n'eût pas négligé, pour abréger (nº 52), les quantités γ^2 et γ' dans l'expression de R_1 dont nous avons fait usage.

On peut remarquer que la valeur précédente de $\frac{dR_1}{dc}$ est précisément le tiers de celle qui aurait lieu, si l'on faisait $r_1 = r$ et $v_1 = v$ dans R_1, avant de différentier par rapport à c. Il en serait de même à l'égard des différences partielles de R_1 par rapport aux autres éléments elliptiques.

42.

(55) Il y a trois phénomènes qui peuvent servir à déterminer la masse de la lune, c'est-à-dire, la valeur de la quantité λ comprise dans les formules précédentes. On emploie, à cet effet, l'équation lunaire du mouvement du soleil, qui donne, comme on l'a vu plus haut, à très-peu près $\frac{1}{69}$ pour cette valeur de λ. On la déduit aussi des hauteurs des marées lunaires comparées à celles des marées solaires, et enfin de la *nutation* de l'axe de la terre, déterminée par l'observation. Il est bon de donner ici les résultats de ces deux autres méthodes.

Les actions du soleil et de la lune, soit pour soulever les eaux de la mer, soit pour faire tourner la terre autour de son centre de gravité, sont entre elles en raison directe des masses de ces deux astres, et inverse du cube de leurs distances moyennes à la terre. En appelant σ ce rapport, et remplaçant celui des distances par le rapport des parallaxes qui ont été désignées par q et p dans le n° 35, on aura donc

$$\sigma = \frac{M\lambda(\sin. p)^3}{M'(\sin. q)^3};$$

M' désignant la masse du soleil, M celle de la terre, et $M\lambda$ celle de la lune. Si l'on représente par g et ρ les mêmes quantités que dans le n° 32, par T' le temps de la révolution du soleil autour de la terre, et par π le rapport de la circonférence au diamètre, on aura aussi (*)

$$\frac{M}{M'+M} = \frac{gT'^2(\sin. q)^3}{4\pi^2\rho}.$$

(*) *Traité de Mécanique*, t. I, p. 477.

En mettant M' au lieu de M + M', on en conclura donc

$$\lambda = \frac{4\pi^2 \rho \sigma}{g T'^2 (\sin. p)^3};$$

formule indépendante de la parallaxe du soleil, et dans laquelle on fera

$$\sin. p = \frac{869}{870} \sin. 3421'', \quad \pi = 3{,}14159,$$

et, en outre,

$$\rho = 6364551, \quad g = 9{,}81645, \quad T' = 31558151,$$

en prenant le mètre et la seconde pour unité de longueur et de temps. Il en résultera

$$\lambda = (0{,}0056536)\sigma;$$

et il ne restera plus qu'à substituer pour σ sa valeur.

Or, la discussion d'une longue suite d'observations des marées a donné, pour cette valeur (*),

$$\sigma = 2{,}35333;$$

ce qui donne

$$\lambda = \frac{1}{75{,}161}.$$

D'un autre côté, si l'on appelle N le coefficient de la nutation en latitude, et ϖ la précession annuelle des équinoxes,

---

(*) M. C., t. V, p. 205.

et si l'on conserve toutes les autres notations précédentes, on aura

$$N = -\frac{\sigma\varpi\gamma}{h\left[1+\sigma\left(1+\frac{3}{2}e^2-\frac{3}{2}\sin.^2\gamma\right)+\frac{3}{2}e'^2\right]},$$

comme il est aisé de le conclure des formules de mon Mémoire sur *le mouvement de la terre autour de son centre de gravité* (*). D'après les observations, on a

$$\varpi = 50'',36482, \quad \gamma = 18528'',$$
$$e = 0,05484, \quad e' = 0,01681,$$
$$h = -(0,0040217)n, \quad n = 17325593'';$$

ce qui donne

$$N = \frac{(13'',38671)\sigma}{1+(0,99202)\sigma}$$

pour la valeur de N exprimée en secondes. Mais en adoptant la valeur

$$N = 8'',977,$$

trouvée par M. de Lindenau, l'équation précédente donne

$$\sigma = 2,00319,$$

et, par conséquent,

$$\lambda = \frac{1}{88,298};$$

ce qui diffère considérablement du premier résultat, lequel supposerait la nutation égale à $9'',448$.

(*) Mémoires de l'Académie, tome VII, page 247.

La différence entre ces deux résultats serait assez petite, si l'on prenait, avec le Dr Brinklei, 9″, 25 pour la valeur de N. C'est, au reste, un point qui n'est pas encore éclairci, et sur lequel on doit appeler l'attention des géomètres et des astronomes.

RECHERCHES

ANATOMIQUES ET PHYSIOLOGIQUES

SUR

LE MARCHANTIA POLYMORPHA,

POUR SERVIR

A L'HISTOIRE DU TISSU CELLULAIRE,

DE L'ÉPIDERME ET DES STOMATES (1).

PAR M. MIRBEL.

Le tissu cellulaire des plantes se forme-t-il par développement continu ou par la réunion d'utricules d'abord libres, puis se greffant entre elles ? Dans le cas de la formation par

(1) A ce Mémoire et au suivant, communiqués à l'Académie, l'un en 1831, l'autre en 1832, je voulais joindre ici un troisième Mémoire dont j'ai rassemblé les matériaux cette année 1833. Par une suite d'exemples tirés de diverses familles, j'aurais prouvé ce que j'ai déja avancé, savoir : que dans la généralité des végétaux, le mode de formation du pollen est à très-peu près le même que dans le potiron. Mais le défaut de temps me force à renvoyer à l'année prochaine la publication de ce travail, que je considère comme un complément nécessaire de la dernière moitié de mon second Mémoire.

développement continu, les nouvelles cellules sont-elles des utricules complètes, pouvant chacune, dans certaines circonstances, se séparer de la masse et offrir alors des vessies entières parfaitement closes ; ou bien les cloisons qui séparent les cellules contiguës sont-elles simples, sont-elles indivisibles si ce n'est par déchirement, de sorte que le tissu cellulaire ne serait pas, à proprement parler, composé d'utricules distinctes ? Doit-on considérer l'enveloppe cellulaire, ou, si l'on veut l'épiderme des plantes, comme la couche la plus extérieure du tissu cellulaire sous-jacent, ou faut-il y voir un organe essentiellement différent de ce tissu par son origine et sa structure? Les stomates s'organisent-ils en même temps que l'enveloppe cellulaire, ou se développent-ils plus tard ? Les cavités ou chambres pneumatiques qui correspondent aux stomates, sont-elles de formation primitive ou secondaire? Ces questions et plusieurs autres, dont la solution est d'un grand intérêt pour l'anatomie et la physiologie végétales, ont donné lieu à de profondes recherches et à de savantes discussions; mais il reste encore quelque chose à faire et à dire, puisque les botanistes ne sont point d'accord.

Trente ans se sont écoulés depuis que, pour la première fois, j'ai publié mes opinions sur plusieurs points que je viens d'indiquer. Elles ont été vivement attaquées. Aujourd'hui je veux les soumettre à ma propre critique : je tâcherai d'être impartial.

Embrasser dans ses recherches un grand nombre de végétaux à la fois, et passer rapidement de l'un à l'autre, récoltant les faits tels que le hasard les présente, sans se mettre en peine de ce qui a précédé et de ce qui suivra, ne me semble pas une bonne méthode pour arriver à des généralités

sur l'organisation et les développements. J'ai procédé d'une tout autre manière. Six mois ont été consacrés à l'étude d'une seule petite plante, le *Marchantia polymorpha*, que l'on ne remarque guère, quoiqu'elle soit très-commune. Peut-être les botanistes me demanderont pourquoi cette préférence accordée à une cryptogame qui, comme la plupart des espèces de cette classe, est dépouvue de bois, ainsi que d'organes creux propres à conduire les fluides, et n'offre, en dernière analyse, qu'un simple tissu cellulaire. La réponse est facile : ce n'est ni le bois, ni les tubes connus sous le nom de vaisseaux que je me suis proposé d'examiner ; c'est le tissu cellulaire avec ses principales modifications, et, par conséquent, une plante tout entière composée de ce tissu convient mieux que toute autre à mon dessein.

Une courte description du *Marchantia* sera suffisante, mais est indispensable pour que l'on puisse comprendre ce que je dirai tout à l'heure de la structure interne et des développements de cette plante.

On la voit souvent dans les lieux humides, au bas des murs et sur les pierres de la margelle des puits. Elle s'étend en lames vertes, alongées, sinuées, espèces de feuilles tantôt appliquées sur le sol, tantôt redressées (1). La face supérieure de ces expansions foliacées est peinte d'étroites bandes verdâtres qui, se croisant en biais, la divisent avec régularité en un grand nombre de petites losanges à surfaces un peu convexes et d'un vert foncé (2). Au milieu de chaque losange on aperçoit à l'œil nu, ou avec le secours d'une faible loupe,

---

(1) Pl. I, fig. 1, 2, 3.
(2) Pl. I, fig. 1, 4.

un point obscur qui n'est autre chose que l'ouverture d'un très-grand stomate (Voy. la note A). La face inférieure produit un long duvet dont les brins indivisés sont de véritables racines, et elle est marquée, en relief, de nervures longitudinales (1). Les principales nervures se prolongent quelquefois au-delà de l'expansion foliacée, en pédoncules, chacun surmonté d'un chapeau à large bord profondément divisé en huit ou neuf lobes épais, ou seulement sinué (2). Sous les divisions des chapeaux lobés sont attachés des péricarpes renfermant une fine poussière jaune, formée d'une innombrable quantité de séminules. Sur les chapeaux à bord sinué sont des ouvertures rondes qui communiquent à des poches intérieures, que les botanistes considèrent comme des anthères.

Le côté du pédoncule qui regarde la face supérieure de l'expansion foliacée, est aplati, et, de même que cette face, il est vert, partagé en losanges et criblé de stomates (3). Au contraire, le côté qui correspond à la partie inférieure de l'expansion est renflé, arrondi, roussâtre ou blanchâtre, et, de même qu'elle, dépourvu de stomates (4).

Sur la face supérieure, on remarque des godets membraneux, semblables à d'élégantes petites corbeilles, dont le bord serait découpé en dents aiguës. Ce sont les réceptacles d'une multitude de bulbilles lenticulaires (5).

C'est assez sur les caractères extérieurs de la plante ; venons

---

(1) Pl. I, fig. 3, *a*, et fig. 2.

(2) Pl. I, fig. 5.

(3) Pl. I, fig. 5, *a*.

(4) Pl. I, fig. 5, 6.

(5) Pl. I, fig. 6.

à sa structure interne, qui est l'objet principal de ce travail. Avant de donner l'histoire des diverses modifications et altérations que le tissu cellulaire éprouve depuis sa naissance jusqu'à son complet développement, je veux montrer l'état de ce tissu dans la plante adulte. Cette voie que je fais suivre au lecteur, je l'ai suivie moi-même dans mes recherches. J'aurais eu plus de peine à saisir l'enchaînement des faits si je n'avais connu d'avance le but que je devais atteindre.

Des lames très-minces de la substance de l'expansion foliacée, obtenues par un grand nombre de coupes longitudinales et transversales, m'ont donné sur la structure du tissu cellulaire des notions positives. La masse du tissu est continue. Il n'y a entre les cellules qui le composent aucun de ces espaces creux que M. Tréviranus a observés dans d'autres plantes, et qu'il a désignés sous le nom de méats intercellulaires (Voy. la note B). Les cellules s'alongent généralement selon la longueur de l'expansion. Ce caractère est très-prononcé dans les nervures, lesquelles sont entièrement formées, ainsi que le reste de la plante, de tissu cellulaire. On ne saurait dire que la face inférieure ait un épiderme, à moins qu'on ne veuille donner ce nom à la dernière couche de cellules d'un tissu cellulaire continu (1). J'ai reconnu cette continuité et tout le monde peut la vérifier. Elle suffirait déja pour faire croire, contre l'avis de plusieurs phytologistes, que l'existence d'un épiderme distinct dans les plantes aériennes n'est pas un fait sans exception.

La face supérieure fournit matière à d'autres observations qui doivent trouver place ici, mais dont on n'appréciera toute

---

(1) Pl. II, fig. 7, et Pl. VI, fig. 46.

la portée que lorsque je parlerai des développements. Le tissu superficiel est une membrane formée d'une seule couche de cellules, lesquelles ne diffèrent des autres que par leurs parois un peu moins minces et un peu plus fermes (1). Immédiatement au-dessous est un espace divisé en petites chambres par des cloisons cellulaires verticales dont la base fait corps avec le tissu sous-jacent, et dont la crête se rattache à cette partie de la face inférieure de la couche superficielle, correspondante aux bandes étroites qui dessinent les losanges visibles à l'extérieur (2). Dès que j'eus constaté ce fait, je jugeai que je touchais au moment de dissiper les doutes qui s'étaient élevés sur l'origine et la nature de l'épiderme végétal. La suite fera voir que je ne me trompais pas.

Chaque petite portion de la couche superficielle bornée par les côtés d'un losange, forme la voûte de l'une des chambres, et chaque chambre reçoit directement l'air, la lumière et l'humidité par l'orifice elliptique d'un stomate unique, situé au centre de la voûte (3).

Les chambres ne sont pas creusées très-profondément dans le tissu sous-jacent. Les cloisons qui limitent l'étendue de chacune d'elles, ainsi que leur aire, sont chargées de papilles noueuses, rameuses ou indivisées, composées de cellules irrégulières attachées bout à bout (4).

La structure des stomates est peut-être plus remarquable ici que dans toute autre plante. Un, deux et quelquefois jusqu'à

---

(1) Pl. II, fig. 8, *b*.
(2) Pl. II, fig. 8, *a*, *c*.
(3) Pl. I, fig. 4, et Pl. II, fig. 8.
(4) Pl. II, fig. 8, *e*.

trois anneaux elliptiques, formés chacun de quatre cellules, et superposés l'un à l'autre, élèvent l'ouverture supérieure un peu au-dessus de la surface de l'expansion, et constituent ce que j'appelle la margelle des stomates (1). Un anneau formé de trois, quatre ou cinq grosses cellules turbinées, dont les bouts amincis s'alongent vers le centre, garnit et rétrécit l'ouverture inférieure. C'est l'anneau obturateur. Il descend assez avant dans la chambre (2).

Existe-t-il entre les différentes chambres d'autres communications que celles qui résultent de la perméabilité des membranes du tissu? Je ne saurais le croire. Pendant plusieurs mois, j'ai examiné avec les microscopes les plus puissants le tissu qui forme l'aire et les cloisons des chambres, et je n'y ai découvert aucun pertuis qui permette aux gaz et aux fluides de passer librement d'une chambre dans l'autre (Voy. la note C). Dernièrement M. Dutrochet a injecté des feuilles de phanérogames au moyen de la machine pneumatique. J'ai employé ce procédé pour introduire dans les expansions foliacées et les pédoncules du *Marchantia* une infusion de garance. L'injection donnait au tissu une teinte d'un vert roux et une certaine roideur. Quand j'essayais de plier les expansions, elles cassaient net. Si l'infusion n'avait pénétré que dans les chambres, les expansions auraient conservé leur souplesse; car le moindre effort eût suffi pour chasser la liqueur en dehors par l'orifice des stomates, plus large, nonobstant l'anneau obturateur, dans les expansions du *Marchantia* que dans aucune autre plante que je con-

(1) Pl. II, fig. 8, *g*, et fig. 9.
(2) Pl. II, fig. 8, *h*, et fig. 9, *c*.

naisse. Je pense donc que les cellules elles-mêmes étaient injectées. On répondra peut-être que cela était impossible, attendu que les cellules sont toujours remplies d'un fluide. Cette assertion n'est rien moins que prouvée du moment qu'on l'énonce en termes si absolus. Sans doute les cellules contiennent souvent ce qu'on appelle de l'*eau de végétation ;* mais cette eau de végétation est plus ou moins abondante, selon l'activité relative de la succion et de la transpiration. Ainsi, quand, par une cause quelconque, la quantité de liquide éliminée par la transpiration surpasse celle qui est introduite par la succion, le tissu devient flasque, parce que les cellules se vident ; et, quand c'est la succion qui l'emporte, le tissu devient ferme, parce que les cellules se remplissent. Le *Marchantia,* comme les autres plantes, est soumis à ces alternatives très-ordinaires et très-connues. Par l'emploi de la machine pneumatique j'ai porté la turgescence à son *maximum ;* les cellules ont été injectées aussi bien que les chambres des stomates; la teinture de garance s'est introduite à la faveur de la perméabilité des membranes, et non d'une autre manière.

Je reviens à l'organisation. La couche cellulaire superficielle des expansions et des pédoncules, les cloisons et l'aire des chambres, les cellules des papilles et celles des stomates, contiennent de la matière verte dans des sphérioles, petites vessies fixées sur les membranes. On obtient la preuve de l'existence des sphérioles en plongeant les cellules dans l'alcool, car, en très-peu de temps, la matière verte se dissout, et l'on voit alors très-distinctement les sphérioles vides et transparentes; et ce qui démontre qu'elles adhèrent aux membranes, c'est que, lorsqu'après avoir déchiré les cel-

lules, on en agite les lambeaux dans un liquide, les sphérioles ne changent pas de place. Elles abondent dans le tissu cellulaire voisin de la surface. Elles deviennent d'autant plus rares qu'elles approchent davantage du centre, et celles qui s'y montrent sont en général incolores et transparentes comme les sphérioles du tissu superficiel après avoir été soumises à l'action de l'alcool.

De petites masses concrètes, ovoïdes, blanches, mamelonnées à la surface, paraissent çà et là dans les cellules du tissu. Je n'ai pu recueillir cette matière pour en reconnaître la nature; je soupçonne que c'est de l'amidon (1).

Les nervures fortes ou faibles, relevées en bosse sur la face inférieure des expansions, sont accompagnées de petites membranes cellulaires invisibles à l'œil nu, qui se portent les unes vers les autres, et se recouvrent mutuellement. Les racines naissantes sont cachées sous ces membranes (2). Plus âgées, elles ne se montrent au dehors que pour s'enfoncer en terre ou pour se mettre en contact direct avec une atmosphère très-humide. Chaque racine est un tube membraneux, long, grêle et transparent. Des pointes, semblables à des poils très-courts, garnissent l'intérieur du tube, dont la surface n'offre aucune ouverture apparente, pas même à son extrémité, qui se termine en *cœcum* (3). A l'ombre et à l'humidité, le tube est rempli d'un fluide incolore qui se dissipe promptement si la plante est transportée dans une atmosphère sèche, et alors le tube se flétrit. Voilà un type de racine dans sa plus simple structure (Voy. la note D.)

(1) Pl. II, fig. 7, *a*, et Pl. VI, fig. 47, *e*.
(2) Pl. VI, fig. 47, *f*, *g*, et fig. 50, *e*.
(3) Pl. II, fig. 10, 11, 12.

Le pédoncule est formé intérieurement d'un tissu de longues et larges cellules. Le côté qui correspond à la face inférieure de l'expansion foliacée ne laisse apercevoir, de même qu'elle, aucun indice d'épiderme distinct du tissu (1). Il est creusé dans sa longueur de deux profondes rainures parallèles, dont les bords étendus en membranes cachent un double faisceau de racines qui descendent vers la terre sans sortir de ces espèces d'étuis (2). Le côté qui correspond à la face supérieure de l'expansion foliacée diffère d'elle en ce que ses stomates sont sensiblement plus petits, que les cellules de l'anneau obturateur sont plus grosses, qu'elles bouchent presque totalement l'orifice inférieur, et qu'enfin les losanges de la superficie sont beaucoup plus alongées, et, par conséquent aussi, les chambres intérieures; car il ne faut pas perdre de vue que les côtés des losanges, indiquant les lignes d'attache des cloisons, donnent la forme et les dimensions des chambres avec la précision d'un plan géométrique (3).

Tels sont les traits principaux de l'organisation du *Marchantia* adulte. Mais, pour prendre une juste idée des choses, nous allons remonter à leur origine, et noter les modifications qu'elles subissent avant d'arriver à l'état définitif que je viens de décrire.

Les chapeaux lobés du *Marchantia* portent suspendus à la partie inférieure de leurs lobes, des espèces de péricarpes

---

(1) Pl. I, fig. 5, *b*, et Pl. II, fig. 13, *b*.

(2) Pl. II, fig. 13, *e*, et fig. 14, *e*, *f*, *g*.

(3) Pl. I, fig. 5 *a*, et Pl. II, fig. 13, *a*, et fig. 14, *a*, et fig. 15, *c*, et fig. 16.

remplis d'une innombrable quantité de séminules jaunes. J'ai observé ces séminules par un grossissement de cinq cents fois le diamètre. Ce sont de simples utricules membraneuses, transparentes, incolores, plus ou moins arrondies, contenant des globules jaunes (1). Semées sur des lames de verre, en serre, à l'ombre, sous cloche, de manière qu'elles étaient environnées perpétuellement d'une atmosphère chaude et humide, elles se dilatèrent en quatre jours, au point que leur diamètre devint trois fois plus grand que dans l'origine. Elles étaient alors parfaitement sphériques, et les globules jaunes que je reconnus alors pour des sphérioles, avaient pris une teinte verdâtre. Peu après, chaque séminule s'alongea dans un point de sa périphérie en un tube fermé à son extrémité (2). J'espérais que les développements se continueraient sur les lames de verre : je fus trompé dans mon attente. L'humidité était extrême ; des animalcules infusoires et des conferves se mêlèrent aux séminules, et celles-ci ne tardèrent pas à se désorganiser.

Ce fut avec peine que je renonçai à l'emploi des lames de verre qui m'offraient le précieux avantage de pouvoir observer au microscope la même séminule à plusieurs époques de sa croissance, sans lui faire éprouver aucun dérangement. Du grès blanc réduit en poudre et légèrement humecté fut substitué au verre. Avec une pointe d'acier mouillée j'enlevai les séminules une à une, et les plaçai à distance convenable. La germination fut prompte et vigoureuse. En agitant les petites plantes dans une goutte d'eau, je parvins à les séparer

---

(1) Pl. I, fig. 5, et Pl. VII, fig. 59, et Pl. III, fig. 17.

(2) Pl. III, fig. 20, 21, 22, 23.

des molécules de grès auxquelles elles s'étaient cramponnées. Il n'y avait pas deux individus qui se ressemblassent, et pourtant l'organisation était essentiellement la même. Dans tous une utricule séminale produisait d'abord un tube comme sur les lames de verre. De cette première utricule ou de ce premier tube naissait bientôt une seconde utricule, puis une troisième, une quatrième, etc., et celles-ci à leur tour engendraient des tubes; et toujours il y avait dans les utricules, et quelquefois dans les tubes, des sphérioles remplies de matière verte. Ce développement d'utricules et de tubes donnait aux divers individus l'air de cordons noueux, souvent ramifiés. Mais le nombre, la grosseur des utricules, la distance qui les séparait, variaient beaucoup; et de même aussi le nombre, la longueur, le point de départ, la direction des tubes; de sorte qu'en définitive chaque individu différait de tous les autres, et se montrait sous une forme irrégulière, plus ou moins bizarre (1). Un peu plus avancées, les petites plantes offraient, dans un point quelconque de leur corps, un assemblage confus d'utricules entassées les unes sur les autres (2). Cette production informe précédait toujours les développements réguliers. Les nouvelles utricules nées de la masse s'arrangeaient avec symétrie, et composaient en commun une lame verte que je ne saurais mieux comparer qu'à une feuille (3).

Ces faits que j'indique ici en peu de mots ont été le sujet d'observations multipliées. Je puis dire que j'ai assisté à la

(1) Pl. III, fig. 25, 26, 27, 28.

(2) Pl. III, fig. 24, 29, *a*, et fig. 30, *a*.

(3) Pl. III, fig. 29 et 30, *b*.

formation du tissu cellulaire du *Marchantia*, et que toutes les circonstances de ce phénomène ont passé successivement sous mes yeux.

Très-certainement ce n'est pas par l'alliance d'utricules d'abord libres que le tissu cellulaire se produit, ainsi que l'ont avancé plusieurs grands observateurs, mais par la force génératrice d'une première utricule qui en engendre d'autres douées de la même propriété. La série des faits est représentée dans mes dessins. Je recommande surtout à l'attention du lecteur le dessin où l'on voit de huit à dix utricules groupées en une masse cellulaire conique et mamelonnée, de la base de laquelle s'alonge un tube fermé à son extrémité (1). L'utricule, mère de toutes les autres, celle d'où naît le tube, est la séminule; elle occupe sa place dans la masse cellulaire; elle ne s'est pas déchirée pour donner passage aux grains qu'elle contenait; ces grains ne se sont pas réunis pour former un tissu; elle les contient encore; ils n'ont pas bougé, et le seul changement visible qu'ils aient éprouvé, c'est qu'ils sont devenus verts de jaunes qu'ils étaient. Quant aux nouvelles utricules, elles se sont produites à la superficie de celles qui les avaient devancées; elles n'en diffèrent que parce qu'elles sont plus jeunes, et cette génération d'êtres similaires et continus durera aussi long-temps que la végétation de la plante, ou, pour parler en termes plus positifs, n'est autre chose que son mode de développement. Ceci n'est pas une hypothèse, c'est l'histoire pure et simple des faits que j'ai observés.

A ce premier âge du *Marchantia*, ce serait vainement que

---

(1) Pl. III, fig. 24, *a*, *b*, *c*.

l'on chercherait dans l'expansion foliacée le plus léger indice de stomates, de chambres et de papilles. Rien de cela n'existe encore. Il en est de même des corbeilles, et par conséquent des bulbilles qu'elles contiendront.

L'apparition d'une corbeille s'annonce par le soulèvement de la couche cellulaire la plus extérieure qui se détache du tissu sous-jacent, et se divise en dentelures convergentes, lesquelles formeront bientôt le bord de la corbeille (1). (Voy. la note E). Si l'on coupe en deux cette corbeille naissante, dans un plan perpendiculaire à sa base, et qu'on en sépare une lame très-mince, on trouve à la surface du tissu sous-jacent les bulbilles, tous bien jeunes encore, mais cependant à différents degrés de croissance (2). Dans les derniers nés on ne distingue que deux utricules, l'une supérieure, l'autre inférieure (3). Celle-ci sert de pédoncule à la première. Elle n'éprouve aucun changement notable dans le cours de son existence. Celle-là est le bulbille, ou plutôt l'enveloppe ou l'espèce de matrice dans laquelle le bulbille ne tardera pas à se produire. Cette utricule est d'abord diaphane; plus avancée, sa transparence se trouble; des traces verdâtres se montrent, et, presque en même temps, des linéaments si faibles, si peu arrêtés que l'œil doute de ce qu'il voit jusqu'au moment où ces linéaments dessinent au net un tissu cellulaire continu (4); et alors l'utricule, sur la paroi de laquelle s'est formé intérieurement ce tissu qui constitue le

---

(1) Pl. IV, fig. 31.
(2) Pl. IV, fig. 32.
(3) Pl. IV, fig. 35.
(4) Pl. IV, fig. 35, *c*.

jeune bulbille, s'évanouit sans qu'il en reste le moindre vestige. On peut donc dire, dans le sens des physiologistes, que l'utricule est absorbée. Autant en arrive à la petite vessie dans laquelle se développe l'embryon des phanérogames (Voy. la note F).

A l'époque de la disparition de l'utricule, le bulbille a la forme d'une palette oblongue; ses cellules contiennent de la matière verte; par l'expansion de leurs parois, elles forment sur les faces et sur les bords, des renflements hémisphériques; elles sont disposées avec symétrie, et il est facile de déterminer leur nombre. Dans un individu, j'en ai compté vingt-sept sur l'une des faces. Dix-sept composaient la bordure; les dix autres, rangées en deux séries, remplissaient l'intérieur (1).

Le bulbille continue de grandir. Son accroissement et la multiplication des utricules sont deux faits corrélatifs et simultanés. Les nouvelles utricules se développent entre les anciennes, et les écartent sans qu'il y ait solution de continuité. Ce fait, incontestable selon moi, renverse à la fois deux hypothèses : celle de la formation du tissu par la réunion d'utricules d'abord libres, et cette autre qui, méconnaissant la composition utriculaire du tissu, veut que les cloisons limitrophes entre les cellules contiguës soient simples comme les lames liquides qui séparent les bulles d'une écume.

Dans mes anciens Mémoires, je me suis montré un des plus zélés partisans de l'accroissement par développement continu, et mes dernières recherches viennent à l'appui de cette théorie; mais je ne puis dire de même touchant la

(1) Pl. IV, fig. 35, *c*.

composition utriculaire du tissu que j'ai niée autrefois, et dont aujourd'hui je confesse la réalité. Les inductions les plus fortes déposent en faveur de cette doctrine. Quand l'observation démontre que la séminule du *Marchantia* est une simple utricule, et qu'on la voit, pendant la germination, produire à sa surface des cellules membraneuses qui ne diffèrent d'elle par aucun caractère apparent, n'est-il pas très-rationnel de conclure que ces cellules sont de tout point semblables à la séminule, ou, ce qui est la même chose, à l'utricule-mère? Lorsque entre les vieilles cellules du tissu il en survient incessamment de jeunes, sans qu'il y ait solution de continuité, comment se refuser à l'idée que chaque cellule a sa paroi propre, qui forme par son union avec les parois voisines les cloisons de séparation; que c'est entre les parois des anciennes cellules que naissent les nouvelles, dont la force expansive occasionne le dédoublement des cloisons; et qu'enfin, si, de ce dédoublement, il ne résulte aucune solution de continuité, c'est que dès leur origine les nouvelles cellules font corps avec les anciennes?... Cependant, quelque pressantes que soient ces inductions, elles ne sauraient encore avoir l'autorité des faits. Je vais en citer un sur lequel je reviendrai à l'occasion des stomates. J'ai vu souvent des utricules contiguës et réunies se séparer dans une portion de leur surface : il m'a été possible alors de constater que chacune emportait avec elle ce qui lui appartenait des cloisons dédoublées, et qu'elle était close après comme avant la séparation. Je ne connais pas de preuve plus forte de la composition utriculaire du tissu. Bien moins décisive est, à mes yeux, celle que l'on tire de ces utricules qui existent en liberté dans l'intérieur de certaines plantes,

puisque jusqu'à ce jour aucune observation directe ne constate qu'elles ont formé originairement ou qu'elles formeront plus tard un tissu continu (Voy. la note G).

A l'époque où le bulbille se détache de son pédoncule, son grand diamètre est dans le sens de sa largeur, ce qui indique que les sucs nutritifs ont pris une nouvelle direction (1). Ses deux côtés se développent en deux larges lobes plus ou moins arrondis, réunis à leur base. Il n'a point d'épiderme distinct, point de chambres, point de papilles intérieures. Ses deux faces toutes cellulaires, et parfaitement semblables, n'offrent rien de remarquable si ce n'est çà et là, vers leurs bords, un petit nombre de fossettes qui indiquent peut-être le premier effort de la végétation pour produire des stomates (2).

Il m'importait de savoir si par l'effet d'une prédisposition organique, que du reste aucun caractère apparent ne révélait, les deux faces jouaient un rôle différent dans la végétation. Je semai à plat, sur de la poudre de grès, cinq bulbilles qui grandirent en peu de temps. Dans les cinq, la face appliquée sur le grès jeta des racines; l'autre face développa des stomates.

Cette première expérience n'était pas concluante. A la rigueur, il était possible que j'eusse mis les cinq bulbilles dans une position qui se fût accordée avec les destinations différentes qu'auraient eues les deux faces. J'opérai donc à la fois sur quatre-vingts bulbilles, puis sur des centaines : le résultat fut le même que pour les cinq. Dès lors je restai con-

(1) Pl. IV, fig. 37, 38, 39.
(2) Pl. IV, fig. 37, *a*.

vaincu que, dans ce premier moment, les deux faces sont également aptes à produire des racines et des stomates, et que les différences qu'elles offrent dans leurs développements résultent uniquement de la position où elles se trouvent. Mais, quoi qu'il arrive, cette aptitude se maintient-elle dans les bulbilles qui ont commencé à se développer?... C'est une question que j'essayai d'éclairer par l'expérience suivante. Un matin je mis à plat, sur de la poudre de grès, bon nombre de bulbilles (1). Le lendemain, à la même heure, je les retournai tous (2). Il y eut donc échange de position entre la face supérieure et la face inférieure que je continuerai de qualifier ainsi, nonobstant le retournement. Vingt-quatre heures avaient suffi pour que la face inférieure produisît plusieurs racines, dont quelques-unes avaient une longueur notable, et, quoique cette face fût ensuite exposée à l'air et à la lumière, ces racines s'alongèrent encore, se projetèrent en arc et enfoncèrent leur extrémité dans le sol (3). De son côté, la face supérieure poussa de nombreuses racines, surtout de sa partie moyenne (4).

Cependant les bulbilles allaient toujours croissant. En quelques jours je vis successivement leurs deux lobes opposés, qui, d'abord, étaient appliqués sur le sol, se soulever, se dresser, puis incliner leurs sommets en dedans, et, courbés qu'ils étaient, se porter l'un vers l'autre, se rencontrer, dévier un peu de leur direction première, l'un à droite, l'autre

---

(1) Pl. IV, fig. 39.
(2) Pl. IV, fig. 40.
(3) Pl. V, fig. 41, *c*.
(4) Pl. V, 41, *d*.

à gauche, comme pour se livrer passage, se côtoyer, et finalement se croiser (1). La conséquence de cette évolution, que l'on serait tenté de prendre pour un mouvement instinctif, fut que la face supérieure se retrouva, sinon en entier, du moins en grande partie, en regard avec le ciel, malgré le retournement que je lui avais fait subir, et que bientôt elle se couvrit de stomates (2).

La face inférieure que le retournement avait mise en dessus, et que l'évolution que je viens de décrire avait en partie remise en dessous, ne produisit point de stomates, même dans les places que la lumière frappait directement, poussa de partout des racines nombreuses quand elle se trouva dans l'ombre et à l'humidité (3), et offrit en vieillissant des nervures relevées en bosse.

Cette description des développements des bulbilles retournés offre le cas le plus commun et qui peut passer pour normal; mais il arrive souvent que les développements, qui d'ailleurs amènent les mêmes résultats anatomiques et physiologiques, se présentent sous un autre aspect. En voici un exemple : j'ai placé des bulbilles retournés, de telle manière que la direction des rayons lumineux se croisait avec leur petit diamètre; ces bulbilles se sont la plupart rejetés en arrière, présentant au ciel leur face supérieure, et ne posant sur le sol que par la sommité recourbée de l'un de leurs lobes (4).

---

(1) Pl. V, fig. 42.
(2) Pl. V, fig. 42, *a*, *d*.
(3) Pl. V, fig. 42, *b*.
(4) Pl. V, fig. 43.

Ce qui caractérise essentiellement les deux faces, est pour la supérieure, la division en losanges, la présence des stomates et l'organisation interne qui s'y rattache; et pour l'inférieure, l'absence des losanges et des stomates, la multiplicité des racines et la saillie des nervures. La concomitance des faits démontre que si l'ombre et l'humidité favorisent le développement des racines et des nervures, la lumière n'est pas moins utile à la production des stomates. Une autre vérité ressort de mes expériences : s'il est évident que les deux faces d'un jeune bulbille sont en tout point semblables anatomiquement et physiologiquement parlant, il ne l'est pas moins que l'action prolongée, pendant quelques heures, de la lumière sur une face, et de l'ombre et de l'humidité sur l'autre, suffit pour faire évanouir cette ressemblance, et pour fixer irrévocablement l'avenir différent des deux faces, qui dès lors se distinguent très-bien en supérieure et inférieure, nonobstant leur position.

L'apparition, sur la face supérieure, d'une fossette au milieu de quatre ou cinq cellules disposées en anneau, est l'indice certain de la naissance d'un stomate (1). La fossette n'existait pas quelques heures avant. Comment s'est-elle formée?... Comment s'agrandit-elle ensuite sous l'œil de l'observateur?... La même réponse suffit à ces deux questions : la fossette s'agrandit évidemment par l'écartement et l'extension spontanés des cellules environnantes, et je ne doute pas qu'elle n'ait commencé de même. Quand elle a atteint une certaine dimension, son fond se perce d'un grand trou carré, ou se fend en étoile du centre à la circonférence. Le nombre, la configuration et l'arrangement des cellules du fond

---

(1) Pl. VI, fig. 46, *a*, *b*, *c*, *d*, *e*.

expliquent très-bien ce double mode de déhiscence. S'il y a cinq cellules dont une carrée, au centre, flanquée des quatre autres disposées en anneau, la cellule centrale se détruit et sa place reste vide (1). C'est ce qui arrive le plus souvent dans les stomates des expansions foliacées. S'il y a trois, quatre, cinq cellules cunéiformes, ajustées ensemble en manière de disque, les angles des cellules aboutissant au centre se désunissent, s'isolent les uns des autres, et les espaces qu'ils laissent entre eux dessinent une étoile (2). C'est le cas ordinaire pour les stomates des pédoncules. A la faveur de l'ouverture soit carrée, soit étoilée, l'œil armé du microscope perce jusqu'au tissu sous-jacent, et y distingue les cellules ainsi que les globules verts qu'elles renferment.

L'ouverture étoilée nous montre un exemple frappant de cette désunion partielle des cellules qui s'opère sans déchirement, de telle façon que chacune reste entière et parfaitement close. J'avais en vue cet exemple quand tout à l'heure je me suis appliqué à prouver la composition utriculaire du tissu.

Le stomate approche du terme de son développement. Maintenant l'anneau cellulaire extérieur constitue la première assise de la margelle, laquelle ne tardera pas à se compléter. Les cellules du fond de la fossette sont devenues l'anneau obturateur. La couche superficielle du tissu, soulevée autour du stomate et colorée d'un vert plus intense (3), dû à la manière dont la lumière se réfracte, annonce qu'il s'est produit

---

(1) Pl. VI, fig. 46, *d*.

(2) Pl. VI, fig. 46, *e*, *f*.

(3) Ce vert intense ne se montre que lorsque la partie superficielle qu'on observe au microscope est sous l'eau. Quand elle est à sec et qu'on l'examine avec la loupe, elle paraît d'un gris argenté.

des modifications dans la structure interne (1). Ce sont ces modifications qu'il nous importe de connaître. Pour en faire une juste appréciation, il faut reprendre les choses de plus haut. J'ai dit et je répète qu'avant l'apparition du stomate le tissu intérieur était continu avec la couche cellulaire superficielle : des dissections très-délicates et très-multipliées ne me permettent pas le plus léger doute sur ce fait. Cette remarque suffit pour réfuter complétement des asssertions que j'ai laissées en paix, tant que je n'ai eu pour les combattre que des souvenirs, fruits de mes anciennes observations.

C'est seulement quand la margelle se montre que la couche superficielle environnante se soulève et se sépare du tissu sous-jacent. A la même époque, les papilles commencent à se développer dans les cellules du tissu (2). A mesure que les papilles s'alongent par la production de nouvelles utricules, les cellules s'agrandissent par la disparition des cloisons, si bien que le tissu, jusqu'à une certaine profondeur, est enfin remplacé par une chambre toute garnie de papilles. Or, ce changement si notable n'est pas le résultat d'une force mécanique qui procéderait par rupture et déchirement; aucun lambeau de membrane ne paraît; la destruction s'opère sans laisser de trace; ses procédés ne sont pas moins mystérieux que ceux de la production elle-même. J'avais déja observé plusieurs fois un phénomène semblable à celui-ci dans mes recherches sur l'ovule.

Les choses se passent de même dans les stomates voisins, et chaque chambre est circonscrite latéralement par des pans

(1) Pl. VI, fig. 46, *c*, *d*, *e*, *f*, *g*.
(2) Pl. VI, fig. 47, *a*, *b*, *c*, *d*.

de tissu cellulaire qui restent debout et ne se séparent pas de la couche superficielle.

La continuité du tissu intérieur avec la couche cellulaire superficielle, si complète dans les jeunes expansions, et qui subsiste encore partiellement, au moyen des cloisons, après la formation des chambres, prouve que la couche superficielle n'est autre chose que le terme du tissu. Toutefois l'observateur, qui n'étudierait la structure des expansions qu'après que la formation des chambres aurait isolé du reste du tissu la majeure partie de la couche superficielle, pourrait n'être pas tout-à-fait convaincu de la justesse de cette conclusion. Mais il n'en serait pas de même de celui qui se serait appliqué à constater la suite et l'enchaînement des faits depuis la naissance de l'expansion jusqu'à son parfait développement; car toutes les modifications que j'ai décrites, passant successivement sous ses yeux, s'expliqueraient pour lui les unes par les autres.

La couche cellulaire superficielle du *Marchantia*, ses grands stomates, ses chambres pneumatiques, ses papilles moniliformes, ont une analogie si marquée avec ce qu'on observe dans les feuilles de la plupart des monocotylédonés et dicotylédonés, que je suis convaincu que les faits généraux naissent, s'accomplissent et se succèdent dans ces deux grandes classes de végétaux phanérogames, à peu de chose près comme dans le *Marchantia*. Ici je me trouve parfaitement d'accord avec moi-même : ce que j'établis aujourd'hui sur des faits positifs, contre le sentiment d'observateurs d'ailleurs très habiles, vient à l'appui de l'opinion que j'ai publiée il y a plus de trente ans; mais une opinion n'était pas une démonstration (Voy. la note H).

Il est temps que je termine. Je voulais résoudre les questions importantes que j'ai posées au commencement de ce Mémoire; je crois avoir rempli cette tâche.

NOTES.

(A) J'ai cru long-temps que les stomates étaient toujours ouverts; mais en 1814, époque où je rédigeai mes *Éléments*, je conçus des doutes à ce sujet. Si dans un grand nombre de cas l'ouverture des stomates me paraissait évidente, dans d'autres l'existence de cette ouverture me semblait au moins fort incertaine. C'est sous l'influence de ces impressions contraires que j'écrivis les passages relatifs aux stomates; ne voulant point me décider légèrement, je déclarai dans une note, tome I, p. 36, que mon opinion n'était pas encore fixée. J'avais le dessein d'examiner de nouveau les faits, et d'arriver, s'il était possible, à un résultat positif. Les circonstances ne me permirent pas alors de réaliser ce projet, et je restai long-temps dans l'état de doute où je m'étais placé, ce qui attira sur moi quelques critiques. On eût mieux fait de rechercher si mes doutes avaient un fondement quelconque. Parmi les faits qui avaient le plus fortement ébranlé ma conviction, il en est un que je dois citer. On sait que les stomates des Pins et des Sapins sont rangés en séries longitudinales; je reconnus qu'il en était de même dans les feuilles du *Larix americana*, mais je m'assurai que ces derniers stomates, au lieu d'être ouverts comme ils le paraissent dans les Pins et les Sapins, formaient une petite élévation *bombée et cellulaire qui était très-apparente*. Cette observation fut consignée dans l'explication que j'ai donnée de la figure 2 de la planche 14 de mes *Éléments*. Je m'abstins d'insister sur ce fait, parce que, ainsi que je l'ai dit tout à l'heure, j'avais l'intention de me livrer à de nouvelles recherches.

Cette année (1831), j'ai voulu vérifier avec des microscopes beaucoup plus puissants mon observation de 1814 sur le *Larix americana*, et je ne crois pas m'abuser en affirmant qu'elle est parfaitement exacte.

Il est à propos de rappeler ici que M. R. Brown, dans son dernier travail sur les Protéacées, admet deux sortes de stomates, les uns ouverts et les autres clos.

Tandis que j'exprimais mes doutes touchant l'organisation des stomates, M. Tréviranus publiait d'importantes découvertes sur ces organes. Le premier, il eut l'heureuse idée de détacher des lames très-minces de la substance des feuilles par des coupes perpendiculaires à leurs surfaces. Au moyen de ces lames placées convenablement sur le porte-objet du microscope, il put étudier la structure du parenchyme et des stomates, ainsi que les rapports de ces parties entre elles, beaucoup mieux que personne ne l'avait fait jusqu'alors. C'est donc à lui principalement que nous sommes redevables de la plupart des connaissances positives que nous possédons sur ce sujet. J'en avais attribué, en 1830, tout le mérite à mon célèbre ami M. Amici, parce que l'ouvrage où sont consignées les observations de Tréviranus n'était pas sous mes yeux (*Vermischte Schriften anatomischen und physiologischen inhalts.* Vol. IV — 1821); mais aujourd'hui mieux instruit, je rends à l'inventeur la justice qui lui est due.

Je vais citer ce que M. Tréviranus dit au sujet des Hépatiques, afin qu'on ne soit pas tenté de croire que j'ai la prétention d'avoir le premier reconnu l'existence des stomates dans cette famille.

« Parmi les Hépatiques, les expansions foliacées de l'*Anthoceros*, du « *Blasia* et des *Jungermannia*, ne sont composées que d'une seule cou- « che cellulaire sans épiderme; mais les *Riccia*, *Marchantia* et *Tar-* « *gionia* offrent plusieurs couches recouvertes à la face supérieure par « un épiderme, lequel est muni, dans le *Marchantia* et le *Targionia*, « de pores (stomates) très-visibles qui communiquent à des cavités dans « le parenchyme. Kroker a figuré ces pores dans le *Marchantia poly-* « *morpha*, mais il est incertain sur leur nature. Quant à Rudolphi, il « ne veut point les reconnaître comme tels, sans donner d'autres expli- « cations à ce sujet. Quoique leur forme s'écarte un peu de celle qu'on « observe ordinairement dans d'autres pores végétaux, je pense qu'on

« ne saurait révoquer en doute que ce sont des pores (stomates), c'est-à-
« dire, des ouvertures tétragones entre les cellules qui établissent une
« communication entre l'atmosphère et l'intérieur du tissu cellulaire
« de la feuille. » (*Vermischte Schriften anatomischen*, etc. Vol. IV, pag. 61.)

(B) Le tissu cellulaire du *Marchantia polymorpha* ne m'a pas offert de méats. Ces canaux, qui ne sont autre chose que les espaces que laissent les utricules entre elles, et que pour cette raison M. Tréviranus nomme *inter-cellulaires*, existent dans beaucoup de végétaux, et manquent dans d'autres. Ainsi l'on peut dire que les utricules composant le tissu cellulaire, sont soudées ensemble, tantôt complétement, tantôt incomplétement; et j'observai que cette diversité se rencontre non seulement dans les différentes espèces, mais encore dans les différentes parties d'une même espèce.

Lorsque je croyais que les parois qui séparent les cellules contiguës étaient simples et indivisibles, je repoussais l'idée de l'existence des méats, et en cela j'étais conséquent avec moi-même. Mais aujourd'hui que j'ai obtenu la preuve la plus directe de la composition utriculaire du tissu, je comprends et je vois les méats que je ne comprenais ni ne voyais autrefois, et je rétracte mes objections contre la belle découverte de M. Tréviranus, ce qui n'empêche pas que je suis moins disposé que jamais à adopter les idées de ce savant physiologiste sur l'origine du tissu cellulaire. Pour peu qu'on ait porté d'attention à la lecture de mon Mémoire, on concevra cet éloignement.

(C) J'ai dit que le tissu cellulaire du *Marchantia* n'avait point de méats; j'ajouterai que ses parois n'ont point d'ouvertures visibles qui favorisent le mouvement des fluides et des gaz. Voilà ce dont je me suis bien assuré. Mais dans d'autres végétaux il existe très-certainement des cellules dont les parois sont percées ou fendues. Il y a trente ans que j'ai décrit dans le *Journal de Physique* la structure interne des *Lyco-*

podium cernuum et *alopecuroïdes*. Je vais reproduire ce que j'ai dit du tissu cellulaire qui occupe la partie centrale de la tige du *cernuum* :

« Employons une comparaison grossière, mais frappante ; supposons « des cerceaux placés les uns au-dessus des autres et à égale distance, « formant un cylindre à jour ; supposons encore un cylindre pareil tou- « chant le premier dans toute sa longueur, et figurons-nous les cercles « de l'un et de l'autre unis entre eux par une lame longitudinale au « point du contact des deux cylindres ; admettons maintenant une mul- « titude de cylindres pareils, rapprochés des premiers et consolidés par « un lien semblable ; figurons-nous que tous ces cercles en se pressant « changent leur forme cylindrique en polyèdres plus ou moins réguliers, « et que leurs extrémités soient composées de cercles allant en dimi- « nuant jusqu'à n'offrir plus qu'un point, et nous aurons une idée aussi « nette qu'il est possible de cette organisation remarquable, et dont je « ne crois pas qu'il existe de description. »

J'ajoutais que le *Lycopodium alopecuroïdes* ne différait pas beaucoup du *cernuum*.

En 1806 et 1815 (voyez *Observations sur un système d'anatomie comparée des végétaux fondé sur l'organisation de la fleur*, Mémoires de l'Institut, année 1808, p. 331, et Éléments d'Anatomie et de Physiologie végétales, p. 146 et suiv.), je signalai dans les anthères l'existence d'une lame formée d'un tissu cellulaire dont les parois sont découpées par des fentes horizontales ou verticales, et je remarquai que cette lame a la propriété de se dilater à l'humidité et de se contracter à la sécheresse, ce qui contribue à la déhiscence des anthères.

En 1809 (voyez *Observations anatomiques et physiologiques sur la Nelumbo nucifera*, Annales du Muséum, 1809, p. 481, pl. 34, fig. 22), je fis voir que, dans la plumule du *Nelumbo*, les fentes des parois sont si multipliées que les cellules sont transformées en un vrai *tissu réticulaire*.

Je pourrais encore citer plusieurs de mes observations prouvant l'existence de cellules à parois découpées ; mais le traité de M. J. E. Pur-

kinje, publié en 1830 sous ce titre : *De cellulis antherarum fibrosis nec non de granorum pollinarum formis, commentatio phytotomica*, ne laisse aucun doute à ce sujet. L'auteur confirme, par des centaines d'exemples pris dans plus de quatre-vingts familles, ce que j'avais avancé en 1806 et 1815 d'après mes remarques sur les anthères d'un petit nombre d'espèces. On pourrait croire que la première idée de cet important travail a été suggérée à M. Purkinje par le passage suivant des Conclusions de mes *Observations sur un système d'anatomie comparée*, etc.; mais la lecture de son Mémoire m'a convaincu que lorsqu'il l'a livré à l'impression, le mien lui était inconnu.

« Il n'est pas facile d'apercevoir les ressorts délicats qui font mou-
« voir et ouvrir les anthères; mais ces organes sont d'une si grande im-
« portance et leur forme est si variée qu'on ne saurait les examiner
« avec trop de soin. La nature du tissu qui compose les lames contrac-
« tiles latérales et dorsales mérite d'être connue : les premières font ou-
« vrir les valves, les secondes recourbent les anthères en arrière. » (Mémoires de l'Institut, 1808, p. 347.)

(D) C'est un fait qui, je crois, mérite quelque attention que la formation d'une racine par la simple expansion d'une cellule. Voilà donc une cellule polyèdre qui s'étend en un long tube cylindrique fermé à son extrémité. La transformation s'opère graduellement sous les yeux de l'observateur. Il voit la facette extérieure de la cellule se renfler en ampoule, s'élever en cône et s'alonger en tube. Si les causes qui déterminent le développement n'ont qu'une action très-faible et peu prolongée, la facette extérieure ne forme qu'un mamelon ou qu'un cône. Je citerai pour exemple les excroissances que l'on remarque à la surface de la corbeille du *Marchantia* (voy. Pl. I, fig. 6, et Pl. IV, fig. 31 et 32, *b*). Il est impossible de ne pas reconnaître que ces mamelons ou ces cônes sont semblables, par leur origine, leur nature et leur forme, à la racine qui commence à poindre (voy. Pl. III, fig. 21, et Pl. IV, fig. 39 et 40). Or, puisqu'il est prouvé que dans quelques cir-

constances, des cellules se développent en tube à l'extérieur, je ne vois pas pourquoi on aurait de la répugnance à admettre que *certains organes creux et cylindriques de l'intérieur du végétal sont* aussi *des cellules modifiées par le développement.*

(E) Dans la figure 31, planche IV, qui représente une jeune corbeille, les dents marginales se recouvrent en partie latéralement. Elles se recouvraient sans doute davantage quand la corbeille était plus jeune; et l'on voit, planche I, figure 6, dans une corbeille arrivée à son complet développement, qu'elles ne se recouvrent plus du tout, et sont rangées les unes à côté des autres sur une même ligne circulaire. Il y a donc eu accroissement du bord de la corbeille. De nouvelles utricules formées entre les anciennes les ont écartées, et les dents ont glissé les unes sur les autres, et se sont, en définitive, trouvées côte à côte.

(F) Il est bien entendu que le tissu développé à la superficie interne de la paroi de l'utricule qui servait de matrice au bulbille ou à l'embryon, est composé d'utricules nées simultanément et confusément, lesquelles ont formé un tissu cellulaire continu lorsqu'elles étaient encore à l'état de *cambium.* Mais en cet état, les jeunes utricules tenaient encore à la paroi de l'utricule-mère; elles ne jouissaient donc pas d'une vie indépendante; par conséquent leur réunion est un fait qui ne s'écarte en rien de la règle connue. Il n'en est certainement pas de même des grains organisés et libres, au moyen desquels M. Tréviranus prétend former le tissu cellulaire.

Pour me bien faire comprendre, je dois dire que je donne ici au mot latin *cambium* la même signification que je lui ai donnée en 1816 dans le Bulletin de la Société philomatique, page 107. Le *cambium* est la substance de consistance mucilagineuse que forment les premiers linéaments de toute production organique végétale. Ansi le tissu de la plante à l'état naissant est du *cambium.* Grew et Duhamel, sans définir ce mot, l'ont appliqué comme je l'applique aujourd'hui,

et je le conserve parce que l'usage l'a consacré. Que l'emploi que Grew et beaucoup d'autres phytologistes après lui, en ont fait, ne s'accorde point avec sa signification primitive, c'est ce que je ne pourrais nier; mais qui ne sait qu'en définitive l'emploi des mots détermine seul leur valeur?

(G) On voit, dans la planche IV, une dent, figure 33, d'une corbeille naissante telle qu'elle est représentée dans la même planche, figure 31, et une dent, figure 34, d'une corbeille très-développée telle qu'elle est représentée dans la planche I, figure 6.

Je pense que la comparaison de ces deux dents que j'ai placées l'une à côté de l'autre, pour que l'on saisisse d'un coup d'œil les ressemblances et les différences, aidera à faire comprendre le mode de développement du tissu cellulaire.

La jeune dent, figure 33, nous montre à sa surface, dans sa partie la plus large, cinq rangs *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, de cellules, disposés parallèlement à sa base. Les deux cellules qui terminent chaque rang, l'une à droite, l'autre à gauche, sont renflées en mamelons, et forment par conséquent deux saillies marginales. Les cinq rangs *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, sont unis ensemble sans tissu intermédiaire.

La dent plus ancienne, figure 34, nous montre neuf rangs A, F, B, G, C, H, D, J, E, de cellules, disposés parallèlement à sa base. Cinq de ces rangs A, B, C, D, E, se terminent à droite et à gauche par un appendice conique marginal, formé d'une seule utricule, ou, ce qui est plus fréquent, de deux, trois ou quatre utricules attachées bout à bout. Les quatre autres rangs de cellules, F, G, H, J, sont placés entre les premiers, de façon qu'ils alternent avec eux, et ils n'ont point d'appendices marginaux.

Il est évident, nonobstant l'augmentation du nombre des cellules, que les cinq rangs A, B, C, D, E, de la figure 34, ainsi que leurs appendices coniques, représentent les cinq rangs de cellules, *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, de la figure 33, et leurs cellules en mamelons marginaux. Mais les

quatre rangs alternes F, G, H, J, de la figure 34, n'ont point de représentants dans la figure 33, et, comme cette dernière dent est plus jeune, il faut conclure que les quatre rangs alternes de l'autre dent se sont développés postérieurement à la formation de ses cinq rangs appendiculés.

Quelle est l'origine des utricules qui ont donné plus d'extension aux anciens rangs A, B, C, D, E, figure 34, ou qui ont composé les nouveaux rangs F, G, H, J, de la même figure?.... A cette question, M. Tréviranus répond que ces diverses utricules proviennent de grains organisés, d'abord libres dans les anciennes cellules, et réunis ensuite en un tissu cellulaire. Or, ces grains de M. Tréviranus sont, si je ne me trompe, ce que je nomme des sphérioles, petites vessies membraneuses contenant de la matière verte, de l'amidon, des huiles, des liqueurs colorées ou limpides et autres principes immédiats que l'action de la végétation combinée avec des causes extérieures transforme souvent les uns dans les autres. Les sphérioles se développent sur les parois des cellules, et, dans la plupart des cas, y restent toujours fixées; tantôt elles sont éparses, tantôt elles se touchent, mais jamais elles ne se réunissent pour former un tissu cellulaire. C'est du moins ce qui résulte pour moi d'un grand nombre d'observations faites avec beaucoup de soin.

D'ailleurs, la multiplication des utricules peut s'opérer dans des portions de tissu privées de sphérioles, témoin les appendices marginaux des rangs A, B, C, D, E, de la figure 34. Là, les plus forts microscopes ne font découvrir dans les utricules rien qui ressemble à des grains ou à des petites vessies; et pourtant les appendices marginaux n'étaient d'abord, comme dans la figure 33, que de courts mamelons, chacun formé par une seule utricule, et voici maintenant deux, trois, quatre utricules placées bout à bout.

Ces observations démontrent, ce me semble, que l'opinion de M. Tréviranus est inconciliable avec les faits connus qui s'accordent au contraire merveilleusement avec la théorie du développement continu.

Pour résumer mes idées sur cette importante question, je dirai que

le développement continu des utricules végétales a lieu de trois manières; savoir:

1° A la superficie d'anciennes utricules. C'est le développement *super-utriculaire.*

2° Entre les parois conjointes d'anciennes utricules. C'est le développement *inter-utriculaire.* Dans ce cas, les nouvelles utricules écartent les anciennes sans qu'il y ait pourtant solution de continuité, parce que dès l'origine elles font corps avec elles.

3° Sur la face interne de la paroi d'anciennes utricules. C'est le développement *intra-utriculaire.* Alors il arrive de deux choses l'une: ou les nouvelles utricules réunies dès leur origine forment un tissu cellulaire continu, et l'utricule-mère est absorbée; ou bien les nouvelles utricules, sans union entre elles au moment où elles naissent, restent telles durant toute leur existence, et l'utricule-mère, à la paroi de laquelle elles sont fixées, leur sert d'enveloppe.

Le développement super-utriculaire se manifeste dans la germination de la séminule du *Marchantia*, dans la formation des appendices des dents de sa corbeille, etc.

Le développement inter-utriculaire se manifeste dans toutes les masses cellulaires qui prennent de l'accroissement; mais si l'on veut en avoir sous les yeux une démonstration évidente, il faut comparer les dents de la corbeille à différentes époques de leur existence. C'est ce que j'ai fait, comme on peut en juger par cette Note.

Le développement intra-utriculaire se manifeste, soit dans le bulbille naissant qui se forme par agglomération de jeunes utricules unies les unes aux autres, en un tissu cellulaire continu, soit dans les sphérioles, qui, au lieu de se former en tissu, restent toujours séparées.

(H) A ma prière, M. W. Griffith, jeune Anglais, très-instruit et très-zélé, a bien voulu faire quelques études microscopiques sur l'organisation du *Targionia hypophylla*, plante de la même famille que

le *Marchantia polymorpha.* Les faits qu'il a recueillis viennent se placer tout naturellement à côté de mon travail.

Les expansions foliacées (frondes) du *Targionia*, dit M. Griffith, sont spatulées. Leur face supérieure est divisée à la manière de celle des expansions du *Marchantia*, en compartiments un peu bombés. Au milieu de chacun est une petite élévation, qui, vue à l'œil nu, donne à la surface un aspect rugueux. Cette élévation est formée par la margelle du stomate, composée de cellules plus petites et plus nombreuses que dans le *Marchantia.* Plus les compartiments sont grands, plus les stomates sont développés. Les compartiments ne sont pas séparés par des bandes comme dans le *Marchantia*, mais seulement par une dépression de la couche superficielle, et les cellules de cette couche, ainsi que les cellules des stomates, sont dépourvues de sphérioles vertes. Immédiatement au-dessous de la couche superficielle, est un espace limité inférieurement par le tissu cellulaire formant le parenchyme de l'expansion, et contenant des papilles. M. Griffith n'a pu obtenir la preuve que cet espace fût partagé par des cloisons en différentes chambres. Les papilles, qu'il est facile de voir par l'ouverture des stomates, garnissent la face interne de la couche cellulaire superficielle et le tissu parenchymateux. Elles contiennent des sphérioles d'un vert foncé.

La face inférieure de l'expansion présente une seule nervure médiane. C'est seulement le long de cette nervure que naissent les racines, tubes membraneux terminés en *cœcum.* Elles sont recouvertes à leur base par des squammules attachées sur deux rangs, l'un à droite, l'autre à gauche de la nervure, et qui ont d'autant plus d'ampleur qu'elles approchent davantage de la fructification. Elles sont composées de cellules colorées en violet foncé, généralement alongées et angulaires, parmi lesquelles sont des cellules incolores, transparentes, ressemblant à des trous, affectant la forme ronde, et beaucoup plus petites que les cellules colorées. Les racines contiennent la plupart des corpuscules ovales en assez grand nombre. Elles ont intérieurement des projections analogues à celles du *Marchantia*, mais moins développées.

Des séminules (*Sporules*) semblent être l'unique moyen de reproduction du *Targionia*. L'enveloppe extérieure de l'ovaire qu'on nomme indusie, consiste en deux valves; elle s'ouvre longitudinalement à la maturité des séminules, et elle croît beaucoup plus promptement que l'ovaire (*Théca*). Quand l'indusie a presque atteint le terme de son développement, l'ovaire ne remplit encore qu'une très-petite partie de sa cavité. L'indusie ne serait-elle pas une simple modification des squammules de la face inférieure ?

Dans sa jeunesse l'ovaire est ovoïde, et il se termine par un prolongement styliforme, cellulaire, qui ne tarde pas à disparaître. A l'époque de la maturité de l'ovaire, les cellules de la membrane qui constitue sa paroi renferment des sphérioles adhérentes, transparentes et incolores. Ces sphérioles n'existaient pas, ou du moins n'étaient pas apparentes dans le jeune âge.

Dans l'ovaire peu développé, les élatères ne sont point visibles, et les séminules réunies par une substance gélatineuse forment comme une masse continue. Alors elles semblent être des vessies remplies de corpuscules, quoique, à la maturité, chacune soit évidemment un corps cellulaire.

Les élatères, ordinairement simples, se partagent quelquefois en deux ou trois rameaux. Ils sont composés de deux filets roulés en spirale et entre-croisés; ces filets ne sont point continus l'un avec l'autre aux extrémités de l'élatère. La même organisation existe dans quelques jongermannes.

En lisant les observations de M. Griffith, la pensée m'est venue de les vérifier, et, dans cette intention, je me suis procuré quelques pieds de *Targionia hypophylla*. Voici les résultats que j'ai obtenus; je les crois très-exacts, mais certainement ils sont incomplets :

Les séminules naissantes sont logées dans les cellules d'un tissu qui remplit le jeune ovaire. Chaque cellule contient trois ou quatre séminules. Quand l'ovaire avance en âge, son tissu intérieur se disloque et

se résout en autant d'utricules distinctes qu'il y avait de cellules, de sorte que les petits groupes de séminules ont chacun pour enveloppe une utricule.

Les séminules jeunes ou vieilles sont elles-mêmes de simples utricules qui contiennent, attachées à leur paroi, des sphérioles incolores. Cette observation ne s'accorde point avec l'opinion de M. Griffith; selon lui, les séminules à l'état de maturité sont formées de tissu cellulaire.

Les élatères ne se montrent que quelque temps après la dislocation du tissu. Ce sont des tubes grêles, membraneux, incolores, parfaitement clos, toujours terminés en *cæcum* et souvent courbés en crochet. A cette époque ils contiennent des sphérioles incolores qui disparaîtront plus tard.

Quand les élatères ont vieilli, ils prennent une couleur fauve, et l'on dirait que chacun sert d'étui à deux longues bandes très-étroites, roulées concurremment et parallèlement en tire-bourre à circonvolutions très-lâches. Il y a ici une illusion d'optique: à la vérité, les bandes existent; mais au lieu d'être libres dans l'intérieur du tube, elles sont une partie intégrante de sa paroi.

Ce serait, à mon sens, une curieuse découverte que celle de l'origine des élatères. Je ne serais pas étonné que des observations très-directes et très-positives conduisissent un jour à cette conclusion que *ces organes ne sont autres qu'une des nombreuses modifications auxquelles les utricules sont sujettes.* Un tel résultat trancherait beaucoup de questions que depuis long-temps on s'efforce inutilement de résoudre.

Selon l'observation de M. Griffith, les sphérioles ne sont pas visibles dans les cellules de la paroi de très-jeunes ovaires, et j'ajoute qu'elles n'existent plus dans les cellules de la paroi des ovaires qui sont arrivés à l'état de complète maturité. C'est donc seulement dans la période intermédiaire qu'on peut les observer. Alors la structure des cellules de la paroi n'offre rien de remarquable; mais il n'en est pas de même quand l'ovaire se teint d'une couleur fauve qui annonce sa vieillesse; car, à cette époque, le côté de chaque cellule qui regarde l'intérieur de

l'ovaire se marque transversalement de bandes étroites en forme de demi-cerceaux. Au premier coup d'œil on pourrait croire que ces bandes sont isolées de la membrane, ou même que la membrane n'existe plus; mais en regardant le tissu avec une grande attention, surtout dans les endroits où les cellules sont déchirées, on se convainc que la membrane est présente, et que les bandes font corps avec elle. Pour le moment, je laisse à d'autres à décider si ce fait a quelque rapport avec la formation des deux bandes roulées en tire-bourre qui apparaissent dans les élatères arrivés à la dernière période de leur développement.

J'observe en terminant que, dans le *Marchantia polymorpha*, les élatères complétement développés sont tels que je les ai représentés planche III, figure 17, c'est-à-dire qu'ils offrent deux bandes étroites, roulées en tire-bourre de même que les élatères du *Targionia*, mais que les bandes ne font pas partie, comme dans cette dernière plante, d'un tube membraneux et clos. Elles ne diffèrent pas à la vue, de deux trachées roulées ensemble, dont les circonvolutions seraient écartées.

COMPLÉMENT DES OBSERVATIONS

SUR LE

MARCHANTIA POLYMORPHA,

SUIVI

DE RECHERCHES SUR LES MÉTAMORPHOSES DES UTRICULES, ET SUR L'ORIGINE, LES DÉVELOPPEMENTS ET LA STRUCTURE DE L'ANTHÈRE ET DU POLLEN DES VÉGÉTAUX PHANÉROGAMES.

PAR M. MIRBEL.

A en juger par ce long titre, le Mémoire que je présente à l'Académie ne serait qu'un assemblage d'observations incohérentes. J'y traite sans doute de choses très-diverses : mais il existe pourtant dans ce travail une sorte d'ensemble qui résulte sinon de l'analogie immédiate et parfaite de tous les faits que je passe en revue, du moins de la nécessité où je me suis trouvé de les observer simultanément pour répandre quelque lumière sur l'une des plus hautes questions de l'organisation et des développements.

Mon premier écrit sur le *Marchantia polymorpha* ne disait rien des fleurs de cette curieuse cryptogame : c'était une omission que je songeais à réparer. La tâche me paraissait d'autant plus facile, que les descriptions publiées par Schmidel et par Hedwig contenaient déja un grand nombre d'ex-

cellentes observations. Toutefois, je m'aperçus bientôt que l'origine des organes, la succession des développements et l'organisation élémentaire avaient été presque entièrement négligées par ces habiles phytologistes. Le programme de ce qu'ils ont laissé à faire indique suffisamment la direction que j'ai donnée à mes recherches.

Dans les sinus des expansions foliacées du *Marchantia polymorpha*, sous de petites écailles membraneuses, rougeâtres, aussi minces qu'une pelure d'oignon, il se forme souvent un mamelon vert, charnu, arrondi, déprimé, qui n'est que l'extrémité tuméfiée de l'une des principales nervures marquées en relief sur la face inférieure des expansions foliacées (1).

Le mamelon grossit, s'élargit, repousse les écailles qui s'ouvrent comme les divisions d'un calice (2). Arrivé à cet état de croissance, il n'est encore qu'une masse de tissu utriculaire. On n'y découvre ni les stomates, ni les chambres qui correspondent ordinairement à ces ouvertures. La couche utriculaire superficielle adhère de toutes parts au tissu sous-jacent. Aucun développement extérieur ou intérieur ne révèle l'apparition prochaine des organes mâles ou des organes femelles, et pourtant le mamelon va devenir le réceptacle des uns ou des autres; mais jusqu'ici on ignore sa destination précise. Bientôt la nervure qu'il termine, venant à s'alonger, le soulève et lui sert de pédoncule. Alors il s'élargit en chapeau à bord tantôt sinué, tantôt découpé profondément en huit ou neuf lobes épais et cylindriques. Sinué, il porte les étamines; lobé, il porte les pistils.

(1) Pl. VI, fig. 48.
(2) Pl. VI, fig. 49.

Les étamines naissent au sein du tissu qui constitue la partie épaisse du chapeau (1). Chacune est logée dans une poche, véritable lacune du tissu environnant. La cavité de cette poche ressemble à celle d'une cornue dont le bec serait droit au lieu d'être courbé. Sa partie inférieure, très-dilatée, contient une étamine ovoïde et blanchâtre; sa partie supérieure, grêle et tubulée, aboutit et s'ouvre à la surface du chapeau (2). Chaque étamine se compose d'un très-court filet fixé au tissu sous-jacent (3); d'une anthère, tégument parfaitement clos, composé d'utricules agencées en membrane (4), et d'une masse de grains de pollen formant un tissu utriculaire si serré, si tenu, si fugace, que son existence a été long-temps pour moi un sujet de doute; mais enfin j'ai bien vu ce tissu et à plusieurs reprises, et avec tant de netteté, que j'ai pu en tracer des dessins dont je garantis la fidélité (5).

Les utricules de ce tissu délicat, ou, ce qui revient au même, les grains de pollen, sont cubiques (6). Il m'a paru qu'à un certain âge, leurs angles correspondants, n'adhérant plus les uns aux autres, étaient comme tronqués, ce qui indiquait que des conduits ou méats interutriculaires s'étaient ouverts (7). Chaque grain contient des granules de formes variées, dans lesquels je n'ai reconnu aucun mouvement.

(1) Pl. VI, fig. 50.
(2) Pl. VI, fig. 50, 51, 52; et Pl. VII, fig. 53, 54, 55, 56, 57, 58.
(3) Pl. VII, fig. 53, *a*, et 55.
(4) Pl. VII, fig 53 et 54.
(5) Pl. VII, fig. 54, 55, 56.
(6) Pl. VII, fig. 56.
(7) Pl. VII, fig. 57.

Sont-ils effectivement privés de la faculté locomotive? C'est ce que je n'oserais affirmer. Les faits que je rapporterai plus tard touchant les granules du pollen des phanérogames expliqueront ma circonspection.

Quand l'étamine est jeune, il est facile de l'isoler sans la déchirer (1); et pourtant je suis bien trompé, s'il n'existe pas une certaine adhérence entre son tissu et celui de la poche qui la contient; mais cette adhérence doit être extrêmement faible.

Schmidel a remarqué qu'une légère pression exercée sur le chapeau faisait sortir de l'anthère une liqueur visqueuse qui s'écoulait par l'orifice du tube de la poche. Moi aussi, j'ai vu cette liqueur. Observée avec une faible loupe, elle m'a paru d'un blanc laiteux; placée sous les lentilles moyennes du microscope, elle m'a offert comme un nuage grisâtre. Mais quand j'ai fait usage de mes verres les plus puissants (et dans ce cas, le grossissement a été d'environ six cents fois le diamètre), j'ai trouvé, à la place du nuage grisâtre ou de la liqueur laiteuse, de nombreux granules, de minces lambeaux de membrane et des grains entiers de pollen, tantôt réunis, tantôt séparés, le tout plongé dans une liqueur limpide (2). Cette dernière image donnait une représentation fidèle des faits; les deux autres n'étaient que des illusions d'optique.

En vieillissant, les utricules, dont la réunion compose la poche, deviennent rouges, bleues, violettes, jaunes, etc.

---

(1) Pl. VII, fig. 53.

(2) Pl. VII, fig. 55 et 56.

Elles ressemblent à des vitraux colorés que le soleil éclaire (1). Alors, la poche est vide; le tissu intérieur a disparu ainsi que les granules et le fluide qui les baignait. On ne saurait dire avec certitude ce qu'est devenu le tégument propre du grain.

Hedwig nous a fait voir dans les Mousses et dans le *Jungermannia epiphylla* l'explosion du pollen; mais ni lui, ni Schmidel qui l'a précédé, n'ont aperçu ce phénomène dans le *Marchantia polymorpha*; et moi-même je n'ai pas été plus heureux après deux années de recherches.

Quoi qu'il en soit, l'analogie est frappante entre les organes réputés mâles des Mousses, du *Jungermannia epiphylla* et du *Marchantia polymorpha*. Si donc on refusait des étamines à cette dernière plante, force serait de n'en point accorder aux Mousses et au *Jungermannia epiphylla*.

La face supérieure du chapeau offre des stomates dispersés entre les orifices des poches qui contiennent les étamines (2). A chaque stomate correspond une chambre garnie de papilles, précisément comme dans les expansions foliacées dont mon précédent Mémoire donne la description anatomique (3). La face inférieure est pourvue de lames membraneuses, sous lesquelles sont cachées des racines toutes semblables aussi à celles des expansions foliacées; et, de tous côtés, ces racines se portent vers le centre du chapeau; là, elles se groupent en deux faisceaux distincts, l'un à droite, l'autre à gauche, qui descendent vers la terre, se

(1) Pl. VII, fig. 58.

(2) Pl. VI, fig. 50, *b*, 51, *b*.

(3) Pl. VI, fig. 50, *c*, 51, *c*, 52, *c*.

glissant chacun dans l'une des deux rainures du pédoncule (1).

Étudions maintenant le chapeau lobé. Ici, nous trouvons que, de même que dans le chapeau sinué, des stomates nombreux, avec leurs attributs nécessaires, garnissent la face supérieure. Mais les racines qui pénètrent également dans les deux rainures du pédoncule, au lieu de prendre naissance sur la face inférieure, viennent de l'intérieur des lobes creusés en *cœcum ;* et les *cœcum* débouchent dans les rainures et y conduisent les racines (2).

Au-dessous de la partie postérieure de chaque lobe et de l'un et de l'autre côté, sont attachées des membranes minces, transparentes, dentelées, déchiquetées irrégulièrement à leur bord, et dont les utricules contiennent de rares sphérioles verdâtres (3). Ces membranes abritent et cachent les pistils qui sont renversés, et pendent vers la terre. J'ai remarqué qu'ils étaient d'autant plus âgés dans chaque lobe, que leur point d'insertion s'éloignait davantage de l'endroit où le pédoncule s'unit au chapeau, disposition toute contraire à celle des étamines, car les plus jeunes sont à la circonférence du chapeau sinué, et les plus vieilles à son centre.

Les pistils, à l'époque de leur développement où ils sont si petits qu'on ne peut s'assurer de leur existence qu'à l'aide de fortes lentilles du microscope, sont des excroissances utriculaires vertes et ovoïdes. Cette description en quatre mots est si complète, que je ne saurais rien y ajouter (4).

---

(1) Pl. VI, fig. 50, *g*. Voyez l'explication de cette figure.

(2) Pl. VII, fig. 59, *d, e*. Voyez l'explication de cette figure.

(3) Pl. VII, fig. 59, *g, f*.

(4) Pl. VII, fig. 61.

L'excroissance ovoïde s'alonge graduellement par son petit bout qui regarde la terre, et cette modification lui donne la forme d'une bouteille (1).

La partie alongée s'ouvre à son sommet par l'écartement de ses utricules terminales, qui s'étalent en rosace de manière à offrir un orifice évasé, et elle se perfore en tube dans toute sa longueur. A cette structure, on reconnaît le style surmonté de son stigmate (2).

La partie d'où part le style, ou, pour parler plus clairement, l'ovaire, conserve en grossissant la forme d'un œuf. On voit dans son intérieur, par transparence, un globule vert. La base de l'ovaire est entourée d'un anneau formé d'une seule série d'utricules (3).

De nouvelles séries d'utricules disposées comme dans la première série, naissent au-dessus ou au-dessous d'elle, et toutes ensemble composent par leur union, non plus un anneau, mais une grande enveloppe membraneuse qui recouvre l'ovaire (4).

L'ovaire grossit sensiblement, ainsi que le globule qu'il contient; l'un et l'autre approchent de la maturité. Le stigmate et le style se flétrissent. L'enveloppe membraneuse s'accroît en tous sens, et déja sa capacité excède de beaucoup le volume du pistil (5).

Je ne pousserai pas plus loin cette description des modi-

(1) Pl. VII, fig. 62.
(2) Pl. VII, fig. 63, 64.
(3) Pl. VII, fig. 62, *d, e*.
(4) Pl. VII, fig. 63, 64, 65.
(5) Pl. VII, fig. 66.

fications extérieures que le pistil éprouve dans le cours de sa fugitive existence. Ce que je pourrais y ajouter est trop connu pour qu'il me soit permis de m'y arrêter. Je me hâte de passer à des détails anatomiques et physiologiques dont la plupart sont tout-à-fait neufs pour le lecteur.

J'ai parlé il n'y a qu'un moment de l'apparition d'un globule dans l'ovaire. Ce n'était d'abord qu'une masse de tissu, composée d'utricules remplies de sphérioles vertes (1). Mais quand le pistil eut atteint le degré de développement que j'ai indiqué en dernier lieu, les utricules intérieures se détachèrent les unes des autres, tandis que celles de la superficie restèrent étroitement unies, et constituèrent un sac ballonné, bien clos, dans lequel les utricules intérieures se trouvèrent emprisonnées. Celles-ci n'eurent pas toutes le même sort : il y en eut qui se développèrent en longs tubes grêles, pointus aux deux bouts, et qui, très-certainement, adhéraient encore par l'un de ces bouts à la face interne du sac (2); et d'autres, en beaucoup plus grand nombre, qui, de polyèdres qu'elles étaient d'abord, passèrent à la forme sphérique en arrondissant insensiblement leurs angles. Sur chaque utricule alongée en tube était faiblement collée une double série de ces utricules arrondies. Les unes et les autres étaient encore remplies de sphérioles vertes (3).

En avançant en âge, les utricules composant le sac et les utricules alongées en tubes éprouvèrent des modifications

---

(1) Pl. VII, fig. 67; et Pl. VIII, fig. 69.

(2) Pl. VIII, fig. 70, *b*, 71.

(3) Pl. VIII, fig. 70, *c*, 71.

sur lesquelles je dois attirer toute l'attention des phytologistes.

Trois ou quatre anneaux placés parallèlement l'un au-dessus de l'autre parurent en léger relief sur chaque utricule du sac (1). Ils faisaient corps avec la membrane utriculaire, et toutefois ils s'en distinguaient par leur opacité. Sans la présence de cette membrane, je les aurais confondus avec les tubes à jour auxquels on a donné le nom de vaisseaux annulaires, et que l'on trouve assez fréquemment dans la tige des graminées. (*Voy. mes Éléments d'Anatomie et de Physiologie végétales,* pl. 13, fig. 2, B e, *et l'explication des planches.*) A cette structure est due, selon toute apparence, la contraction ou la dilatation qui se manifeste dans le tissu du sac exposé à l'influence de la sécheresse ou de l'humidité.

Les utricules alongées en tubes ne différaient d'abord des autres utricules que par la forme; elles avaient donc une paroi membraneuse, mince, unie, diaphane, entière, incolore; mais elles ne tardèrent pas à s'épaissir, à perdre de leur transparence, et elles se marquèrent tout autour, dans toute leur longueur, de deux stries parallèles très-rapprochées et tracées en hélice. Puis, elles grandirent, et leurs stries devinrent des fentes qui découpèrent d'un bout à l'autre la paroi de chacune en deux filets, et les circonvolutions des filets s'écartèrent, imitant les circonvolutions d'un tire-bourre. Enfin, les deux filets se colorèrent en jaune de rouille, et la métamorphose fut si complète, que si je n'avais suivi les modifications pas à pas, je me garderais bien de dire aujourd'hui que ces deux filets furent primitivement une

(1) Pl. VIII, fig. 76.

simple utricule; mais le fait est constant, et j'ai la conviction que quiconque recommencerait la série de mes observations avec la ferme volonté de ne rien laisser échapper de ce qu'il est possible de voir, arriverait au même résultat que moi (1).

Chaque paire de filets roulée en hélice est désignée sous le nom d'élatère par les botanistes. Ils savent depuis longtemps que lorsque la maturité a occasioné la rupture du sac, tous les élatères s'agitent en tous sens, et disséminent les utricules arrondies dont ils sont couverts.

Cet effet résulte encore de l'organisation des élatères qui les rend éminemment hygroscopiques.

L'identité organique est notoire entre les élatères du *Marchantia polymorpha* et les tubes découpés en hélice que Grew a nommés *Aer vessels,* et Malpighi *Trachées.* Comment se fait-il donc que de très-habiles phytologistes aient vu dans ces élatères autre chose que des trachées?..... La raison en est simple : tout préoccupés qu'ils étaient de la position et des fonctions des élatères du *Marchantia,* position et fonctions bien différentes de celles des trachées que Grew, Malpighi, et tant d'autres après eux, ont observées dans les tiges, les feuilles, etc., ils n'ont point tenu compte de l'identité de structure qui seule pouvait décider irrévocablement la question.

Les utricules arrondies que lancent les élatères sont les séminules, germes féconds qui multiplient la plante. Un pied de *Marchantia* n'était à son origine qu'une seule utricule; déposée sur le sol dans des circonstances favorables,

(1) Pl. VIII, fig. 71, 72, 73.

cette utricule en produit d'autres à sa surface, et celles-ci se propagent de même, et de nouvelles utricules naissent entre les utricules anciennes, les écartant sans rompre la continuité du tissu, parce qu'elles adhèrent dès leur naissance aux parois qu'elles séparent. Selon leur position, elles se rapprochent de la forme sphérique ou se façonnent en polyèdres, restent courtes ou s'alongent en prismes, ou se prolongent en tubes, se réunissent ou s'isolent, se groupent en masse ou s'agencent en lames. Enfin, la membrane qui constitue leur paroi subit même quelquefois des modifications qui la rendent méconnaissable. Elle se garnit d'anneaux ou se transforme en une double trachée.

Ce serait, à mon sens, peu judicieux d'admettre que toutes les utricules qui composent un pied de *Marchantia* arrivé à son parfait développement, ont apporté en naissant une organisation et une tendance différentes. Je pense, au contraire, que toutes les utricules du *Marchantia* ont eu primitivement la même organisation, et étaient par conséquent susceptibles des mêmes modifications; et j'appuie cette opinion non-seulement sur ce que toutes proviennent d'une même utricule, ce qui est déja une excellente raison pour croire qu'elles sont de même nature, mais encore sur l'observation des phénomènes qui prouve combien la position des utricules et les circonstances où elles se trouvent ont d'influence sur leurs développements.

Le *Targionia hypophylla*, plante très-voisine du *Marchantia*, a aussi un sac membraneux qui renferme des élatères et des séminules. Les utricules de la paroi du sac ressemblent dans la jeunesse à toutes les utricules réunies en membrane; mais, en vieillissant, la partie de chaque cellule qui regarde

l'intérieur de l'ovaire, se marque de bandes étroites semblables à des moitiés d'anneaux. Les élatères, peu après la dislocation du tissu utriculaire contenu dans le sac, paraissent sous la forme d'utricules alongées, pointues à leurs deux bouts, et, plus tard, deux filets roulés en hélice et à circonvolutions lâches, se dessinent à leur superficie. Ces filets sont bien certainement les analogues des trachées du *Marchantia ;* et pourtant ici l'utricule est plus reconnaissable, parce que sa paroi membraneuse subsiste toujours, et ferme les espaces compris entre les circonvolutions des filets. Quant à la séminule, elle ne diffère pas essentiellement de celle du *Marchantia.* C'est donc encore une simple utricule. Mais, dans les Phanérogames elles-mêmes, la petite vessie suspendue par un fil au sommet de la cavité de l'ovule, cette vessie qui est la première ébauche d'une plante dont la structure est beaucoup plus compliquée en apparence que celle du *Marchantia* et du *Targionia,* n'est-elle pas également une simple utricule?..... C'est l'opinion de M. Robert Brown; c'est aussi la mienne.

Il y a entre la première utricule du *Marchantia* et la première utricule de toutes les plantes phanérogames, cette différence notable, que celle du *Marchantia* a en elle, sitôt qu'elle est formée, toutes les conditions nécessaires pour développer une plante complète à la surface du sol, tandis que celle des Phanérogames doit, sous peine de mort, commencer ses développements dans l'intérieur de l'ovule, et ne peut les continuer au dehors qu'après avoir produit le rudiment de la racine, celui de la tige et les cotylédons (1).

---

(1) Les questions relatives à l'organogénie et à la fécondation ont une

J'ai dit autrefois que tout le végétal n'est, à bien considérer les choses, qu'un tissu membraneux et *cellulaire* (*c'est-à-dire* utriculaire) diversement modifié; que les organes creux auxquels les phytologistes donnent le nom de vaisseaux sont, à leur naissance, de simples *cellules* (utricules), lesquelles se transforment bientôt en tubes par l'action de la végétation; que, peu après, les tubes se percent, se fendent, se découpent, constituent les tubes poreux, les fausses trachées, ou les trachées; qu'arrivés à ce point de développement ils ne changent plus de nature, et que leur forme est irrévocablement fixée (1). Voilà des assertions claires et po-

---

grande affinité entre elles; l'examen des unes conduit toujours à l'examen des autres; elles s'éclairent mutuellement, et souvent se confondent. Là où la fécondation n'a pas lieu, soit parce que l'organe mâle est impuissant, soit parce qu'il manque, une utricule suffit pour reproduire la plante entière; mais dans les espèces qui ne peuvent mettre au jour un embryon sans le secours de la fécondation, il faut au moins l'alliance de deux utricules, l'une mâle, l'autre femelle, pour la production de l'embryon, qui, dans ce cas, est un être complexe participant du père et de la mère. Il s'ensuit que *la fécondation n'est que la greffe de l'utricule mâle sur l'utricule femelle*, greffe qui communique à toutes deux l'énergie vitale sans laquelle il ne saurait y avoir nutrition, et, par conséquent, multiplication des utricules. Je m'attends que cette définition du phénomène le plus mystérieux qu'offre la vie des êtres organisés, trouvera bon nombre d'incrédules; et, toutefois, j'ai l'espérance de démontrer un jour qu'aucune des hypothèses qui ont joui ou jouissent encore de quelque faveur, ne s'accorde aussi bien avec les faits connus, et ne ressemble autant à une théorie avouée par la raison.

(1) La théorie développée ici n'est pas nouvelle pour moi, et n'a jamais cessé d'être l'objet de mes méditations depuis que j'en ai conçu la première idée. C'est ce dont se convaincra facilement le lecteur qui voudra

sitives. De bons arguments tirés de l'observation et de l'analogie ne me manquaient pas pour appuyer cette doctrine dont mon *Traité d'anatomie et de physiologie végétales*,

---

bien jeter les yeux sur les extraits suivants de plusieurs de mes ouvrages publiés à différentes époques. Je recommande surtout à son attention les lignes, en caractères italiques, d'un passage que je cite de mon *Mémoire sur l'origine, le développement et l'organisation du liber et du bois;* singulier Mémoire, en ce sens qu'il contient à la fois la vive et dernière expression d'un penchant malheureux pour quelques vieilles erreurs, l'adoption consciencieuse de quelques vérités trop long-temps méconnues, et la déclaration la plus absolue et la plus explicite en faveur de cette théorie de l'organogénie végétale, que j'appuie aujourd'hui sur des preuves si directes qu'il me paraît impossible d'en contester la solidité.

Exposition de la théorie de l'organisation végétale; seconde édition, Paris, 1809, page 9.

« Je pars de ce principe que la masse entière de la plante est un tissu « cellulaire dont les loges diffèrent par leurs formes et leurs dimensions. « Cette idée simple est la base de toute ma théorie. »

Même ouvrage, page 124.

« Les tubes et vaisseaux des plantes ne sont que des cellules très- « alongées. »

Même ouvrage, page 88.

« En se développant, les cellules s'élargissent aussi bien que les tubes, « et l'on distingue à la superficie de ces derniers, des raies opaques dis- « posées circulairement. A mesure que les tubes se dilatent, les raies se « prononcent davantage; et quand les tubes ont pris toute leur croissance, « les raies paraissent ce qu'elles sont réellement, savoir : de petites émi- « nences qui bordent les pores des tubes poreux, les fentes des fausses « trachées et les lames des trachées. Cela n'est pas un récit imaginaire, « c'est le résultat de longues et pénibles observations...... Une fois les

imprimé en 1802, contient les premiers germes. Cependant, je l'avoue, je n'espérais guère faire passer ma conviction dans les esprits, jusqu'au moment où mes recherches sur

---

« vaisseaux développés, ils ne changent plus de nature, et leur forme est « irrévocablement fixée. »

Éléments de Physiologie végétale et de Botanique. Paris, 1815, p. 382.

« Toutes les plantes sont essentiellement formées d'un tissu membra- « neux et cellulaire, mais ce tissu est soumis à de grandes modifications « qui, toutes, ne se rencontrent pas dans chaque plante en particulier. Il « existe telle espèce phanérogame où l'on chercherait en vain des trachées « ou des fausses trachées, ou des vaisseaux moniliformes. Ces diverses « modifications du tissu manquent absolument dans les Champignons, « les Lichens, les Hypoxylées et les Algues, groupes qui, selon toute « apparence, ne sont composés que d'Agames. »

Même ouvrage, page 29.

« Les cellules sont quelquefois criblées de pores...... Plus rarement elles « sont coupées de fentes transversales, et ces fentes sont si multipliées « dans quelques espèces, que les cellules y sont transformées en un vrai « tissu réticulaire. (*Moelle du Nelumbo.*) »

« Il est à remarquer qu'en général les pores sont nombreux et rangés « en séries transversales lorsque les cellules sont très-alongées...... »

Mémoire sur l'origine, le développement et l'organisation du liber et du bois, lu à l'Académie en 1827, et imprimé dans le Recueil de ses Mémoires, tome VIII.

« Je remarque dans l'Orme, entre le liber et le bois, des rapports dont « je dois parler ici. *Le liber et le bois ont une même origine; ils proviennent* « *du développement du cambium.* Chaque couche de bois augmente le « volume du corps ligneux; chaque couche de liber, le volume de l'é- « corce : l'un et l'autre se forment par zones distinctes. Chaque zone, dans « le bois, est séparée de la zone voisine par un étui composé de vaisseaux

le *Marchantia* et le *Targionia* m'ont livré les faits que je consigne dans ce Mémoire. Ces faits, qui ne permettent plus le doute, ne sauraient échapper aux recherches des phytologistes experts dans l'art d'employer le scalpel et le microscope. J'aurais donc pu, à la rigueur, terminer ici mon travail, mais il m'a paru que le point de doctrine que je veux fixer est d'une trop haute importance pour que je doive négliger de multiplier les preuves.

En repassant dans ma pensée toutes les observations qui devaient conduire à une démonstration plus générale, et par là même plus convaincante, je me rappelai mes anciennes recherches sur la structure de la fleur des Phanérogames. J'avais reconnu dans plusieurs espèces, dès l'année 1806, que les valves des anthères mûres étaient composées de deux

---

« qui livrent passage aux rayons médullaires. Chaque zone, dans le liber, « est séparée de la zone voisine par un étui de tissu cellulaire semblable « au tissu de la moelle, et ce tissu n'interrompt pas la marche des « rayons médullaires. La ressemblance est donc frappante quant à la dis- « tribution des parties; mais elle s'affaiblit, ou même elle disparaît si on « compare leur structure. Dans le liber, à la place qui correspond au « tissu cellulaire alongé du bois, je trouve aussi des espèces de cellules; « cependant elles sont si longues et si distinctes les unes des autres qu'on « pourrait les considérer comme de petits tubes rapprochés, plutôt que « comme un tissu continu, quoique j'aie de fortes raisons de croire qu'il « existe entre elles de nombreux points d'adhérence. Toujours dans le « liber, à la place qui correspond aux vaisseaux du bois, je trouve un « tissu cellulaire à cellules courtes et à parois très-minces. Ces analogies « et ces différences fournissent, selon moi, des arguments pour démon- trer que *le végétal est, dans l'origine*, *formé essentiellement d'un simple* « *tissu cellulaire qui subit des modifications diverses par l'effet des déve-* « *loppements.* »

lames cellulaires, l'une extérieure, l'autre intérieure, distinctes par leur structure, mais continues entre elles; que les utricules de la lame extérieure étaient closes, dilatées, renflées à la superficie; que les utricules de la lame intérieure étaient à claire-voie, ayant leur paroi découpée en filets, et qu'elles jouissaient à un degré éminent de la propriété de se dilater à l'humidité, et de se contracter à la sécheresse. Ces faits, comparés à ceux que j'ai exposés il y a un moment au sujet du *Marchantia,* m'offraient des traits si frappants d'analogie, que je jugeai, avant même de l'avoir vérifié, qu'en faisant l'anatomie de l'anthère plus jeune, je retrouverais nécessairement les utricules à l'état primitif, comme cela m'était arrivé pour le jeune ovaire du *Marchantia* et du *Targionia.* J'attachais d'autant plus d'importance à fortifier mon opinion de cette nouvelle preuve, que le récent Mémoire, si précis et si plein, de M. Purkinje, *sur les cellules fibreuses de l'anthère,* me confirmait dans l'idée que la métamorphose des utricules de la lame interne des valves était un phénomène général. Ainsi la preuve que j'allais poursuivre dans les anthères de quelques espèces de plantes phanérogames prises au hasard, et par conséquent de familles différentes; cette preuve, qui, si j'en jugeais par des analogies et par ma vieille expérience de ces sortes de recherches, ne pouvait m'échapper, devait, selon moi, offrir aux phytologistes la confirmation la plus explicite et la plus complète de la théorie que je leur présente aujourd'hui. Je vais leur livrer mes observations; ils décideront si je me suis abusé.

Le *Cucurbita pepo,* l'*Hyoscyamus albus,* le *Cobœa scandens,* le *Passiflora brasiliana,* le *Lilium superbum* furent les

espèces que je soumis à mes recherches. J'étudiai d'abord le tissu de l'anthère arrivée au terme de son développement.

Dans le *Cucurbita pepo*, la lame extérieure des valves était formée d'utricules closes, renflées, colorées en jaune par un suc particulier, et la lame intérieure, d'utricules dont les parois à jour se composaient de filets déliés, courbés en anneaux à peu près elliptiques, lesquels adhéraient par l'un de leurs bouts à la surface inférieure de la lame externe; et ces anneaux, placés parallèlement les uns aux autres dans chaque utricule, lui donnaient l'aspect (qu'on me pardonne la comparaison) d'une petite galerie à deux rangs de pilastres surmontés de leurs arceaux, et restant debout après la destruction des murs et des voûtes (1).

La lame interne de l'anthère de l'*Hyoscyamus albus* différait peu de celle du *Cucurbita* (2).

La lame interne de l'anthère du *Cobœa scandens* offrait cette différence qu'elle était formée de deux couches utriculaires superposées l'une à l'autre; mais quant à la structure des utricules, elle était essentiellement la même (3).

J'en dirai autant de la lame interne de l'anthère du *Passiflora brasiliana*, nonobstant le nombre plus considérable des couches utriculaires, et les ramifications, ainsi que les courbures variées et bizarres des filets des utricules (4).

Mais les parois des utricules de la lame interne de l'anthère du *Lilium superbum* ressemblaient moins à des filets qu'à

(1) Pl. IX, fig. 93 et 94.
(2) Pl. X, fig. 101 et 102.
(3) Pl. X, fig. 103.
(4) Pl. X, fig. 105.

une membrane percée, fendue, tailladée tantôt avec une sorte de symétrie, tantôt comme au hasard (1).

Si je passais de mes observations à celles de M. Purkinje, je montrerais beaucoup d'autres variétés de formes; mais je me bornerai à celle qui me semble la plus remarquable : c'est une trachée à circonvolutions lâches, constituant l'utricule dans le *Pæonia tenuifolia* et l'*Hyoscyamus orientalis*. Ceci rappelle les trachées des élatères du *Marchantia*.

Après cet examen de l'état des utricules de la lame interne de l'anthère dans sa parfaite maturité, j'étudiai la structure de cet organe en poursuivant mes recherches sur une série nombreuse de boutons dont le premier était si jeune et si petit, qu'on n'aurait pu y voir distinctement les organes floraux qu'avec le secours d'une forte loupe, et dont le dernier annonçait, par son grand développement, que l'heure de l'anthèse était proche.

Cette méthode progressive, qui m'avait réussi en d'autres circonstances, me fut encore très-utile cette fois. Aucun changement visible ne s'opéra dans le tissu sans que je ne fusse là pour le constater.

A quelques lignes d'ici, je dirai toutes les modifications qui m'ont paru intéressantes; mais dans ce moment il n'en est qu'une sur laquelle je veuille attirer l'attention. A l'origine des utricules (j'entends à l'âge le plus jeune où il me fut possible de les observer), je trouvai qu'elles étaient membraneuses et closes (2). Cet état de choses dura presque jusqu'au moment de la déhiscence de l'anthère et de la ma-

---

(1) Pl. X, fig. 106.
(2) Pl. VIII, fig. 77.

turité du pollen. Ce fut alors seulement qu'un changement extraordinaire se manifesta dans une ou plusieurs couches d'utricules placées immédiatement au-dessous de la lame utriculaire superficielle. Les utricules s'agrandirent dans tous les sens, et leurs parois se divisèrent en lanières ou en filets dont la position rappelait très-bien la forme primitive des utricules (1). La métamorphose ne se faisait pas, comme dans le *Marchantia*, par transitions appréciables; elle était si brusque que je ne pus jamais surprendre la Nature à l'œuvre. Quoi qu'il en soit, j'obtins la preuve la plus positive que les utricules à claire-voie étaient de simples transformations des utricules closes, et non des formations nouvelles.

Ainsi, dans les anthères, les utricules percées de trous comme les tubes poreux, fendues comme les fausses trachées, partagées en anneaux comme les tubes annulaires, découpées en hélice comme les trachées, ont été originairement des utricules membraneuses et closes, et ne sont après leur métamorphose que les analogues des tubes poreux, des fausses trachées, des tubes annulaires ou des trachées, lors même qu'elles ne s'alongent pas. En effet, la forme tubuleuse n'est qu'un caractère accidentel : n'avons-nous pas vu dans le *Marchantia* les utricules s'alonger en tubes pour former des racines ou des élatères, et les élatères devenir de tout point semblables aux trachées?

Mais puisque, dans une innombrable quantité de cas, la transformation des utricules en trachées, tubes annulaires, fausses trachées, tubes poreux, est évidente, nous ne saurions refuser

(1) Pl. IX, fig. 93 et 94.

d'admettre comme une conséquence naturelle et nécessaire, que tous les tubes de cette nature, quelle que soit d'ailleurs la place qu'ils occupent dans le végétal, ont commencé par être des utricules. Ceci n'est plus une vue de l'esprit, une simple hypothèse, c'est une vérité démontrée, un fait matériel qui se rattache à la science, et se place sur cette extrême limite de nos connaissances positives, passé laquelle il n'y a plus carrière que pour l'imagination.

Voilà donc le végétal ramené à sa simplicité originelle. Ne perdons pas de vue cependant que cette simplicité n'exclut pas des différences essentielles entre les utricules des diverses espèces. Ces différences, insaisissables à la naissance de la plante, sont rendues sensibles, à l'aide du temps, par les développements, les métamorphoses, l'agencement si variés des utricules. De là résultent les formes organiques qui distinguent et caractérisent les espèces soit à l'extérieur soit à l'intérieur.

Cette théorie est-elle applicable aux animaux comme aux végétaux, ou bien les deux grandes classes des êtres organisés seraient-elles soumises à des lois différentes? C'est sur quoi je m'abstiendrai de prononcer. La question est grave; il ne suffit pas, pour la résoudre à la pleine satisfaction des physiologistes, de conclure par analogie; des observations directes sont indispensables; mais je suis fort trompé si les difficultés qu'elles présentent ne surpassent pas celles qu'il m'a fallu surmonter.

Lorsque je voulus constater la transformation des utricules des valves de l'anthère, nous entrions dans le mois de septembre; les fleurs devenaient rares. Mes premières recherches furent dirigées sur l'anthère du *Cucurbita pepo*, déja

50.

examinée par M. Ad. Brongniart. Mon but n'était pas le même que le sien; mais pour y arriver la route était la même. Il fallait que j'étudiasse l'anthère dans les moindres modifications que l'âge lui fait subir. Durant cette longue investigation, je notai scrupuleusement tous les faits qui vinrent à ma connaissance. Je les publie aujourd'hui parce qu'ils ne sont pas dénués d'intérêt. J'insiste particulièrement sur l'origine, le développement et l'organisation du pollen qui a été le principal objet des recherches de M. Brongniart. J'espère que la nouveauté des faits que j'ai recueillis me fera pardonner de revenir sur un sujet que moi-même je croyais épuisé.

Je pris un bouton de *Cucurbita pepo* de deux millimètres de long, et le coupai avec un excellent bistouri en tranches extrêmement minces, parallèles à sa base. Je répétai cette opération plusieurs fois, et je parvins, non sans peine, à trouver, dans les débris de la fleur, des tranches d'anthères qui me permirent de reconnaître la structure des lobes de cet organe, lesquels, comme on le conçoit bien, sont alors très-petits. Chaque lobe est formé entièrement d'un tissu utriculaire dont les cellules, tout-à-fait closes, offrent en général, dans leur coupe transversale, des hexagones et des pentagones quelquefois presque réguliers, mais plus souvent irréguliers (1). Dans toutes ces cellules, sans excepter même celles qui composent la lame superficielle du lobe, sont quelques corpuscules libres d'un si petit volume que, pour les examiner avec fruit, un grossissement de cinq à six cents fois le diamètre suffit à peine. Je ne saurais mieux les comparer pour l'aspect qu'à des vésicules transparentes, à peu

(1) Pl. VIII, fig. 77.

près incolores, plus ou moins arrondies et de grandeurs inégales. J'ai examiné les cellules une à une, et j'affirme qu'à cette époque il n'y a encore aucun indice de l'existence des loges de l'anthère et des grains du pollen. Tout le tissu est d'une parfaite uniformité.

Dans un bouton dont les dimensions surpassaient de très-peu celles du premier, je vis, de chaque côté de la ligne médiane de la tranche, un groupe de quelques utricules qui avaient pris plus d'ampleur que les autres, mais qui pour le reste étaient semblables à elles (1).

Je désignerai désormais les grandes utricules dont il s'agit ici par l'épithète de *polliniques*, attendu que c'est dans leur intérieur que s'organisent les grains du pollen.

Des boutons de trois à quatre millimètres m'offrirent des changements remarquables. Les utricules polliniques s'étaient encore agrandies; leurs granules s'étaient multipliés à tel point que, bien qu'ils fussent groupés et serrés en masses opaques, ils remplissaient totalement les cellules (2). Ces granules et les utricules formaient ensemble un corps grisâtre lié au reste du tissu par l'intermédiaire d'une membrane utriculaire, espèce de tégument qui, malgré sa continuité organique avec les parties environnantes, s'en distinguait tout d'abord; car, tandis que les utricules des parties environnantes s'alongeaient parallèlement au plan de la surface et au plan de la base de l'anthère, celles du tégument s'alongeaient du centre à la circonférence (3).

---

(1) Pl. VIII, fig. 78, *a*.

(2) Pl. VIII, fig. 79, *a*.

(3) Pl. VIII, fig. 79, *b*, et 80, *b*.

Dans les anthères un peu plus avancées, les parois des utricules polliniques, au lieu d'être minces et sèches comme elles s'étaient montrées jusqu'alors, avaient une épaisseur notable, et leur substance, gorgée de sucs, ressemblait à une gelée incolore. Le tégument utriculaire adhérait toujours par sa face extérieure à la paroi de la loge anthérale, et par sa face intérieure au tissu que formaient les utricules polliniques (1).

Sept à huit millimètres de longueur dans les boutons correspondirent à l'apparition d'un phénomène auquel je ne m'attendais pas. Je dus répéter plusieurs fois mes observations pour croire à ce que je voyais. D'abord la paroi épaisse et succulente de chaque utricule pollinique se dilata de manière à laisser un espace vide entre la face interne et les granules dont pas un ne se sépara de la masse, ce qui montre qu'une force quelconque les retenait unis (2). Peu de temps après, quatre appendices en lame de couteau se développèrent, à distance égale les uns des autres, sur la face interne de l'utricule, et enfoncèrent graduellement leur tranchant vers le centre, de telle sorte qu'ils commencèrent par entamer, sur quatre lignes différentes, la masse granuleuse, et finirent par la partager en quatre petites masses triangulaires; et quand les appendices vinrent à se rencontrer au centre, ils s'entre-greffèrent et divisèrent la cavité de l'utricule en quatre loges, lesquelles ne tardèrent pas à s'arrondir, et bientôt après les petites masses granuleuses devinrent sphériques comme du plomb fondu coulé dans un moule à balles (3).

---

(1) Pl. VIII, fig. 81.

(2) Pl. VIII, fig. 82, *a*.

(3) Pl. IX, fig. 83, 84, 85, 86 et 87. Voyez l'explication des planches.

Le morcellement de la masse, opéré par les appendices, indique, ce me semble, qu'à cette époque elle n'était point encore protégée par une enveloppe particulière, et que l'adhérence des granules entre eux était très-faible.

Quand les choses furent arrivées au point que je viens de marquer, la portion du tissu formée par les utricules polliniques s'isola des parties environnantes, et se disloqua; chaque utricule devint libre, et offrit le plus souvent un parallélipipède carré à angles arrondis (1); chaque petite masse granuleuse reçut un tégument lisse, incolore, diaphane, d'abord membraneux, puis épais et succulent, et elle commença bientôt à revêtir les caractères propres au pollen du *Cucurbita pepo*. Le tégument se hérissa de papilles fermes et coniques (2); plusieurs opercules de forme ronde se dessinèrent çà et là à sa surface; il durcit, devint opaque et prit une couleur jaune (3). Alors le grain de pollen cessa de croître : il avait atteint sa parfaite maturité (4).

A cette même époque, tandis que les parois des utricules des valves de l'anthère se découpaient en filets, les utricules polliniques et le tégument commun, desséchés, déchirés, désorganisés, n'offraient plus que des lambeaux et des miettes méconnaissables; de sorte que tous les grains emprisonnés peu avant, un à un, dans les petites loges des utricules polliniques, se trouvèrent tout-à-coup libres dans les grandes poches de l'anthère.

---

(1) Pl. IX, fig. 86.
(2) Pl. IX, fig. 89, *b*, et 90.
(3) Pl. IX, fig. 91.
(4) Pl. IX, fig. 92, *a*.

Si l'on fait attention, d'une part, à l'abondance des sucs qui se portèrent dans les parois des utricules polliniques quelque temps avant que, par la dislocation de ces utricules, le pollen cessât d'avoir une liaison organique avec le tissu de l'anthère; et d'autre part, à l'épuisement et à la destruction de ces mêmes utricules quand le pollen eut pris tout le développement dont il était susceptible, ne sera-t-on pas tenté de croire que, pour terminer sa croissance, il puise l'aliment qui lui est nécessaire dans les utricules polliniques, et que, par conséquent, la tuméfaction de celles-ci devient pour lui une condition d'existence? Cette conjecture acquiert d'autant plus de force, que les faits sur lesquels je l'appuie se représentent dans le *Cobœa scandens*, le *Datura Stramonium*, l'*Helleborus niger*, l'*Hyoscyamus albus*, le *Passiflora brasiliana*, c'est-à-dire dans toutes les espèces que j'ai observées, en exceptant toutefois quelques Asclépiadées qui, sous ce point de vue comme sous beaucoup d'autres, font exception aux lois générales.

Un dernier mot touchant les utricules polliniques. C'est de la surface interne de chacune de leurs loges que naît l'espèce d'utricule qui forme le tégument extérieur du grain de pollen : or, ce tégument, ainsi que je l'ai dit tout à l'heure, commence à paraître quand les utricules polliniques détachées les unes des autres, ainsi que du tissu environnant, et, par conséquent, devenues autant d'êtres distincts et séparés, approchent du terme de leur vie. N'est-ce donc pas un merveilleux phénomène et qui fournit matière à de graves réflexions sur la nature intime des êtres organisés, que dans de telles circonstances les utricules polliniques non seulement végètent encore et prennent un accroissement

très-notable, mais jouissent d'une vitalité individuelle si énergique qu'elles engendrent de nouvelles utricules?

Je crus devoir compléter mes recherches sur le *Cucurbita pepo* par l'examen de sa structure interne. La plupart des grains mis dans l'acide nitrique étendu d'eau projetèrent au-dehors leurs granules en un seul jet, comme il arrive ordinairement dans l'eau pure. Mais il s'en trouva un qui fit son éruption sur huit points à la fois (1). La matière granuleuse formait, à l'ouverture de chaque bouche, une masse arrondie. Sept des huit masses me parurent tout-à-fait nues; quant à la huitième, elle était contenue dans une poche membraneuse, transparente, qui sortait du grain à la manière d'une hernie. Il ne pouvait y avoir d'illusion à cet égard. La poche était plus ample que n'était volumineuse la masse qu'elle recouvrait, et le contour de sa partie vide se détachait nettement sur le fond lumineux du miroir de mon microscope (2).

Cette observation me conduisit à examiner avec une application toute particulière les moindres circonstances qui accompagnent les commencements de l'éruption, et je vis que dès que l'eau touchait les grains, presque tous les opercules étaient poussés en avant par l'expansion ballonnée d'une membrane interne qui faisait saillie hors des bouches. Mais ce mouvement centrifuge s'arrêtait à l'instant même où l'une des poches, venant à crever, laissait un libre passage au torrent de granules que chassait l'endosmose (3).

---

(1) Pl. IX, fig. 95.
(2) Pl. IX, fig. 96, *b*, *c*.
(3) Pl. IX, fig. 96.

Avant moi, M. Ad. Brongniart avait remarqué des phénomènes analogues dans le *Cucumis acutangulus*, et j'imagine qu'ils n'étaient pas inconnus à Kœlreuter, et que c'est par eux qu'il apprit que le pollen avait une membrane interne; car il me paraît plus simple de croire qu'il a vu cette membrane que de supposer qu'il en a deviné l'existence.

Quant à moi, quoique mes anciens doutes fussent dissipés, je dois avouer que ma curiosité n'était pas encore satisfaite. Je voulais voir la membrane interne en place, dans l'intérieur du pollen du *Cucurbita pepo*. Avec le secours d'aiguilles tranchantes, j'essayai de couper en deux parties à peu près égales un grand nombre de grains, et j'y réussis quelquefois : mais plus souvent la pression du tranchant fit crever les grains sans les partager. J'ai fait un dessin qui est la représentation fidèle de ce dernier cas (1). Une large fente permet de voir très-distinctement la membrane interne qui sert, pour ainsi dire, de doublure à l'enveloppe extérieure.

La représentation de la moitié d'un grain montre avec plus d'évidence encore la membrane interne dans sa position naturelle (2). J'aurais voulu isoler cette membrane de l'enveloppe extérieure; je ne pus jamais y parvenir, ce qui me fit penser qu'il y avait une certaine adhérence entre les deux enveloppes. Le hasard justifia cette conjecture. Un grain mis sur l'eau se vida promptement, par une seule ouverture, de presque toute la matière granuleuse qu'il contenait, et les opercules ne bougèrent pas (3). Dès le pre-

---

(1) Pl. IX, fig. 97, *b*.
(2) Pl. IX, fig. 98, *b*.
(3) Pl. X, fig. 99, *a*.

mier moment, l'huile jaune avait été rejetée au dehors, de sorte que l'enveloppe extérieure était transparente et que l'œil voyait à peu près aussi nettement le dedans du grain que sa superficie. Le contour de la membrane interne formait cinq sinus à égale distance l'un de l'autre, et autant de saillies alternant avec les sinus. Les saillies s'appuyaient contre la face interne de l'enveloppe extérieure; les sinus s'enfonçaient vers le centre et présentaient leur concavité à cinq bouches fermées par cinq opercules (1). Ce ne fut pas la seule fois que j'eus l'occasion d'observer cet état de la membrane interne. Il était dû à la pression de l'eau qu'avait introduite l'endosmose. Mais si la membrane eût été partout libre, l'eau l'eût refoulée sur tous les points à la fois : il existait donc une adhérence partielle entre les deux enveloppes.

Dans mes tentatives pour couper les grains en deux, il arriva parfois que la masse granuleuse fut rejetée tout d'une pièce hors de sa double enveloppe. Elle n'était plus sphérique; elle s'était alongée et renflée en même temps, de sorte qu'elle n'aurait pu tenir dans l'espace où elle était renfermée d'abord. Elle ressemblait par sa forme générale à une limace ramassée sur elle-même. Les granules extérieurs étaient serrés les uns contre les autres et collés ensemble, tellement qu'ils composaient une espèce de peau qu'on aurait pu prendre pour une enveloppe différente par sa nature du reste de la masse; et, pour ajouter à cette illusion, cette peau adventive, distendue par l'endosmose, crevait quelquefois et laissait échapper les granules intérieurs;

(1) Pl. X, fig. 99, *b*, *c*.

mais ceux-ci, retenus par un lien invisible, ne se séparaient pas (1).

Quand un grain de pollen était abandonné à lui-même sur l'eau, l'éruption se faisait presque toujours par un jet grêle qui s'alongeait en serpentant, et la peau adventive, vide et affaissée, restait dans l'intérieur du grain (2). Souvent on la voyait à la faveur de la transparence des deux enveloppes. Si, avec la pointe d'une aiguille, on tirait le jet tout doucement, il n'était pas rare qu'on entraînât le grain auquel il était attaché, car les granules tenaient tous ensemble. On pouvait aussi couper le jet en plusieurs tronçons, sans que les granules se séparassent. Cependant leur union était si faible, que l'agitation de l'eau suffisait pour la détruire.

Assurément les granules du jet n'étaient pas contenus dans un boyau semblable à celui qu'Amici a découvert. Quelque délicat et transparent qu'eût été ce boyau, des indices certains m'eussent révélé sa présence. Tous les efforts que j'ai faits pour le découvrir ont été vains. D'ailleurs, il n'aurait pu se former, comme de coutume, que par l'extension de la membrane interne; or, rien ne me paraît mieux établi que lorsque le pollen du *Cucurbita pepo* est mis sur l'eau, la membrane interne se crève au lieu de s'alonger en boyau.

Comment se fait-il donc que les granules restent unis quand ils sont sortis du grain? J'imagine qu'ils sont collés les uns aux autres par une matière visqueuse qui suinte de leur corps, et que l'eau ne dissout que lentement. Cette

---

(1) Pl. IX, fig. 97, *c*, *d*.
(2) Pl. X, fig. 99, *d*.

supposition très-vraisemblable s'applique à une foule de plantes dont le pollen, convenablement humecté, lance un jet nu comme celui du *Cucurbita pepo*, et, pour le dire en passant, comme celui du *Lilium flore reflexo* observé par Needham, quoique cet habile observateur ait écrit que les granules y étaient retenus par une *substance membraneuse;* mais la figure qu'il donne pour éclairer sa description ne laisse point d'incertitude sur ce qu'il a vu, et prouve que la découverte du boyau appartient tout entière à M. Amici.

On doit se rappeler que les granules ne se trouvaient pas seulement dans les utricules polliniques, je les ai observés dans toutes les cellules du tissu, qui ont servi à mes recherches. Il y a plus, j'avais fait germer des graines de potiron pour étudier la formation des stomates, et je ne fus pas peu surpris lorsqu'ayant mis sous le microscope des parcelles du tissu des cotylédons commençant à peine à verdir, j'en vis sortir des myriades de granules qui s'agitaient en tous sens. Ces petits corps organisés varient par leur volume et leur forme. Il en est de sphériques, d'ovoïdes, d'irréguliers; mais dans tous les contours sont arrondis (1). Il semble qu'il y ait en eux une force contractile qui modifie momentanément leur forme sous les yeux de l'observateur; ils montent ou descendent dans la goutte d'eau où ils sont plongés. Aussi, quand ils exécutent cette manœuvre, on est obligé, pour les tenir toujours au foyer de la lentille, d'éloigner ou de rapporter le porte-objet. Leurs mouvements sont vifs, brusques, capricieux. Si dans leurs courses vagabondes ils viennent à se rencontrer, ils s'éloignent ou se rapprochent souvent à

---

(1) Pl. X, fig. 100.

plusieurs reprises les uns des autres, comme pour se harceler, s'éviter ou se réunir. Lorsque l'union n'a pas lieu, ils se portent tout-à-coup d'un autre côté. J'ai vu des alliances de deux, trois, quatre granules, ou d'un plus grand nombre. Deux, trois, quatre granules réunis se meuvent à peu près comme un seul. Je n'oserais dire que de nombreux granules liés ensemble se meuvent aussi en commun; mais jusqu'à ce que des observations réitérées m'aient convaincu du contraire, j'admettrai que, dans ces grandes associations, les granules placés de telle manière qu'ils ne tiennent aux autres que par un point, ne sont pas tout-à-fait privés de mouvement. Le journal de mes observations porte qu'ils s'agitent encore, que l'on serait tenté de croire qu'ils veulent reprendre leur liberté, et qu'il en est parmi eux qui se détachent.

Tout ce que je viens de dire se rapporte à des granules que j'avais mis sur l'eau; mais qu'on n'imagine pas que ces petits corps soient immobiles dans les cavités du tissu utriculaire. Chaque cellule est un monde où règne la plus grande activité. J'avais fait cette remarque pour la première fois il y a bien long-temps, et si je n'en avais point parlé, c'est que je m'étais persuadé que les corps mouvants étaient des animalcules nés dans l'eau dont je baignais mes préparations anatomiques.

En dernier lieu, il me vint à l'esprit de mêler de l'acide nitrique ou de l'ammoniaque à la goutte d'eau dans laquelle je tenais les granules en observation. Je croyais que le repos succéderait au mouvement : il n'en fut pas ainsi. Les granules continuèrent de se mouvoir, mais d'un mouvement lent et lourd qui ne ressemblait nullement à celui qui avait

précédé. On aurait dit de la matière brute poussée, repoussée, attirée par une force extérieure. Tel me parut le mouvement que me fit observer M. R. Brown, il y a quelques années, dans de fines râclures de divers corps organisés ou inorganisés.

Quand je compare les granules des valves de l'anthère aux granules des utricules polliniques, je ne puis leur assigner aucun caractère différentiel de forme ou d'aspect. Cependant ils se comportent d'une manière très-différente à beaucoup d'égards, ce que j'attribue plus volontiers à la diversité des positions qu'à des différences organiques. Les granules du tissu des valves sont toujours à l'aise dans leurs utricules, parce qu'ils se multiplient peu; ils cessent bientôt de se mouvoir; ils prennent une teinte d'un vert jaunâtre et se collent les uns aux autres en masse pâteuse, irrégulière (1). Les granules polliniques se multiplient en telle quantité, que, malgré l'ampleur des cellules, ils deviennent immobiles faute d'espace pour se mouvoir; ils sont alors réunis en masses qui se moulent sur le creux de leurs enveloppes (2); mais dans cet état ils ne perdent ni leur forme, ni leur transparence, ni leur propriété locomotive, et recommencent à s'agiter sitôt qu'une cause accidentelle ou naturelle les rend à la liberté. Quant à ce qu'ils deviennent finalement, je n'en saurais rien dire qui fût justifié par des observations positives, et je ne me hasarderai pas ici à suppléer aux faits par des hypothèses.

---

(1) Pl. VIII, fig. 82, *b*; et Pl. IX, fig. 84, *c*.

(2) Pl. VIII, fig. 79, *a*, et fig. 82, *a*.

Les opinions sont partagées sur les mouvements dont je viens de parler. Sont-ils ou ne sont-ils pas spontanés ? ou (ce qui n'est que la même question en d'autres termes) les granules prennent-ils place parmi les animaux ou parmi les productions végétales ? Gleichen et M. Ad. Brongniart affirment qu'il y a spontanéité dans leurs mouvements, et que par conséquent ce sont des animaux. Beaucoup de faits déposent en faveur de cette opinion que je considère, non pas comme rigoureusement démontrée, mais comme très-probable.

On s'étonnera peut-être que j'aie donné tant de place dans ce Mémoire à la description de l'anthère d'une seule espèce; cependant, si cette anthère offrait un type qui fît connaître la structure la plus habituelle des organes analogues dans les autres espèces, ne vaudrait-il pas mieux avoir appelé toute l'attention du lecteur sur une seule anthère, que d'avoir fait passer un grand nombre d'exemples sous ses yeux sans lui fournir le moyen d'en étudier profondément aucun? Or, j'ai acquis la certitude que beaucoup d'anthères sontorganisées, sauf les différences spécifiques, sur le plan de celle du *Cucurbita pepo*. Ainsi, l'examen d'une anthère, poussé jusque dans les plus secrets détails de l'organisation, peut conduire à des connaissances générales sur cette partie de la fleur. Il en est de même sans doute de tout autre organe de quelque importance, si le choix de l'espèce sur laquelle on opère est fait avec discernement. Dans des recherches de cette nature, le phytologiste doit suivre avec une imperturbable patience l'ordre chronologique des développements. Cet ordre échapperait nécessairement à celui qui chercherait la succession des faits dans des observations recueillies

sur des espèces différentes. Les modifications spécifiques lui feraient bientôt perdre de vue les rapports généraux. Sa théorie (si toutefois on consent à donner ce nom à un assemblage de faits qui n'ont entre eux que des relations incertaines) ne pourrait satisfaire aux besoins de la science, car elle ne serait pas plus applicable à une espèce en particulier qu'à la généralité des espèces.

OBSERVATION.

Au moment où je corrige la dernière épreuve de ce Mémoire, j'apprends que quelques personnes qui, sans doute, ne connaissent mon travail que par d'imparfaites analyses, se sont imaginé qu'il était la suite et la confirmation de celui de M. Turpin. Il est très-vrai que tous deux nous avons pris à tâche de découvrir l'origine et le mode d'accroissement de la matière organisée et vivante; mais la méthode que nous avons suivie et les faits qui se sont présentés à nous, ainsi que les conséquences que nous en avons tirées, sont fort différents. Pour faire sentir combien nous sommes loin de nous entendre, je vais exposer ici en peu de mots la doctrine de M. Turpin. J'emploierai autant que je le pourrai ses propres expressions. (Voy. Mémoires du Muséum, tome XVIIIe, pag. 161.)

Souvent sur des corps placés sous l'eau, on observe une matière muqueuse ou mucilagineuse, composée de globules probablement pleins et n'offrant aucune granulation intérieure capable de les propager. Ce sont des *Protospheria*. Des globules, analogues et toutefois susceptibles de se creuser en vésicules en se développant, et de produire de leurs parois intérieures d'autres vésicules ou globulins (*Sphérioles* Mirb.), naissent aussi dans l'espace. Avec les *Protospheria* on trouve des êtres semblables par leur substance, mais formant des filamens ténus, longs, pleins, sans granulation propagatrice apparente. Ce sont des *Protonema*.

Une agglomération de globules distincts des *Protospheria*, forme le tissu globulaire. Une agglomération de vésicules distinctes, propagateurs et individus, forme le tissu cellulaire (*Tissu utriculaire* Mirb.). Des *Protonema* forment les Tigellules du tissu vasculaire (*Vaisseaux* ou *Tubes* des auteurs). Tous ces tissus sont enveloppés dans la cuticule (*Épiderme*), sorte de grande vésicule incolore, mince, transparence sans ouverture, et dont l'origine est inconnue.

Les vésicules et la globuline propagatrice qui naît, par extension, de leurs parois intérieures, les tigellules qui végètent parmi les vésicules et qui, lorsqu'elles sont tubulées, représentent rigoureusement une tige ordinaire réduite à l'état de cuticule, et la cuticule, qui marque la limite des masses tissulaires, sont des êtres distincts qui n'ont de commun que leur agglomération, mais ne se confondent point, et qui ne se convertissent jamais les uns dans les autres.

La globuline est seule destinée à renouveler et à étendre dans tous les sens la base tissulaire des végétaux. Les grains de globuline ayant une tendance à prendre plus de volume que ne le permet la vésicule qui les renferme, il s'ensuit que celle-ci se déchire et accouche de globulins, ou vésicules enfants, qui contiennent déja de nouvelles générations; et l'on retrouve après cet accouchement le cadavre membraneux de la vésicule-mère.

Un grain de globuline peut reproduire un végétal entier. Enfanté par une vésicule-mère, il devient bientôt vésicule-mère lui-même, et les globulins qui sortent de lui se soudent plus ou moins entre eux et continuent à engender de nouveaux individus et à augmenter l'étendue de la masse tissulaire. La cuticule est destinée à contenir la multiplication aveugle et par accouchement de toutes ces vésicules composantes. Elles sont retenues par cette espèce de moule mystérieux qui donne aux différentes races leurs formes variées, mais constantes dans leur diversité.

Ce court exposé de la doctrine de M. Turpin montre que mon travail n'a de commun avec le travail de ce naturaliste que le choix du sujet.

EXPLICATION DES PLANCHES.

PLANCHE PREMIÈRE.

Anatomie du MARCHANTIA POLYMORPHA.

Fig. 1. Expansion foliacée vue par sa face supérieure.

a. Nervures. On doit remarquer sur cette face les étroites bandes verdâtres, qui la divisent en une multitude de petites losanges d'un vert foncé. Au milieu de chaque losange est un point noir, qui est l'ouverture d'un stomate.

Fig. 2. La même expansion vue par sa face inférieure. Cette face n'offre point de stomates. Vers les bords, on aperçoit par transparence les losanges de la face supérieure.

a. Nervures. Elles se marquent ici en relief, tandis que sur la face supérieure elles ne font aucune saillie.

Fig. 3. Une expansion produisant de sa face inférieure de longues et grêles racines *a* qui gagnent obliquement la surface du sol, et y enfoncent leur extrémité. Ces racines naissent le long des nervures; elles sont d'abord recouvertes par de fines membranes, mais elles les écartent bientôt, elles se portent en avant et forment des faisceaux aplatis.

Fig. 4. Portion de l'expansion foliacée plus grossie que dans les figures précédentes.

a. Bandes verdâtres qui, se croisant en biais, divisent la face supérieure en losanges d'un vert foncé.

b. Losanges.

c. Stomate coupé par la moitié. La figure représente deux stomates entiers.

Fig. 5. Portion de l'expansion foliacée, de la nervure de laquelle part un pédoncule surmonté de son chapeau lobé profondément. Ce caractère indique que le chapeau porte l'organe femelle.

a. Côté du pédoncule qui correspond à la face supérieure de l'expansion foliacée.

b. Côté du pédoncule qui correspond à la partie inférieure de l'expansion foliacée.

Sur les lobes du chapeau, ainsi que sur le côté du pédoncule correspondant à la face supérieure de l'expansion foliacée, on aperçoit les bandes verdâtres et les losanges d'un vert foncé aussi bien que sur l'expansion, et, avec le secours d'une loupe, on y distinguerait l'ouverture des stomates.

Fig. 6. Réceptacle chalatidiforme contenant des bulbilles elliptiques lenticulaires, échancrés aux deux extrémités.

Cette petite corbeille, à bords dentelés, repose sur une portion de l'expansion foliacée.

PLANCHE II.

Suite de l'anatomie du Marchantia polymorpha.

Fig. 7. Portion de la couche utriculaire superficielle de la face inférieure de l'expansion foliacée. On voit que cette portion offre au milieu une certaine épaisseur due à l'accumulation du tissu utriculaire sous-jacent; ce qui indique que la couche utriculaire superficielle est continue avec la masse du tissu. Cette continuité est bien plus apparente encore dans la planche VI, fig. 47, où est représentée la coupe d'une jeune expansion foliacée, perpendiculaire à la surface.

a. Petites masses solides, blanchâtres, mamelonnées à leur surface, dont la nature m'est inconnue. Serait-ce de l'amidon? serait-ce une substance saline ou terreuse? Cela est fort difficile à décider; car ces corps sont si petits qu'on ne peut les voir qu'avec le microscope, et qu'il semble impossible d'en réunir une certaine quantité sur laquelle on puisse opérer par le moyen des réactifs chimiques.

b. Portion du tissu utriculaire, constituant les nervures qui forment de faibles élévations à la superficie de la couche utriculaire de la face inférieure de l'expansion foliacée. On doit remarquer que la différence entre les utricules des nervures et celles du reste du tissu, consiste uniquement dans l'alongement plus considérable des premières.

Fig. 8. Coupe de l'expansion foliacée, faite dans un plan perpendiculaire à la surface.

a. Tissu utriculaire parenchymateux que je nomme, dans mon Mémoire, tissu sous-jacent, par égard à sa position relativement à la couche utriculaire superficielle.

b. Couche utriculaire superficielle, désignée par les phytologistes sous le nom d'Épiderme.

c. Pan de tissu utriculaire qui tient par sa crête à la couche utriculaire superficielle, et par sa base au tissu sous-jacent *a*.

d. Chambre pneumatique.

e. Papilles noueuses, rameuses ou indivisées, qui se développent sur l'aire et les cloisons des chambres pneumatiques.

f. Stomate coupé perpendiculairement à sa base, dans le sens de son petit diamètre.

g. Utricules formant la margelle du stomate.

h. Utricules formant l'anneau obturateur.

Fig. 9. Autre stomate coupé perpendiculairement à sa base et dans le sens de son grand diamètre.

a. Utricules appartenant à la couche utriculaire superficielle, nommée vulgairement épiderme.

b. Margelle du stomate.
c. Utricules de l'obturateur.

Fig. 10. Tronçon d'une grosse racine, vu par un grossissement de cinq à six cents fois le diamètre. On aperçoit dans l'intérieur de petites pointes semblables à des poils très-courts.

Fig. 11. Tronçon d'une petite racine grossi également cinq à six cents fois. La racine est un peu pliée en zigzag. Plus souvent elle est rectiligne et cylindrique.

Fig. 12. Bout d'une petite racine grossi également cinq à six cents fois. Il se terminé en *cœcum*.

Fig. 13. Coupe transversale d'un pédoncule très-jeune.

a. Face du pédoncule correspondante à la face supérieure de l'expansion.
b. Face du pédoncule correspondante à la face inférieure de l'expansion.
c. Chambres pneumatiques peu nombreuses à cause de la jeunesse du pédoncule, et qui ne sont pas encore garnies de papilles.
d. Pans de tissu utriculaire qui forment les cloisons des chambres.
e. Rainures profondes, dans lesquelles sont logées des racines dont on voit la coupe transversale.
f. Bords amincis des rainures.

Fig. 14. Coupe transversale d'une portion de pédoncule déja ancien.

a. Face du pédoncule correspondante à la face supérieure de l'expansion.
b. Stomate coupé perpendiculairement à sa base. On voit très-distinctement les utricules qui forment la margelle de l'obturateur.
c. Chambres pneumatiques garnies de papilles.
d. Pans utriculaires formant les cloisons. Les chambres et les

cloisons sont beaucoup plus multipliées que dans le pédoncule représenté par la figure 13.

e. Rainures profondes dans lesquelles sont logées les racines.

f. Racines naissantes.

g. Racines développées.

h. Bords amincis des rainures.

Fig. 15. Portion de l'épiderme du pédoncule détachée de la face correspondante à la face supérieure de l'expansion et vue en-dessous.

a. Chambres pneumatiques beaucoup plus longues et beaucoup moins larges que dans l'expansion. Il est à remarquer que les losanges deviennent ici tellement irrégulières, que souvent leur nom ne s'accorde plus avec leur forme.

b. Papilles.

c. Stomates. Ils sont très-sensiblement plus petits que dans l'expansion. Peu s'en faut que l'obturateur ne ferme totalement l'orifice interne. C'est ce qu'il est facile de reconnaître ici, puisque c'est la face inférieure de l'épiderme qu'on a sous les yeux. Quatre stomates sont représentés sous la lettre *c*, et tous diffèrent entre eux par le nombre ou l'arrangement des utricules qui composent l'obturateur.

d. Cloisons utriculaires qui forment les chambres pneumatiques.

Fig. 16. Stomate d'un pédoncule. Il est vu en-dessus. On distingue deux assises, chacune de quatre utricules agencées en ellipse. Ces deux assises composent la margelle. L'orifice elliptique du stomate laisse apercevoir les bouts de quatre utricules qui constituent l'obturateur.

PLANCHE III.

Suite de l'anatomie du MARCHANTIA POLYMORPHA.

Fig. 17. Deux lames très-étroites, comme seraient deux fils aplatis, roulées ensemble en spirale. Ce petit appareil très-hygroscopique est désigné par les botanistes sous le nom d'Élatère.

a. Séminules faiblement collées à l'élatère. Elles contiennent des sphérioles remplies d'une matière jaune.

Fig. 18. Autre élatère formé d'une seule lame pliée en deux.

Fig. 19. Séminules détachées de l'élatère.

Fig. 20. Deux séminules qui ont été pendant quelque temps exposées à l'humidité et ont pris de l'ampleur.

Fig. 21. Une séminule commençant à germer. Ce commencement de germination n'est rien autre chose que l'alongement en tube d'une partie de la paroi de la vessie qui constitue la séminule. La matière jaune contenue dans les sphérioles devient verdâtre.

Fig. 22. Séminule plus développée. La matière jaune a pris un ton plus verdâtre.

Fig. 23. Séminule encore plus développée. La matière jaune est devenue verte.

Fig. 24. La séminule a donné naissance à des utricules tout-à-fait semblables à elle. Ces utricules forment une espèce de cône par leur réunion.

a. Séminule. Elle ne diffère en aucune façon des utricules; c'est

pourquoi, dans mon Mémoire, il m'arrive quelquefois de la désigner sous le nom d'*utricule-mère*.

b. Utricules produites par la séminule.

c. Racine.

Fig. 25. Fig. 26. Fig. 27. Fig. 28. Diverses germinations. Elles offrent des formes irrégulières et bizarres. Il est fort rare qu'elles présentent une sorte de symétrie dans la disposition de leurs utricules, comme dans la fig. 24.

Fig. 29. Résultat remarquable de la germination. Il y a production d'une expansion foliacée; on peut donc dire que la germination est terminée.

a. Amas irrégulier d'utricules dont la formation précède toujours la naissance de l'expansion foliacée.

b. Formation régulière. C'est une expansion foliacée ou fronde, selon l'expression des botanistes.

Fig. 30. Résultat analogue à celui qui est représenté fig. 29; *a* et *b* indiquent ici les mêmes modifications.

PLANCHE IV.

Suite de l'anatomie du Marchantia polymorpha.

Fig. 31. Corbeille commençant à se développer. Elle est alors si petite, qu'à peine l'aperçoit-on avec le secours de fortes loupes, et que pour en reconnaître l'organisation il faut faire usage des lentilles les plus puissantes d'un bon microscope composé.

Fig. 32. Coupe de la jeune corbeille dans un plan perpendiculaire à sa base.

a. Dents bordant la corbeille, et dont on voit parfaitement, figure 31, la disposition convergente.

b. Utricules superficielles développées en mamelons coniques.

c. Chambre pneumatique et papilles.

d. Chambre pneumatique et papilles vues à travers le tissu utriculaire.

e. Amas de bulbilles tous très-jeunes, mais à différents degrés de développement.

Fig. 33. Une dent d'une corbeille de l'âge de celle qui est représentée fig. 31.

Fig. 34. Une dent d'une vieille corbeille telle que celle qui est représentée pl. I, fig. 6.

C'est dans la note G qu'il faut chercher l'explication très-importante des deux figures 33 et 34.

Fig. 35. Bulbilles extrêmement jeunes, observés par un grossissement de cinq à six cents fois le diamètre.

a. Utricule formant le pédoncule du bulbille.

b. Utricule qui sert de matrice au bulbille.

c. Bulbille peu après l'absorption de l'utricule dans laquelle il s'est développé.

Fig. 36. Bulbille très-petit et pourtant beaucoup plus développé que celui qui est représenté fig. 35, lettre *c.* De même que dans le bulbille *c*, fig. 35, son long diamètre de sa base à son sommet.

Fig. 37. Bulbille plus âgé que celui que j'ai représenté fig. 36. Son long diamètre n'est plus de la base au sommet, mais d'un côté à l'autre, et chaque côté est divisé peu profondément en deux lobes par une échancrure.

a. Petites fossettes qui semblent être un commencement de stomates, et qui pourtant disparaissent bientôt sans laisser de traces.

b. Mamelon qui est l'extrémité d'une nervure, laquelle paraîtra

plus tard en relief sur la face inférieure du bulbille transformé en une expansion foliacée.

Fig. 38. Bulbille très-développé. J'ai enlevé obliquement une portion de l'une des surfaces pour faire voir que le tissu utriculaire était encore, à cet âge, continu dans toutes ses parties, de sorte que l'épiderme ne se distinguait du reste du tissu que parce qu'il en formait la couche extérieure.

a. Corps concrets, semblables à ceux que j'ai observés dans la portion de la couche utriculaire superficielle de la face inférieure de l'expansion foliacée, planche II, figure 7.

Fig. 39. Bulbille semé depuis vingt-quatre heures. Il s'est enraciné par sa face appliquée sur le sol.

Fig. 40. Le même bulbille retourné sens dessus dessous, de sorte que la face inférieure regarde le ciel, et que, par conséquent, les racines sont en l'air, tandis que la face supérieure est appliquée sur le sol.

PLANCHE V.

Suite de l'anatomie du MARCHANTIA POLYMORPHA.

Fig. 41. Bulbille retourné, en pleine végétation.

a. Face supérieure.
b. Face inférieure.
c. Racines produites par la face inférieure.
d. Racines produites par la face supérieure.

Fig. 42. Continuation des développements du bulbille retourné.

a. Face supérieure. Elle a repris, en se retournant, sa position première, c'est-à-dire qu'elle regarde le ciel; et, par conséquent, la face inférieure regarde la terre comme dans l'origine.

b. Racines de la face inférieure.

c. Très-jeunes stomates.

d. Stomates un peu plus développés.

Fig. 43. Bulbille que j'avais retourné comme celui qui est représenté pl. IV, fig. 40, et qui s'est rejeté en arrière, présentant de nouveau sa face supérieure au ciel, tandis que sa face inférieure, ramenée vers la terre, y envoie des faisceaux de racines. On voit qu'il ne pose sur le sol que par l'extrémité de l'un de ses côtés.

Fig. 44. Autre bulbille qui, après avoir été également placé sens dessus dessous, s'est également retourné.

Fig. 45. Portion très-grossie d'un bulbille qui se développe en fronde. Ce lambeau est vu par sa face supérieure. Les stomates ne sont pas encore parvenus au terme de leur croissance. On aperçoit, à la faveur de la transparence de l'épiderme qui forme la voûte des chambres pneumatiques, le sommet des papilles.

PLANCHE VI.

Suite de l'anatomie du Marchantia polymorpha.

Fig. 46. Portion très-grossie de la face supérieure du bulbille représenté pl. V, fig. 42.

a. Stomate naissant. C'est une simple fossette.

b. Stomate un peu plus avancé. Quatre utricules renflées commencent la margelle.

c. Stomate encore plus avancé. Non-seulement la margelle paraît, mais les cellules environnantes se sont soulevées et détachées du tissu sous-jacent. Ainsi les chambres pneumatiques commencent à se former.

d. Stomate qui ne diffère du précédent que parce qu'une nou-

velle assise, composée de quatre utricules, élève la margelle.

e. Stomate au fond duquel on aperçoit nettement les lignes d'union de quatre utricules convergentes.

f. Stomate plus avancé. Quatre utricules qui formaient le fond comme en *e*, s'étant séparées et écartées les unes des autres, laissent voir, par une ouverture étoilée, le tissu sous-jacent.

g. Stomate dont le fond était peut-être fermé par cinq utricules, dont une, au centre, flanquée de quatre autres. L'utricule centrale se serait évanouie, et à sa place on trouverait une ouverture carrée. On pourrait soupçonner aussi que ce stomate a été, dans l'origine, semblable au stomate *e*. Dans cette hypothèse l'orifice carré proviendrait de ce que les quatre bouts des utricules de l'obturateur se seraient élargis et non pas séparés.

Fig. 47. Coupe d'une jeune expansion foliacée perpendiculaire à sa surface.

a. Stomate dont la partie inférieure n'est pas encore ouverte.

b. Utricules qui forment la première assise de la margelle.

c. Utricules qui forment la seconde assise de la margelle.

d. Le tissu sous-jacent commence à se détacher et les papilles se développent.

e. Petites masses concrètes, qui sont peut-être de nature amilacée.

f. Coupe transversale des membranes qui recouvrent les jeunes racines.

g. Racines coupées transversalement.

h. On voit en *h* que l'expansion foliacée est parfaitement continue avec le reste du tissu.

Fig. 48. Une des extrémités supérieures de l'expansion foliacée qui offre, dans un sinus, le chapeau naissant sous la forme d'un mamelon vert, lequel est recouvert en partie par des écailles membraneuses et rougeâtres.

Fig. 49. Un chapeau plus avancé que le précédent, détaché de l'expansion foliacée.

Fig. 50. Coupe verticale d'un chapeau mâle parvenu à son complet développement.

a. Organes mâles.
b. Stomates.
c. Chambres pneumatiques avec leurs papilles.
d. Membranes qui naissent à la face inférieure du chapeau et recouvrent les racines.
e. Racines.
f. Portion du pédoncule.
g. L'une des deux rainures qui reçoivent les deux faisceaux de racines.

Fig. 51. Portion d'un autre chapeau mâle coupé verticalement et plus grossi que le précédent.

a. Sommet de l'organe mâle.
b. Stomate.
c. Chambres pneumatiques et papilles.

Fig. 52. Coupe horizontale d'une portion du chapeau mâle.

a. Coupe horizontale de l'étamine. On aperçoit une masse de grains de pollen dont la réunion forme un tissu utriculaire très-fin, très-délicat, dans les cavités duquel sont contenus des granules.
b. Lame utriculaire qui recouvre immédiatement la masse de grains de pollen. Cette lame n'est autre chose que l'anthère. Plus tard elle se séparera du tissu environnant.
c. Chambres pneumatiques et papilles.

PLANCHE VII.

Suite de l'anatomie du MARCHANTIA POLYMORPHA.

Fig. 53. Étamine retirée de la cavité qui la contenait.

a. Filet de l'étamine. La partie supérieure, de forme ovoïde, est l'anthère. C'est un sac parfaitement clos, dont la paroi est composée d'une seule couche d'utricules, lesquelles contiennent des sphérioles. Dans son intérieur est logée une masse de grains de pollen.

Fig. 54. Coupe de l'anthère, parallèle au plan de sa base. On y distingue très-bien les utricules de la paroi de l'anthère et les utricules ou grains de la masse du pollen. Ces dernières utricules contiennent des granules de formes variées qui ressemblent à ceux du pollen des phanérogames, moins la propriété locomotive.

Fig. 55. Étamine semblable à celle qui est représentée fig. 53, que l'on a fait crever au moyen d'une légère pression. L'anthère est déchirée et le pollen sort par l'ouverture. Les grains sont cubiques; beaucoup d'entre eux se sont séparés de la masse, beaucoup aussi se sont crevés et lacérés, et les granules qu'ils contenaient sont devenus libres.

Fig. 56. Petite portion de la masse du pollen vue par un grossissement de cinq à six cents fois le diamètre.

Fig. 57. Pollen vu à travers la paroi de l'anthère, dans un grain plus âgé que ceux qui sont représentés figures 53, 54 et 55. Les grains commencent à se détacher les uns des autres par leurs angles correspondants, ce qui produit de petits méats inter-utriculaires à orifices carrés.

Fig. 58. Étamine très-vieille. Elle est encore environnée, en partie,

du tissu utriculaire du chapeau. Les parois des utricules de l'anthère sont ondulées, ce qui n'a pas lieu dans les organes mâles plus jeunes, ainsi qu'on peut le voir pl. VI, fig. 51.

Fig. 59. Coupe verticale d'un chapeau femelle du *Marchantia.*

a. Un des lobes du chapeau.
b. Stomates entiers.
c. Stomates coupés par la moitié. On voit au-dessous les chambres pneumatiques et les papilles.
d. Faisceau de racines renfermé dans un *cœcum* creusé dans le lobe du chapeau. Le *cœcum* débouche dans une rainure du pédoncule et y conduit le faisceau de racines qui descend perpendiculairement vers la terre.
e. Racines engagées dans la rainure du pédoncule.
f. Pistils attachés sous le chapeau. On remarquera qu'ils sont d'autant plus jeunes, que leur point d'attache est moins éloigné du centre du chapeau.
g. Membranes fimbriées qui abritent et cachent les pistils.
h. Filets formés d'utricules attachées bout à bout. Ils naissent de la base des pistils.

Fig. 60. Coupe transversale plus grossie d'un lobe du chapeau.

a. Stomates, chambres pneumatiques, papilles qui se développent sur la face supérieure du lobe.
b. Face intérieure du lobe qui est privée de stomates, de chambres et de papilles.
c. Calibre du *cœcum.* Des tronçons de racines paraissent dans l'intérieur.

Fig. 61. Deux très-jeunes pistils. Pour les apercevoir, l'emploi des plus fortes lentilles est indispensable.

Fig. 62. Un pistil plus âgé que les deux précédents, quoique très-jeune encore.

a. Ovaire.

b. Style.

c. Stigmate.

d. Globule vert formé d'un tissu d'utricules, lesquelles, à l'exception de celles qui constituent la couche superficielle, deviendront plus tard des élatères et des séminules.

e. Anneau d'utricules, qui est le commencement d'un sac membraneux destiné à recouvrir le pistil.

Fig. 63. Un pistil plus âgé.

a. L'anneau *e* de la figure 62 s'est changé en une sorte de godet, dans lequel se cache la base de l'ovaire.

b. Stigmate dont les utricules sont épanouies en rosace.

c. Trace qui indique la tubulure du style.

Fig. 64. Pistil encore plus âgé.

a. Orifice du stigmate. Il correspond à la tubulure du style.

b. Le godet de la figure 63 est devenu un sac qui recouvre totalement l'ovaire.

c. Filets utriculaires qui naissent à la base des pistils.

Fig. 65. Pistil dont le style commence à se flétrir. On a enlevé tout un côté du sac pour faire voir l'ovaire.

Fig. 66. Pistil entièrement recouvert par le sac, qui a six grands plis longitudinaux en manière de côtes.

Fig. 67. Pistil retiré du sac. On a fait l'ablation d'une portion de la paroi de l'ovaire pour montrer le globule qu'on voit par transparence fig. 62, lettre *d*, et dont le volume s'est progressivement accru dans les pistils représentés figures 63, 64, 65, 66 et 67.

PLANCHE VIII.

Fin de l'anatomie du MARCHANTIA POLYMORPHA, *et anatomie de l'anthère du* CUCURBITA PEPO.

Fig. 69. Globule à peu près du même âge que celui qui est représenté dans la pl. VII, fig. 67. Ce globule est coupé suivant un plan perpendiculaire au plan de sa base, de sorte que l'on voit son organisation interne. Il est entièrement formé d'utricules. Celles de la circonférence sont étroitement unies ensemble; mais il n'en est pas de même de celles de l'intérieur; elles commencent à se désunir; cependant la dislocation n'est pas encore assez avancée pour que la masse s'égrène. L'observation de la coupe d'un globule un peu plus âgé est impossible, attendu qu'il se compose alors d'un sac formé par la couche extérieure des utricules, lesquelles ne se sont point disloquées, et par les utricules intérieures, qui ne tiennent plus les unes aux autres. Mais au moyen d'une délicate dissection on peut parvenir à reconnaître l'état des choses, comme je le prouve par la fig. 70.

Fig. 70. Portion d'un globule un peu plus âgé que le précédent.

a. Un lambeau de la membrane utriculaire qui constitue le sac du globule, vu par sa face extérieure.

b. Utricules alongées en élatères, et qui tiennent par leur bout antérieur à la membrane utriculaire du sac. Ces utricules élatériennes sont de petits tubes parfaitement clos et qui se terminent en pointe par les deux bouts. Elles contiennent encore des sphérioles verdâtres.

c. Utricules qui sont les séminules du *Marchantia*. En général elles n'adhèrent plus entre elles; mais, par l'effet du contact, elles se sont faiblement collées aux élatères. Elles

contiennent des sphérioles vertes, comme lorsque, par leur union, elles composaient un tissu.

Il est évident que les élatères, lesquels ont pour origine les utricules situées immédiatement sous la couche utriculaire superficielle du globule, ont pénétré, en s'alongeant, entre les séminules qui, par l'effet de leur dislocation, laissaient des vides entre elles, et que c'est alors qu'une double série de séminules s'est collée sur chaque élatère.

Fig. 71. Un élatère *b* de la fig. 70. Il ne porte plus que cinq séminules; les autres se sont détachées. Je l'ai observé sous un grossissement de cinq à six cents fois le diamètre, mais je ne lui ai pas donné dans mon dessin la grandeur que j'ai obtenue. Même observation pour les figures 72, 73, 74, 75 et 76.

Fig. 72. Un élatère plus âgé que le précédent. Les sphérioles ont disparu, et le tube est marqué dans toute sa longueur de stries transversales.

Fig. 73. Un élatère encore plus âgé. Les stries se sont creusées davantage, et ont fini par découper la paroi du tube en deux fils ou lames étroites, qui ne sont autre chose que deux trachées.

Fig. 74. Fig. 75. Élatère du même âge que celui qui est représenté fig. 71. La forme n'est pas tout-à-fait la même, et le développement diffère aussi un peu; j'en ai du moins obtenu la certitude pour l'élatère de la fig. 74. Il est évident que lorsqu'il est arrivé au terme de sa croissance, il est semblable à celui que l'on voit pl. III, fig. 18; c'est-à-dire qu'il offre une seule trachée dont la lame est pliée sur elle-même en deux parties égales.

Fig. 76. Lambeau de la membrane utriculaire qui constitue le sac du globule arrivé au terme de son développement. Les utri-

cules, closes comme dans l'origine, sont marquées maintenant de trois ou quatre anneaux parallèles les uns aux autres, qui font corps avec la paroi, et ne s'en distinguent guère que par leur opacité, qui résulte sans doute de leur plus grande épaisseur.

Fig. 77. Coupe transversale d'une anthère du *Cucurbita Pepo* appartenant à un bouton de deux millimètres de long. Cette anthère n'est qu'une masse de tissu utriculaire partout uniforme.

Fig. 78. Coupe transversale d'une anthère du *C. Pepo*, appartenant à un bouton à peine plus grand que celui de la coupe précédente.

a. Deux groupes d'utricules devenues sensiblement plus grandes que les autres. Je les nomme polliniques en considération de ce que c'est dans leurs cavités que se forme les grains de pollen.

Fig. 79. Coupe transversale d'une anthère du *C. Pepo* appartenant à un bouton de trois à quatre millimètres.

a. Les utricules polliniques ont encore grandi, et sont remplies d'une masse opaque de granules.

b. Membrane formée d'utricules dont l'alongement est dans la direction du centre à la circonférence. Elle enveloppe le groupe d'utricules polliniques auxquelles elle adhère d'un côté, tandis que de l'autre elle se rattache à la masse du tissu.

Fig. 80. Portion de la masse pollinique retirée de l'une des loges de l'anthère, fig. 79.

a. Utricules polliniques déchirées. Elles sont redevenues transparentes, parce que les granules se sont répandues au dehors.

b. Membrane utriculaire qui enveloppe la masse pollinique.

Fig. 81. Coupe transversale d'une anthère du *C. Pepo* appartenant à un bouton de cinq millimètres. Les parois des utricules de la masse pollinique se sont un peu épaissies.

Fig. 82. Coupe d'une anthère du *C. Pepo* appartenant à un bouton de cinq à sept millimètres.

a. Les parois des utricules de la masse ont l'apparence d'une gelée et une épaisseur très-notable.

b. Les granules contenus dans les utricules du tissu des valves de l'anthère, sont collés les uns aux autres et forment une masse pâteuse.

PLANCHE IX.

Suite de l'anatomie de l'anthère du CUCURBITA PEPO, *et origine*, *développement*, *explosion*, etc., *de son pollen.*

Fig. 83. Portion de la masse pollinique retirée d'une anthère du *Cucurbita Pepo*, appartenant à un bouton de sept à huit millimètres.

a. Membrane utriculaire qui enveloppe la masse pollinique. La paroi des utricules de cette membrane s'est épaissie et est devenue succulente comme la paroi des utricules polliniques.

b. Utricules polliniques contenant chacune une masse granuleuse. Des appendices en forme de lames se développent sur la face interne de la paroi des utricules, et s'avancent de la circonférence vers le centre à travers la masse granuleuse, qu'elles finissent par couper en trois ou quatre morceaux, comme on le voit figures 84, 85, 86, 87, 88, 89.

c. Utricules qui ont été déchirées quand on a extrait la masse pollinique, et dont les granules se sont répandus au dehors.

Fig. 84. Coupe transversale d'une anthère du *C. Pepo* appartenant à un bouton de huit à dix millimètres.

a. Utricules polliniques dont la cavité est divisée en loges par les appendices de la face interne de la paroi, lesquels s'étant rencontrés au centre se sont soudés entre eux. Chemin faisant, ils ont coupé en morceaux la masse granuleuse.

b. Membrane utriculaire qui enveloppe les utricules polliniques.

c. Granules des utricules de l'anthère, réunies en masses pâteuses.

Fig. 85. Utricule pollinique détachée naturellement de la masse au moment où l'amas de granules vient d'être partagé en quatre morceaux par quatre appendices nés de la face interne. Ces appendices sont soudés entre eux au centre de la cavité. Ce n'est qu'à cette époque que la masse pollinique se disloque.

Fig. 86. Utricule pollinique un peu plus âgée que la précédente. La cavité de ses loges s'est arrondie, et les quatre petites masses de granules, au lieu d'être trièdres comme elles l'étaient immédiatement après le morcellement opéré par les appendices, sont devenues sphériques.

Fig. 87. Autre utricule pollinique dont les amas granuleux ne sont pas aussi régulièrement arrondis.

Fig. 88. Autre utricule pollinique.

a. b. Deux petites masses sphériques de granules semblent être en contact, mais, de fait, elles sont séparées par une cloison d'une telle transparence qu'elle échappe à la vue.

c. L'une des loges de l'utricule pollinique qu'une légère pression a fait crever.

d. Granules qui s'échappent par l'ouverture. Il est à remarquer qu'ils forment une masse arrondie, quoiqu'ils ne soient pas sortis tous ensemble, puisqu'il en reste encore une cer-

taine quantité dans la loge. De là on peut conclure qu'une matière visqueuse les retient unis, et c'est en effet ce que confirment d'autres observations.

Fig. 89. Utricule à trois loges?

a. Deux loges entamées et déchirées. Elles ne contiennent plus de granules.

b. Une loge entière, contenant une petite masse granuleuse qui commence à prendre les caractères du pollen.

Fig. 90. Un grain de pollen semblable à celui de la fig. 89, lettre *b*. La petite masse de granules est renfermée dans une enveloppe dont la cavité semble beaucoup plus grande qu'il ne serait nécessaire; mais je pense que tout l'espace entre la surface de l'enveloppe et la surface de la petite masse est rempli par l'épaisseur même de la paroi de l'enveloppe, qui est succulente et diaphane.

Fig. 91. Un autre grain plus âgé. La surface de l'enveloppe se couvre de petites pointes.

Fig. 92. Un grain complétement développé.

a. Opercule.

Fig. 93. Portion d'une coupe tranversale de la valve d'une anthère parfaitement mûre du *C. Pepo*.

a. Couche utriculaire superficielle. La paroi des utricules est parfaitement close.

b. Couche utriculaire placée immédiatement sous la couche superficielle. La paroi des utricules de cette seconde couche s'est découpée en filet, de sorte qu'elle est à claire-voie.

c. Granules de la seconde couche réunis en masses pâteuses.

Fig. 94. Portion de la valve, fig. 93, vue par sa surface inférieure.

Fig. 95. Grain de pollen du *C. Pepo* mis dans l'acide nitrique étendu d'eau. L'éruption de la masse granuleuse a lieu par huit points à la fois. Je dis huit points, parce qu'il ne s'en est offert que huit à ma vue, mais probablement il en existait quelques autres sur l'autre hémisphère du grain.

a. Opercules repoussés par l'éruption des granules.

b. On voit que la matière granuleuse sort en petites masses arrondies à peu près égales, et que les granules restent unis. Ce mouvement centrifuge opéré, les choses demeurent dans l'état où je les ai dessinées, parce que la matière granuleuse s'est partagée également entre tous les points et qu'il n'en reste plus dans l'intérieur.

c. Saillie ballonnée de la membrane interne du grain.

d. Liqueur, selon toute apparence, de nature oléagineuse, qui colorait en jaune l'enveloppe externe du grain, et qui a été chassée par l'eau aiguisée d'acide nitrique. L'eau pure produit le même effet.

Fig. 96. Autre cas d'éruption. Le grain du *C. Pepo* est mis dans de l'eau pure; cinq points visibles nous offrent cinq saillies de la membrane interne repoussant l'opercule. Les granules se portent vers les cinq points; mais la membrane interne venant à se crever en *a*, les granules s'échappent en un long jet serpentant comme de la pâte de vermicelle; et quoiqu'ils ne soient pas contenus dans un boyau membraneux, ils demeurent unis.

Fig. 97. Grain que j'ai voulu partager en deux à l'aide d'une aiguille tranchante, et qui s'est crevé par l'effet de la pression.

a. Membrane interne ballonnée, qui ferme l'ouverture de l'enveloppe extérieure.

b. Partie déchirée de la membrane interne.

c. Masse granuleuse. Les granules de la superficie sont agglutinés

les uns aux autres, et forment par leur union une fausse membrane.

d. Granules intérieurs de la masse, qui se font jour en crevant la fausse membrane.

Fig. 98. Moitié d'un grain coupé en deux.

a. Enveloppe extérieure.

b. Membrane interne. Je n'ai pu parvenir à l'isoler complètement de l'enveloppe extérieure, ce qui semble prouver qu'il existe une certaine adhérence entre ces deux téguments.

PLANCHE X.

Observations anatomiques et physiologiques sur l'anthère et le pollen de plusieurs espèces de plantes phanérogames.

Fig. 99. Grain de pollen de *Cucurbita Pepo* mis sur l'eau, qui crève et se débarrasse de ses granules sans que ses opercules bronchent.

a. Opercules correspondant à cinq sinus de la membrane interne qu'on aperçoit par transparence.

b. c. Membrane interne. Elle forme cinq sinus *c*, en se retirant vers le centre du grain, et autant de saillies *b*, en s'appliquant contre la face intérieure du tégument externe.

d. Fausse membrane, espèce de peau formée par les granules extérieurs, serrés les uns contre les autres et collés ensemble. Elle a, comme on le voit, la même origine que celle qui a été signalée figure 97, lettre *c*.

e.f.g. Granules réunis en *e* en un seul jet, qui se divise en deux branches en *f*, lesquelles se subdivisent en *g* jusqu'au point de n'offrir plus que des granules éparpillés.

Fig. 100. Granules qui, après s'être désunis et séparés, se rencontrent, s'unissent de nouveau, se collent les uns aux autres, et se

maintiennent en groupe malgré les divers courants qui agitent l'eau dans laquelle ils sont plongés. Ces granules ont été observés sous un grossissement de cinq à six cents fois leur diamètre.

Fig. 101. Portion de la coupe horizontale de la valve d'une anthère parfaitement mûre de l'*Hyoscyamus albus*.

a. Couche utriculaire superficielle. La paroi des utricules est parfaitement close.
b. Couche utriculaire placée immédiatement sous la couche superficielle. La paroi des utricules de cette seconde couche s'est découpée en filet, de sorte qu'elle est à claire-voie.
c. Granules de la seconde couche réunis en masses pâteuses.
d. Restes des couches utriculaires les plus intérieures de la valve de l'anthère, qui adhèrent encore à la couche utriculaire qui s'est découpée en filets. Ces lambeaux flétris, morts et presque désorganisés, ne tarderont pas à disparaître.

Fig. 102. Portion de la valve de l'anthère de l'*Hyoscyamus albus*, fig. 101, vue par sa surface inférieure.

Fig. 103. Portion de la coupe horizontale de la valve d'une anthère parfaitement mûre du *Cobœa scandens*.

a. Couche utriculaire superficielle.
b., *c.* } Deux couches utriculaires à claire-voie.

Fig. 104. Portion de la coupe horizontale de la valve d'une anthère non mûre du *Passiflora brasiliana*. Toutes les utricules qu'on observe dans ce fragment sont encore parfaitement closes.

Fig. 105. Coupe horizontale de la valve tout entière d'une anthère de *Passiflora brasiliana*.

a. Couche utriculaire superficielle.

b., *c.*, *d.*, *e.* Quatre couches utriculaires à claire-voie.

Fig. 106. Fragment de la valve d'une anthère du *Lilium superbum* vue par sa surface inférieure. La paroi des utricules est diversement découpée et crevassée.

a. Stomate.

Fig. 107. Coupe horizontale de l'un des lobes de l'anthère du *Cobœa scandens*. Le bouton qui contient l'anthère a deux à trois millimètres de longueur, et l'anthère n'a pas plus d'un millimètre.

a. Utricules polliniques commençant à se distinguer par leur ampleur du reste des utricules du lobe.

Fig. 108. Coupe horizontale de la moitié d'un lobe de l'anthère du *Cobœa scandens*. L'anthère n'était pas loin de l'époque de sa maturité. Elle avait un peu plus de quatre millimètres de longueur.

a. Valve d'une loge de l'un des lobes de l'anthère.

b. Enveloppe utriculaire de la masse pollinique. Dans chaque utricule de cette enveloppe, il y a une sphérule (*nucleus* de M. R. Brown).

c. Masse pollinique. Les utricules de la masse sont désunies.

Fig. 109. Sept utricules polliniques désunies. Leur paroi est devenue épaisse et succulente comme celle des utricules du *Cucurbita Pepo*.

Fig. 110. Une utricule pollinique dont la cavité intérieure est

partagée en quatre loges, dans chacune desquelles il y a un grain de pollen.

Fig. 111. Granules polliniques observés par un grossissement de cinq à six cents fois le diamètre.

MÉMOIRE

SUR

LES MODIFICATIONS QUE LA FÉCULE ET LA GOMME SUBISSENT SOUS L'INFLUENCE DES ACIDES,

PAR MM. BIOT ET PERSOZ.

Lu à l'Académie Royale des Sciences, le 14 janvier 1833.

Les phénomènes de la polarisation circulaire ayant fourni à l'un de nous un caractère sensible, qui exprime une condition actuelle de l'état moléculaire des corps dans lesquels on peut reconnaître son existence, il était intéressant de suivre les applications d'un pareil indice, dans les réactions chimiques, où la substance, soumise aux expériences, éprouve des modifications successives, dont on a ainsi l'espérance d'observer l'accomplissement et les progrès. Pour cela, il fallait évidemment que la substance soumise aux agents chimiques, possédât la propriété rotatoire, en vertu de sa constitution propre, avant l'intervention de ces agents, et qu'elle continuât de la posséder, seulement avec des variations d'intensité ou de sens, dans toutes les transmutations qu'ils lui feraient subir. Ces conditions se trouvent parfaitement réalisées dans la série des modifications que la fécule, et la gomme arabique, éprouvent sous l'influence prolongée des

acides étendus. En conséquence nous avons choisi ces deux ordres de phénomènes pour le sujet de nos observations.

En étudiant, à l'aide du microscope, la constitution des farines de blé, de pois, de fèves, de riz, de maïs, Lewenhoek nous semble avoir le premier constaté que ce ne sont pas de simples poussières informes, telles qu'on en obtient par la trituration des corps inorganiques, mais qu'elles consistent en globules de forme ovoïde, transparents, recouverts d'une enveloppe corticale dans laquelle il suppose que la matière alimentaire est renfermée. En délayant ces farines, sur le porte-objet, dans une goutte d'eau ou d'alcool, puis chauffant jusqu'à faire complétement évaporer ces liquides, il reconnut qu'après cette opération les globules n'offraient plus (1) que l'apparence de sacs circulaires, membraneux, aplatis et comme vides (2); il dit même avoir trouvé que quelque partie de la matière intérieure était passée dans l'alcool et dans l'eau (3), mais sans indiquer comment il a pu s'en apercevoir; enfin, voulant connaître les changements que les globules farinacés subissent dans l'acte de la digestion, il examina au microscope la fiente d'oiseaux de diverses sortes, qui avaient été nourris presque exclusivement avec des céréales (4), et il y trouva une multitude de téguments corticaux dépouillés de leur substance intérieure, mêlés de quelques globules pleins et entiers qui paraissaient avoir échappé aux forces digestives.

Un siècle plus tard, ces observations ont été reprises par M. Raspail avec des instruments plus parfaits et des connaissances de chimie et de botanique plus étendues. M. Ras-

(1) Ant. a Leewenhoek Epistolæ physiologicæ. Delphis, 1719, p. 233, 237, 242. (2) *Ibid.* p. 236. (3) *Ibid.* p. 242. (4) *Ibid.* p. 237, 247, 248.

pail retrouva et décrivit les mêmes apparences que Lewenhoek, probablement sans savoir qu'elles eussent été déja vues, et il confirma ainsi l'exactitude des conséquences qui s'en déduisaient. Mais, plus avancé dans la connaissance de l'organisation des végétaux, il constata mieux que Lewenhoek, que les globules féculacés étaient de véritables organes; et, par des épreuves tant physiques que chimiques d'une extrême délicatesse, il prouva la différence de constitution, si ce n'est de nature, qui existe entre l'enveloppe corticale des globules et la substance qu'ils contiennent, substance qu'il assimila, qu'il dut assimiler à une gomme, parce qu'elle en a les apparences, et qu'elle subit les mêmes modifications que la gomme arabique dans les seules épreuves chimiques auxquelles il put la soumettre. Ce travail de M. Raspail fut considéré avec raison comme extrêmement curieux et intéressant.

Mais il se trouva bientôt n'avoir été pour lui qu'un premier pas dans une carrière nouvelle, d'une étendue et d'une fécondité inespérées. M. Raspail comprit que, désormais, l'étude microscopique des produits organisés devait précéder tout essai de leur analyse; et que, par le manque de cette première inspection, une multitude de ces produits réellement composés avaient dû être analysés comme simples. Il donna de ce fait des preuves nombreuses, et indiqua ainsi à l'analyse organique une route nouvelle, où elle entrera tôt ou tard, étant la seule qui puisse assurer sa marche et ses progrès.

Le sujet même dont nous allons nous occuper en offre un des plus frappants exemples. Jusqu'au moment où parurent les premières recherches de M. Raspail, la différence de

constitution physique établie par Lewenhoek, entre l'intérieur des grains de fécule et leurs enveloppes corticales, semblait avoir été mise en oubli. Les analyses des matières féculacées, et les expériences chimiques auxquelles on les avait soumises, portaient sur l'ensemble de leur composition, comme si elles étaient des corps homogènes. Les nouvelles observations de M. Raspail rappelèrent la nécessité de distinguer, dans les résultats ainsi obtenus, ce qui est propre à chacune des deux parties de l'organe qu'on avait cru simple; et c'est avec cette distinction nécessaire que nous allons brièvement rappeler les résultats obtenus par les chimistes sur cette substance, antérieurement à notre travail.

L'amidon, dans son ensemble, a été analysé par MM. Gay-Lussac et Thénard, qui l'ont trouvé composé de carbone combiné avec les éléments de l'eau, dans des proportions que toutes les expériences ultérieures ont confirmées; mais on ignore comment ces proportions doivent être réparties entre la matière intérieure des globules et leurs téguments.

En 1811, M. Kirchoff annonça à l'Académie de Saint-Pétersbourg que l'amidon, soumis à une ébullition prolongée avec un mélange d'eau et d'acide sulfurique, se transformait d'abord en une matière d'apparence gommeuse, puis en sucre. Les autres acides lui donnèrent des résultats semblables, à l'exception de trois, les acides phosphorique, tartrique et acétique, qu'il supposa sans action, probablement parce qu'il les employa en trop faible proportion de quantité ou de temps; car on sait aujourd'hui que l'un d'eux au moins, le tartrique, produit les mêmes métamorphoses. Parmi les chimistes qui s'empressèrent de répéter ces belles expériences, M. Vogel y ajouta plusieurs éléments de précision propres à caractériser la

nature des phénomènes qui s'y produisaient. Il constata que le sucre, tant liquide que solide, ainsi obtenu, était susceptible de la fermentation alcoolique. Il étudia la matière d'apparence gommeuse que l'alcool séparait aux diverses époques de l'opération, et dont il trouva, ou plutôt il crut trouver des restes, même après l'ébullition la plus prolongée. Il prouva d'une manière indubitable, que ni cette gomme ni la matière sucrée ne retenaient absolument rien de l'acide, qui détermine ainsi leur formation ou leur séparation par sa seule présence, ce que M. Delarive a depuis confirmé. Mais il ne discerna point et ne songea pas à découvrir comment et pour quelle part l'intérieur et les enveloppes des globules féculacés contribuent à la composition de ces deux produits.

M. Théodore de Saussure attaqua la question d'une autre manière. Il entreprit de déterminer par des expériences d'une extrême délicatesse, le poids de sucre solide qui résulte d'un poids donné d'amidon ; et trouvant celui du sucre d'un dixième plus fort, sans aucune intervention ni de l'air ni de l'acide, il conclut qu'il y avait fixation des éléments de l'eau, en sorte que le sucre ainsi obtenu serait une combinaison d'amidon et d'eau solidifiée. Ici encore l'amidon est considéré dans l'ensemble de ses parties. Toutefois, M. de Saussure remarqua plusieurs phénomènes qui décèlent une hétérogénéité, au moins sous le rapport de la constitution physique. Ainsi, lorsque le mélange d'amidon et d'eau acidulée se fut converti en une liqueur parfaitement fluide, ce qui arriva après une demi-heure d'ébullition, il fut tenu encore pendant quarante-deux heures à la température de 93° centésimaux. On le pesa alors, et on le filtra à travers un papier. Mais la liqueur ne passa point tout entière, elle

laissa sur le filtre une pâte blanche égale aux quatre centièmes du poids total de l'amidon employé. M. de Saussure considéra ce dépôt comme une portion intégrale de l'amidon non décomposé qui avait échappé à l'action de l'acide. Mais s'il l'eût étudié avec le microscope, comme M. Raspail nous a appris à le faire, il l'aurait bien plutôt reconnu pour un mélange de certaines parties organiques des globules, moins solubles ou moins attaquables que le reste, lesquelles se trouvaient agglutinées par une certaine quantité de matière soluble, de manière à ne pouvoir filtrer; d'autant que si la température donnée au mélange, ou la proportion d'acide employée eût été différente, la quantité de matière déposée sur le filtre aurait aussi différé. Nous concluons ceci de nos expériences, mais M. de Saussure en fournit lui-même la preuve; car il remarque que si, après une demi-heure d'ébullition, on laisse refroidir la liqueur au lieu d'en maintenir, comme il l'a fait, la haute température, elle dépose sur le filtre une quantité de matière beaucoup plus considérable, qu'il suppose toujours être de l'amidon non décomposé; et elle transmet avec facilité un fluide transparent, qui, étant concentré par l'évaporation et précipité par l'alcool, forme une matière transparente sèche, presque sans couleur, inaltérable à l'air, et tout-à-fait analogue à la gomme par sa solubilité dans l'eau, sa consistance visqueuse dans une petite quantité de ce liquide, et son insolubilité dans l'alcool. Or, cette matière, obtenue dans les conditions que M. de Saussure assigne, n'est point réellement une gomme, car elle fait tourner les plans de polarisation vers la droite de l'observateur, au lieu que la gomme naturelle, soit arabique, soit du Sénégal, les tourne vers la gauche. Et d'après les épreuves

chimiques, appliquées par M. Raspail aux diverses parties des globules sous le microscope, son excès de solubilité nous semble la présenter comme étant au moins partiellement, sinon totalement, analogue avec la matière d'apparence gommeuse que contient leur intérieur, d'autant que l'on parvient à extraire de ceux-ci une matière toute pareille, comme l'a fait M. Vogel, et après lui M. Raspail, par la seule ébullition dans l'eau pure long-temps prolongée; ou, comme nous l'avons fait nous-mêmes, par l'influence des acides, aidée d'une température convenablement modifiée selon leur force. Alors, au lieu de dire avec les traités de chimie les plus récents et les plus célèbres, que l'amidon, sous l'influence des acides, se transforme d'abord en une matière semblable à la gomme, puis en sucre, il faudrait seulement concevoir que l'action de l'acide, aidée d'une température convenable, déchire d'abord les téguments des globules, et met à nu la matière d'apparence gommeuse qu'ils contiennent; après quoi, cette même action, suffisamment prolongée selon la nature et la dose de l'acide, transforme réellement en sucre cette matière. On verra plus loin que nos expériences, tant optiques que chimiques, s'accordent toutes pour présenter ainsi la succession des effets, laquelle, en outre, peut s'observer immédiatement sous le microscope même.

Les recherches de M. de Saussure, dont nous venons de rendre compte, furent suivies d'un autre mémoire, dans lequel il fit connaître la décomposition spontanée que l'amidon de blé éprouve, à la température atmosphérique, par les seules influences de l'air et de l'eau. Les produits de cette décomposition lui parurent être des proportions variables, selon les circonstances, de sucre, de gomme, de ligneux ami-

lacé, d'une modification particulière de l'amidon, qu'il appela *amidine*, enfin, d'amidon non décomposé; mais rien ne distingue dans ces résultats ceux qui sont réellement formés par décomposition et ceux qu'une simple séparation dégage. La matière indiquée comme gomme nous semble évidemment de ce genre, c'est-à-dire, dégagée et non formée; il en est ainsi encore de celle qu'il appelle amidine, et aussi de celle qu'il suppose être de l'amidon non décomposé. Selon nos expériences, et conformément à la discussion établie plus haut, cet amidon nous paraît avoir dû être un amas principalement composé de téguments, tandis que la gomme était la matière intérieure des globules, et l'amidine une modification spontanée que cette matière intérieure subit lorsqu'on l'abandonne à elle-même dans l'eau, ou lorsque, après l'avoir précipitée de sa dissolution aqueuse à l'aide de l'alcool, on la dessèche lentement à l'étuve en couches un peu épaisses. M. de Saussure considère cette amidine comme un produit intermédiaire entre la matière d'apparence gommeuse et l'amidon, et il y trouve plusieurs caractères qui la rapprochent de l'inuline.

Cette remarque est exacte, et nous avions été nous-mêmes frappés des analogies que M. de Saussure rapporte; mais nous fîmes une dissolution aqueuse d'inuline à chaud, et la nature distincte des deux corps devint manifeste. Car cette dissolution d'inuline dévia les plans de polarisation vers la gauche, au lieu que la matière intérieure de la fécule, et sa modification, appelée amidine par M. de Saussure, les tourne vers la droite : ainsi, la constitution moléculaire est différente.

Les observations de M. Raspail laissaient encore à décider si la matière intérieure des grains de fécule, et leur enve-

loppe corticale, différaient essentiellement, quant à la composition chimique, ou seulement dans le mode d'organisation. Ce fut l'objet d'un travail de M. Guibourg. Pour éviter les réactions chimiques, il soumit seulement les grains de fécule à l'action de l'eau, soit froide, soit bouillante, après les avoir broyés à sec sur un porphyre pour user et déchirer, au moins en partie, leurs enveloppes corticales, et faciliter la sortie de la matière soluble qu'ils renfermaient. M. Raspail avait déja employé des moyens analogues. Les phénomènes de dissolution ainsi favorisés étant joints aux épreuves de la coloration par l'iode, portèrent M. Guibourg à conclure que les enveloppes corticales et la matière intérieure des grains de fécule diffèrent plutôt dans leur constitution physique que dans leur composition élémentaire; résultat qui semble montrer le terme où les recherches chimiques de ces différences pouvaient avoir de l'intérêt.

En traitant la fécule par les acides, comme on le fait pour la convertir en sucre, mais arrêtant l'action de ces auxiliaires plutôt qu'on ne le fait ordinairement, M. Couverchel a obtenu des produits qui, après la concentration et la dessiccation, se sont trouvés complètement semblables à la gomme par leurs apparences, et même par leur aptitude aux divers usages pratiques pour lesquels la gomme est employée. Mais les épreuves physiques montrent que cette similitude n'a rien de fondamental. Si l'on fait fondre ces produits dans l'eau froide, ils se séparent en deux portions, l'une, soluble, tourne les plans de polarisation vers la droite, comme tous les produits provenant de la matière intérieure des globules; l'autre, insoluble et blanche, ressemble à cette matière intérieure modifiée par l'eau et mêlée de téguments. Le tout forme donc

un mélange différent de la gomme par sa composition chimique, et par sa constitution moléculaire correspondant à un pouvoir rotatoire de sens opposé. Ces produits d'ailleurs sont formés de matière gommeuse, de téguments et de sucre, en proportion variable selon la nature et la force de l'acide, selon la température à laquelle on l'a fait agir, et selon le temps après lequel on a suspendu son action.

Tel est, à notre connaissance, le résumé des principales recherches physiques et chimiques dont les matières féculacées avaient été l'objet avant que nous les eussions soumises aux nouvelles épreuves de la polarisation. Les résultats obtenus avant nous constataient indubitablement un système d'organisation, composé de la matière intérieure et des enveloppes corticales, deux parties au moins anatomiquement distinctes. Quelles altérations progressives ou soudaines ce système éprouve-t-il lorsqu'il se transforme en sucre sous l'influence des acides? Voilà le point que nous nous proposions d'examiner, et que les caractères donnés par la polarisation nous permettaient de résoudre.

Desirant d'abord, s'il était possible, mettre seulement à nu la matière intérieure des globules sans l'altérer, nous pensâmes que nous y parviendrions en arrêtant l'action de l'acide aussitôt que la dissolution de fécule serait arrivée au point de ne plus se prendre en gelée après son refroidissement. Dans ce dessein, nous fîmes l'expérience suivante:

105 grammes d'acide sulfurique du commerce ayant été étendus dans environ un litre d'eau distillée, et chauffés jusqu'à l'ébullition, on y délaya graduellement 400 grammes de fécule de pommes de terre, avec les précautions convenables pour que la fécule ne se prît pas en grumeaux.

On continua de chauffer précisément jusqu'à ce que le mélange se fût éclairci; alors on en sépara une portion que l'on filtra de suite, et le reste fut porté à l'ébullition, que l'on soutint pendant dix minutes; après quoi, il fut aussi retiré et filtré. Ces deux portions laissèrent sur les filtres un résidu semblable à de l'empois, mais plus abondant pour la première que pour la seconde. Nous présumâmes qu'ils étaient composés principalement de téguments agglomérés avec une certaine quantité de la matière soluble; ce que des expériences ultérieures nous confirmèrent, en nous faisant voir et distinguer les éléments de ce mélange sous le microscope. Les deux liquides filtrés, tous deux limpides, n'offraient plus que quelques parcelles de téguments infiniment rares et accidentelles. On les étudia par la polarisation dans un tube de 152 millimètres : ils y manifestèrent un pouvoir de rotation considérable vers la droite, c'est-à-dire, dans le sens des matières sucrées. La rotation du rayon rouge, observée à travers un verre coloré par le protoxide de cuivre, s'y trouva être de 66°,437 pour la liqueur qui n'avait pas été bouillie, et de 44° seulement pour celle qui avait subi l'ébullition pendant dix minutes, effets pareils à ceux que produiraient des dissolutions de sucre de canne faites dans les proportions de 58 et 43 pour cent de sucre. Un tel affaiblissement d'action pour une si petite différence de température, indiquait que le mélange d'amidon et d'acide subissait un changement brusque d'état moléculaire entre ces deux points; aussi les réactifs chimiques opéraient des effets bien différents sur les deux liqueurs. La première, celle qui n'avait pas été bouillie, donnait par l'alcool un précipité abondant d'une nuance blanche pulvérulente; la seconde, qui

avait été bouillie pendant dix minutes, était à peine troublée et rendue légèrement opaline par la présence de ce réactif.

Pour constater un fait si remarquable, il fallut faire une expérience dosée quant aux quantités, et suivie avec le thermomètre dans toutes ses phases. Telle fut la suivante :

On prit fécule de pommes de terre..........	500 gram.
Eau, 1 lit.,39, conséquemment en poids à très-peu près..............................	1390
Acide sulfurique du commerce, 0 lit.,085, pesant exactement..............................	120

Ayant mêlé l'acide avec une portion de l'eau suffisante pour prévenir la violence de son action, on l'a chauffé jusqu'à l'ébullition, puis on y a graduellement versé la fécule étendue avec le reste de l'eau; cette opération ayant refroidi le mélange, on l'a progressivement chauffé en y tenant un thermomètre centigrade, jusqu'à ce que la température fût revenue à 85° : à ce point, on le sépara en trois parties, que nous nommerons A, B, C. La première A fut laissée pour refroidir; mais elle se prit en gelée, et, pour la rendre constamment liquide, on fut obligé de la faire chauffer de nouveau jusqu'à 90°; B fut chauffée jusqu'à 95°; C jusqu'à 100°, avec tendance à s'élever davantage : mais, à ce terme, la liqueur commençait à bouillir, et on la retira aussitôt. Ces trois portions furent aussitôt filtrées, passèrent limpides, et on les soumit aux épreuves de la polarisation. Toutes trois manifestèrent de vives couleurs, et montrèrent des pouvoirs rotatoires considérables qui furent mesurés à travers le verre rouge. On en trouvera plus bas les valeurs. Mais pour com-

pléter l'exposition de l'expérience, nous devons ajouter qu'après avoir observé C, qui avait été bouillie à 100°, on en prit une portion que l'on mesura, et que l'on fit bouillir ensuite pendant deux heures avec addition d'eau convenable; après quoi elle fut ramenée à son volume primitif, filtrée, et son pouvoir rotatoire observé. Ceci constitue donc une nouvelle liqueur de conditions différentes des précédentes, et que nous désignerons par D. Les résultats de ces expériences sont rassemblés dans le tableau n° 1.

Les deux premières rotations 66°,083 et 62°,250 offrent seulement une différence de $\frac{1}{16}$, qui, si elle est réelle, comme nous avons lieu de le croire, peut tenir à un filtrage de durée un peu inégale à travers des filtres plus ou moins serrés. Mais cette différence est sans comparaison avec la réduction soudaine qui se montre à 100°, non plus qu'avec la dernière produite par la permanence de l'ébullition à volume constant; aussi les épreuves chimiques s'accordèrent-elles avec cette conséquence.

En effet, on a pris des trois liqueurs A, B, C, un même volume égal à 72 $\frac{1}{2}$ centimètres cubes; on les a mises dans des vases égaux, et l'on y a versé des quantités égales d'un même alcool. A et B ont donné aussitôt un précipité blanc et pulvérulent considérable, mais C s'est très-peu troublée. Les quantités de précipité données par A et B furent soigneusement recueillies par décantation après plusieurs lavages d'alcool froid à doses égales, puis on les mit dans des capsules exactement pesées, et on les fit évaporer à côté l'une de l'autre dans une étuve entretenue constamment à une température de 35° à 40° centésimaux. Après qu'ils parurent suffisamment desséchés, on les pesa de nouveau dans leurs

capsules. Voici les résultats de cette comparaison :

	Précipité de A.	Précipité de B.
Poids de la capsule seule	16g,520	11g,505
Poids de la capsule et du précipité desséché	27g,410	22g,298
Différence ou poids du précipité	10g,890	10g,793

Ces poids sont entre eux dans le rapport de 113 à 112, ce qui est une approximation d'égalité suffisante dans des expériences pareilles. La liqueur C, traitée par l'alcool comme les deux précédentes, ne précipite pas sensiblement.

Pour confirmer ces résultats et les compléter, nous rapporterons ici les nombres correspondants qui nous ont été donnés par une autre expérience dont les dosages étaient à peu près pareils, quoique non pas exactement les mêmes; la proportion d'acide, comparativement à la quantité de fécule, était un peu moindre, l'eau plus abondante. Cette expérience avait précédé celle que nous venons de rapporter; mais n'étant pas encore prévenus du degré de chaleur auquel le changement brusque de la rotation s'opère, nous avions manqué à le saisir, et nous n'y avions observé que les trois dernières qui attestent toutefois une force pareille. En voici les résultats sous la même forme :

NATURE DE LA LIQUEUR avec les circonstances qui lui sont particulières.	SA COULEUR observée dans le tube de 152^{mm}.	ROTATION observée à travers le verre rouge exprimée en deg. sexag.	REMARQUES.
C chauffée jusqu'à l'ébullition complète dans toute la masse.	Blanc verdâtre....	+35°,750 ↗	Il reste un dépôt considérable sur le filtre de papier gris, qu'il a fallu changer trois fois.
D produite par C bouillie pendant une demi-heure avec un supplément d'eau, puis ramenée à son volume primitif par une restitution convenable de ce liquide...............	Rouge orangé.....	+18°,625 ↗	
E produite par D bouillie pendant une heure de plus avec un supplément d'eau, puis ramenée à son volume primitif....................	Rouge foncé......	+17°,833 ↗	

Ici, comme dans le tableau précédent, on voit un décroissement rapide des rotations s'opérer à des époques correspondantes. Les valeurs absolues des rotations sont moindres dans le cas actuel, mais aussi la proportion d'acide était plus faible dans le rapport de 10 à 12, et celle de l'eau plus considérable dans le rapport de 14 à 15, deux circonstances qui ont dû, à température égale, affaiblir l'énergie des effets. La quantité considérable du dépôt laissé sur les filtres, qui paraît avoir été une conséquence des proportions d'eau et d'acide employés, doit avoir aussi opéré dans ce sens; car nous avons reconnu que, en pareil cas, une portion considérable de la matière soluble, à rotation active, reste emprisonnée dans le dépôt principalement composé de tégu-

ments qu'elle agglutine, ce qui l'empêche de filtrer; de sorte qu'on ne peut la dégager qu'en faisant bouillir le dépôt avec de l'eau chaude qui la dissout et l'enlève. Cette portion, retenue ici sur le filtre en quantité plus considérable que dans l'expérience précédente, a manqué dans la liqueur filtrée, et son absence a dû se faire sentir par une diminution absolue dans les rotations. Du reste, les liqueurs C, D, E présentaient ici les mêmes caractères chimiques que leurs analogues. C précipitait fort peu et difficilement par l'alcool. D et E précipitaient très-peu, et moins encore, mais toutes deux à peu près également.

Cette expérience, dans les phases plus bornées qu'elle embrasse, confirme donc pleinement la marche des phénomènes opérés dans la première que nous avons rapportée. Nous devons conséquemment conclure de cette marche que, dans les proportions d'eau, d'acide et de fécule qui s'y sont trouvées en présence, il y a une limite de température comprise entre 90° et 96° centésimaux où la force rotatoire est la plus énergique. Au-delà de ce terme, entre 96° et 100°, cette force subit une réduction brusque très-considérable. L'ébullition continuée pendant un certain temps lui imprime une autre réduction qui l'affaiblit encore; après quoi elle se soutient au même degré d'intensité, quelque temps que l'ébullition se prolonge, pourvu que les portions évaporées soient remplacées à mesure par des additions d'eau qui préviennent une concentration notable, et qu'enfin le liquide soit ramené à son volume primitif avant d'observer sa rotation.

L'expérience que nous venons de décrire avait été faite avec les proportions d'eau, de fécule et d'acide, que des notions antérieures avaient indiquées à l'un de nous (M. Per-

soz) comme les plus favorables pour la prompte transformation de la fécule en matière sucrée. Maintenant, pour fixer nos idées sur les singuliers phénomènes de changements brusques qu'elle nous avait fait connaître, il fallait évidemment la répéter avec des doses d'acides comparativement beaucoup plus fortes et beaucoup plus faibles, afin de savoir si de tels changements s'y reproduiraient à des limites différentes, mais pareillement fixes de température. Ce fut l'objet des expériences suivantes :

Dans la première on prit, pour proportions:

Fécule de pommes de terre..............	500 gram.
Eau distillée 1 litre, conséquemment à peu près....................................	1000
Acide sulfurique du commerce, 0,lit. 425, pesant....................................	600

On mêla d'abord la moitié de l'eau ou ½ litre avec l'acide. Le mélange s'échauffa de lui-même jusqu'à 40° cent. ; alors on y versa graduellement la fécule délayée à froid dans l'autre demi-litre d'eau. On chauffa doucement ce mélange en le remuant pour le rendre uniforme; et pendant cette opération, on observait attentivement sa température au moyen d'un thermomètre qui y restait plongé. Le mélange, d'abord très-épais, s'éclaircit graduellement, et à 55° il s'y opéra certaines apparences de frémissement et de dégagement de gaz qui, dans les expériences précédemment décrites, avaient eu lieu à 90°. Jugeant, par ce phénomène et par la complète fluidité du mélange, qu'il avait atteint un état analogue, on l'a retiré du feu et filtré tout de suite, ce qui eut lieu sans

qu'il restât presque sur le filtre aucun dépôt. Nous nommerons cet état du liquide A, comme dans nos premières expériences. On retint une portion de A pour observer sa rotation, et l'on chauffa le reste jusqu'à 75°, en y tenant toujours le thermomètre plongé, pour connaître la température. A ce point on en retira encore une autre portion B, et l'on continua ainsi à en séparer d'autres C, D, E, F, aux températures successives de 85°, 95°, 100°, 109° : cette dernière était celle de l'ébullition avec les proportions employées. Les forces rotatoires de ces diverses parties et leurs apparences physiques sont rassemblées dans le tableau n° 3.

La seule inspection de ces résultats découvre leur parfaite analogie avec ceux que nous avons d'abord rapportés, et que nous avions obtenus avec des doses d'acide proportionnellement plus faibles dans le rapport de 1 à 5. La rotation, d'abord très-énergique à la température de 55° où la fluidité commence, manifeste déja une réduction considérable à 75°; elle devient plus faible encore à 85, puis à 95; mais alors elle atteint un minimum où elle se fixe, du moins lorsque la concentration opérée par l'évaporation peut être considérée comme insensible. C'est précisément la même marche que nous avions déja observée précédemment. Il n'y a de différence que dans les valeurs absolues des rotations, et dans les degrés successifs de température auxquels les changements se produisent.

L'analogie nous montre donc qu'ici, comme dans la précédente expérience, la rotation primitive 70° ↗ doit se soutenir au-dessus de 55° pendant un certain intervalle de température, après lequel il s'opère un changement que l'on trouve

déja effectué à 75°; que peut-être, de 75° à 85° il s'opère une seconde réduction brusque que l'on trouve réalisée à cette dernière température; mais que certainement un fait semblable a lieu entre 85° et 95°, puisque à ce dernier terme la rotation atteint un minimum où elle se fixe, quoique la température continue à augmenter.

Nous allons maintenant présenter sous la même forme les résultats obtenus à l'autre limite des proportions, c'est-à-dire avec l'acide très-affaibli.

Dans cette nouvelle expérience, on prit :

Fécule de pommes de terre............	500 gram.
Eau distillée 1 lit. 460, conséquemment à peu près..........................	1460
Acide sulfurique du commerce, 0 lit.,02...	28,2

Sur la totalité de l'eau, 0l,76 ont été mêlés avec l'acide, le reste avec la fécule; on chauffe le mélange acide, et l'on y verse graduellement la fécule mêlée à l'eau froide. La température moyenne s'abaisse à 47° C. On chauffe graduellement ce mélange, mais il se prend en gelée et se refuse à la liquéfaction. Pour l'y amener, on ajoute une quantité d'eau égale à 0l.,54, conséquemment à peu près 540 gr., ce qui porte la quantité totale à 2000 grammes d'eau. On chauffe graduellement ce mélange jusqu'à 100°, où l'ébullition commence à s'opérer, parce que c'est seulement alors qu'il prend l'état fluide; mais il revient encore à l'état de gelée. Cette circonstance oblige d'y faire une nouvelle addition d'eau égale à 0lit.,50 ou 500 gr., ce qui porte la totalité de l'eau à 2lit.,500, et donne ainsi, pour proportions définitives:

Fécule de pommes de terre............	500$^{gram.}$
Eau distillée $2^{lit.},5$, ou environ..........	2500
Acide sulfurique du commerce, $0^{lit.},02$...	28,2

On chauffe de nouveau le mélange ainsi opéré, et on le fait bouillir pendant dix minutes : alors il reste liquide après le refroidissement; filtré à travers le papier, il passe limpide. On observe sa rotation, après quoi on lui fait subir diverses périodes d'ébullition à volume constant, comme dans les expériences précédentes. Les résultats sont rassemblés dans le tableau n° 4.

La succession des résultats est encore ici la même que dans les autres expériences; seulement les phases par lesquelles la substance soluble passe sont moins nombreuses. En effet, l'état de A, où la fluidité commence à s'établir, correspond à la première liqueur A obtenue avec la grande dose d'acide sous la même condition; et aussi les rapports des rotations s'accordent à fort peu près avec ceux des poids de fécule contenus dans des volumes égaux des deux liqueurs. D'après cela, il devient évident que la liqueur B de l'expérience avec l'acide faible, dont la rotation a été de 27°, correspond à la troisième C obtenue avec l'acide fort, car celle-ci ayant pour rotation 33°, son analogue sera $33° \cdot \frac{49,5}{70}$ ou 25°, 93, qui diffère bien peu de 27 qu'on a obtenu. Et ainsi, dans l'expérience avec l'acide faible, l'ébullition soutenue pendant une heure entière sans rapprochement de parties, n'a pas pu amener la liqueur à l'état final, qu'une plus forte dose d'acide réalisait déja à 95° de température. Et peut-être n'était-il pas possible d'atteindre cette limite avec l'acide faible, tant qu'on ne permettait pas aux éléments chimiques de se

rapprocher par l'évaporation libre produite par la continuité de l'ébullition.

Ayant mis ainsi ces phénomènes en évidence, nous cherchâmes à isoler les divers produits qui s'étaient formés ou dégagés pendant leur cours, afin d'étudier les propriétés physiques et chimiques attachées à chacun d'eux.

Ces produits se divisent naturellement en trois classes: d'abord ceux qui se forment dans le mélange de fécule et d'acide avant qu'il ait atteint l'état permanent de liquidité; puis, lorsqu'il est parvenu à cet état, les matières qui restent sur le filtre; et enfin la substance soluble à rotation active qui, passant dans le liquide filtré, y éprouve ensuite, sous l'influence de la chaleur et de l'acide, un changement d'état moléculaire indiqué par la diminution brusque de sa rotation.

Pour étudier complétement la première période, nous recommençâmes une expérience exactement pareille à celle de la page 448; et lorsque la fécule fut mêlée à l'acide, ce qui abaissa la température à 55°, nous retirâmes à chaque cinquième degré une petite portion du mélange qu'on laissa refroidir pour l'observer au microscope. Le progrès de l'action de l'acide se montra ainsi à nous comme il suit. A 55° même, au moment du mélange, rupture complète d'un petit nombre de grains de fécule, incomplète dans la masse; une faible portion des grains crevés et aplatis; le reste, dans l'état naturel ou imparfaitement vidés. A 60°, mêmes apparences. A 75°, la liqueur s'est prise en gelée par le refroidissement. C'est un mélange de téguments vidés, de grains féculacés à moitié vides ou encore intacts, dispersés parmi une matière blanche pulvérulente, semblable à une modification que la substance soluble éprouve quand elle séjourne

dans l'eau froide, comme nous aurons plus loin l'occasion de le faire remarquer. A 90°, la liqueur reste limpide après le refroidissement. Les globules sont presque tous crevés et le sont à peu près complétement. On n'observe plus de précipité pulvérulent parmi eux. Au-dessus de ce terme, à $92°\frac{1}{2}$ et 100°, la liqueur se sépare en deux par le filtrage : une portion passe limpide, et paraît telle au microscope : tout au plus y aperçoit-on accidentellement quelques débris de téguments épars qui ont passé à travers les pores du filtre ou ont été introduits par quelque autre hasard ; mais leur proportion est à peine sensible. Au contraire, en étudiant les matières restées sur le filtre, et qui, refroidies, mais encore humides, ressemblent à de l'empois, on trouve qu'elles sont formées de téguments déchirés, agglutinés entre eux par des portions de la matière soluble amenée à l'état d'insolubilité par le refroidissement. C'est en effet ainsi, d'après les observations de M. Raspail, que l'empois est constitué ; et toutes les modifications physiques que nos résidus présentent sont conformes à cette indication immédiate. Si on les abandonne à la dessiccation spontanée, ils se resserrent en petits grumeaux translucides ; et lavés à l'alcool faible pour enlever seulement la matière soluble qu'ils peuvent retenir adhérente, ils se présentent sous forme de membranes qui se gonflent dans l'eau tiède, se prennent en gelée avec la potasse, et se colorent fortement par l'iode. Desséchés après ces lavages alcooliques, ils offrent absolument l'aspect de la corne. Mais, dans cet état même, ils contiennent encore une forte proportion de la substance soluble, qu'on peut leur enlever par une longue ébullition dans l'eau distillée, et qui se décèle par la grande force de rotation qu'elle imprime à

ce liquide. En réitérant cette opération, il arrive un terme où l'ébullition prolongée pendant plusieurs heures n'enlève presque plus rien de soluble à ces résidus; ce que l'on reconnaît, parce que l'eau n'en reçoit plus aucune trace sensible de force rotatoire, et ne précipite plus sensiblement par l'alcool. Recueillis et desséchés, ils se présentent alors sous la forme de petits grumeaux cornés, absolument semblables à de l'alumine hydratée que l'on aurait soumise à la dessiccation. Mais ce n'est pas encore là le dernier terme où l'on puisse les réduire. Car si l'on continue de les faire bouillir pendant un temps considérable, comme l'a fait M. Raspail, et comme nous l'avons vérifié après lui, ils finissent par se résoudre complétement en globules d'une ténuité extrême, montrant ainsi que leur tissu, continu en apparence, consistait réellement dans l'apposition d'une multitude infinie de pareils globules tenus en contiguité; et peut-être la contexture des membranes du tissu cellulaire n'est-elle pas autre que celle-là; ce qui ferait comprendre comment le seul développement de leurs globules élémentaires pourrait former tous les ordres de vaisseaux par les seuls changements de disposition relative et de grandeur.

Si, de l'empois ainsi étudié, on passe à la liqueur limpide transmise par les filtres, en mettant une goutte de cette liqueur sous le microscope, on n'y voit point ou presque point de téguments corticaux, du moins si le papier du filtre est fin, et que le filtre ait été préalablement lavé à l'eau distillée pour resserrer ses pores. La substance soluble contenue dans cette liqueur, et qui a été extraite des globules, est donc encore à la vérité organique, mais non plus organisée; et en conséquence, il ne reste qu'à la séparer du liquide acide

pour l'observer pure. Pour cela, le meilleur moyen nous a paru être de la précipiter par l'alcool froid. En effet, elle se sépare ainsi très-facilement par décantation des liquides aqueux qui la contiennent, et se présente d'abord sous l'aspect d'une matière blanche, glutineuse, ayant une apparence en quelque sorte soyeuse et nacrée, comme la chaux sulfatée fibreuse. Mais en réitérant les lavages alcooliques et les décantations d'abord à froid, puis à chaud, jusqu'au point d'enlever toute trace sensible d'acide libre, cet aspect change, et le résidu est une poudre blanche impalpable, sans cohésion, qui, privée d'alcool par une faible chaleur à l'aide de l'exposition au soleil, ou dans une étuve, sous des cloches environnées de chaux vive, se prend en plaques solides, incolores, d'une transparence et d'une limpidité parfaite, du moins lorsque la couche liquide est assez mince pour que, malgré le peu d'élévation de la température, l'évaporation et la dessiccation s'opèrent avec rapidité. Car lorsque l'épaisseur de cette couche rend l'évaporation lente et prolonge la dessiccation, l'on n'obtient que des plaques seulement translucides ou même complétement opaques ; soit qu'alors la substance avant d'être sèche éprouve partiellement une modification spontanée qui s'opère avec le temps dans ses dissolutions, et dont nous parlerons plus tard ; soit que la dessiccation, plus promptement effectuée à la surface qu'à l'intérieur des couches épaisses, retienne dans celles-ci une certaine quantité d'eau alcoolique emprisonnée qui trouble leur transparence. Nous présentons à l'Académie des échantillons de ces deux états, lesquels s'observent fréquemment dans une même préparation, aux points où la couche à dessécher est inégalement épaisse.

Lorsque la substance ainsi obtenue a été complétement séparée de toute trace d'acide libre par une suffisante succession de lavages à l'alcool, tant froid que bouillant, et qu'on l'a ainsi parfaitement pure et limpide, elle se redissout complétement dans l'eau distillée avec une facilité extrême. Ceci donne le moyen de prouver que c'était elle qui donnait à la liqueur acide la grande force de rotation qu'on y observait. Car ce pouvoir se retrouve avec son énergie dans les plaques solides de cette substance lorsqu'on réussit à les obtenir limpides, comme nous sommes parvenus à le faire; et elle le porte aussi tout entier dans l'eau où on la fait dissoudre.

Pour faire cette épreuve avec une précision qui permette d'en déduire des résultats mesurés, il faut savoir que la substance ainsi précipitée par l'alcool de sa dissolution acide, quelque parfaitement qu'on la lave et qu'on la sèche, donne une liqueur toujours plus ou moins légèrement opaline quand on la redissout dans l'eau. Mais si l'on filtre cette liqueur opaline, elle passe limpide, et peut rester telle encore après un ou deux jours, soit qu'on la laisse exposée à l'air ou qu'on la tienne dans un flacon hermétiquement fermé.

Cette légère précipitation s'observe même lorsque la substance séchée retient encore quelques traces d'acide qu'elle porte dans l'eau où on la redissout. Si l'on recueille le précipité ainsi formé, soit sur le filtre où il s'arrête, soit dans la dissolution aqueuse même où il se dépose graduellement, on le prendrait pour de l'inuline, tant il en offre l'aspect, et même quelques-uns des caractères les plus apparents. Ce n'est pourtant rien moins que de l'inuline; car, à la vérité, en faisant bouillir ce produit dans l'eau, il s'y redissout com-

plétement comme elle, et s'y soutient en une liqueur limpide pendant quelque temps; mais alors il manifeste de nouveau son grand pouvoir de rotation vers la droite, tandis que l'inuline dissoute ainsi n'exerce qu'un pouvoir de ce genre très-faible et dirigé vers la gauche, conséquemment de sens opposé. Nous n'entreprendrons pas d'expliquer cette modification singulière de la substance que nous examinons, n'ayant pas pour objet de présenter ici un travail de chimie spéciale; il nous suffit de l'avoir définie par ses caractères; mais il devient évidemment nécessaire de la séparer et d'avoir égard à son poids pour obtenir séparément le pouvoir de rotation moléculaire de la substance différente ou semblable, qui se redissout complétement dans l'eau. Cela exige donc, qu'après avoir pesé la matière totale, sèche et solide, et après avoir aussi pesé l'eau dans laquelle on la fait dissoudre, on filtre la liqueur opaline à travers des papiers pesés exactement, lesquels, étant ensuite complétement dépouillés de toute substance soluble par des lotions réitérées d'eau froide, donnent, par leur augmentation de poids, la quantité pondérable du précipité; quantité qui, se déduisant du poids primitif, laisse pour différence le poids réel de la substance dissoute, et dont le liquide filtré offre une dissolution proportionnelle. C'est ainsi qu'a été faite l'expérience suivante, qui, après ces explications, n'a plus besoin que d'être détaillée pour être comprise dans toutes ses parties.

On a pris de la matière soluble en plaques brillantes et limpides, qui avait été obtenue par l'acide sulfurique, aidée de la chaleur, puis filtrée deux fois dans sa dissolution

aqueuse, et enfin desséchée au soleil. La quantité pesée fut de.................................... 6g,387

On y ajouta une quantité d'eau distillée égale à 35 ,000

Malgré tous les soins qu'on avait eus dans la préparation de la substance, la dissolution laissa déposer quelques légers flocons blancs qui troublaient sa limpidité. En conséquence on la filtra à travers un filtre de papier blanc préalablement bien lavé et séché. Elle passa limpide. Le filtre lavé ensuite, avec plusieurs lotions d'eau distillée, n'offrit qu'un dépôt pulvérulent presque insensible, dont le poids déterminé aussi exactement que possible se trouva être de....... 0g,110

lesquels étant déduits de 6g387, donnent le poids de la substance réellement dissoute égal à 6g,277

La liqueur filtrée étant introduite dans le tube de 152mm, s'y montra absolument incolore, et manifesta une très-grande force de rotation vers la droite de l'observateur. La déviation observée à travers le verre rouge s'y trouva être de... +. 32°,667

La densité de la dissolution fut aussi observée, et se trouva être de 1,05836, celle de l'eau distillée étant l'unité : la température était de + 17° cent. au moment de l'expérience.

En appliquant à ces données les dénominations employées par M. Biot dans son dernier Mémoire sur la polarisation circulaire, pag. 116, on aura:

La proportion de la substance active dans la dissolu-

tion.......................... $\varepsilon = \frac{6,277}{41,277} = 0,15207$

Densité de la dissolution.......... $\delta = 1,05836$.

Longueur du tube d'observation... $a = 152^{mm}$.

Arc de rotation observé à travers le verre rouge.......................... $\alpha = + 32°,667$.

Maintenant, si l'on désigne par $[\alpha]$ l'arc de rotation de la même substance à travers un millimètre d'épaisseur et en lui supposant l'unité de densité, élément que M. Biot nomme *le pouvoir de rotation moléculaire*, on aura, selon ses formules :

$$[\alpha] = \frac{\alpha}{e a \delta};$$

ce qui donnera ici $152\,[\alpha] = 203°,482$.

Or, le pouvoir de rotation moléculaire du sucre de canne candi, observé avec un tube de 152^{mm} pour le même rayon rouge, est, selon les expériences de M. Biot,

$$152\,[\alpha] = 83,942.$$

D'où l'on voit que le pouvoir rotatoire de notre substance est plus grand que celui de sucre de canne candi, dans le rapport de 203,482 à 83,942, ou, à très-peu près, comme 5 à 2; ce qui surpasse considérablement l'énergie rotatoire de toute autre substance végétale jusqu'ici observée. Pour abréger les énonciations dans lesquelles nous avons besoin de rappeler cette substance, nous la désignerons par cette proprieté remarquable qu'elle possède, et nous la nommerons *dextrine*,

sauf à examiner plus tard si elle a été, ou si elle serait plus convenablement désignée par quelque autre nom.

Tel s'est donc trouvé son pouvoir quand nous l'avons extraite par l'acide sulfurique, aidé d'une élévation convenable de température. Mais nous l'avons également obtenue avec les mêmes caractères physiques, en traitant la fécule par le même acide froid. La préparation fut faite avec les proportions suivantes :

Fécule de pommes de terre.....	400^{gr}.
Eau distillée, 1 litre ou environ.	1000
Acide sulfurique du commerce..	160

L'acide fut d'abord étendu dans une portion de l'eau; puis, lorsque le mélange se fut refroidi, on le versa peu à peu dans le reste de l'eau où la fécule avait été mise en suspension, avec la précaution d'agiter continuellement pour éviter les agglomérations. Le mélange ainsi opéré ne devint complétement liquide qu'après trois ou quatre jours. Dès lors il se maintint dans cet état, tenant toutefois en suspension des flocons très-volumineux. On le filtra ; la liqueur passa claire, et, en l'exposant à la lumière polarisée, elle exerçait une force rotatoire considérable dans le sens ↗.

En traitant cette liqueur par l'alcool, elle abandonna une grande quantité de dextrine, que l'on sépara par décantation, et qui fut ensuite purifiée par de nombreux lavages à l'alcool tant froid que bouillant, jusqu'à ce que le papier de tournesol n'y indiquât plus aucune trace d'acide libre. Alors on la dessécha à l'étuve, où probablement elle subit une

température plus haute que son analogue que nous avons étudiée tout à l'heure, et qui avait été desséchée au soleil.

Ainsi préparée, on observa son pouvoir de rotation. Cette épreuve fut dirigée absolument comme celle de la dextrine obtenue à chaud, si ce n'est qu'elle a été plus difficile, parce que, soit à cause de l'acide employé à froid, soit à cause du mode de dessèchement, la matière, quoique formée de plaques parfaitement transparentes, ne fut pas complétement dissoute par l'eau froide, et l'on fut obligé d'épurer la dissolution par plus d'un filtrage avant de l'obtenir assez limpide pour étudier ses propriétés optiques.

La matière étant, comme nous l'avons dit, en plaques brillantes et limpides, on en a pris un poids égal à.. 15g,385

On y a ajouté de l'eau distillée.................. 55,000

Malgré la parfaite limpidité des plaques employées, la dissolution est opaline. En conséquence, on la passe à travers un filtre de papier pesant sec...... 0,491

Après l'opération, ce filtre est lavé à part, dans son entonnoir, par de nombreuses lotions d'eau distillée. Quand il semble épuisé de toute substance soluble (ce que l'on a eu le tort de ne pas constater en essayant la dernière eau de lavage par l'alcool), on le sèche de nouveau à l'étuve dans son entonnoir. Puis, l'ayant retiré, exposé à l'air, et pesé avec son dépôt, on trouve le poids total égal à.............. 1,030

D'où l'on conclut le poids du dépôt sec......... 0,539

Lesquels étant retranchés du poids primitif de la substance sèche, donnent le poids de celle qui a passé à travers le filtre.............................. 14g,846

Le filtrage avait été difficile, quoique l'on eût pris

la précaution de dissoudre d'abord les plaques solides dans 35g d'eau seulement, et d'y ajouter les 20 autres grammes dans le filtre, au milieu de l'opération, pour faciliter le passage. Malgré ce soin, la liqueur filtrée se trouve encore opaline, ce qui oblige de la filtrer une seconde fois pour l'obtenir assez transparente. On prend donc un second filtre qui, sec, se trouve peser.. 0g,540

Le filtrage fait, on le lave comme le précédent, on le sèche, et on le pèse avec son dépôt, ce qui donne.. 0 ,703

D'où le poids du dépôt desséché seul se trouve être 0 ,163

On peut remarquer que le second dépôt est moindre que le tiers en poids du précédent, ce qui montre que la liqueur s'épure par les filtrages successifs; en le retranchant de 14g,846, on a le poids de dextrine purifiée, contenu dans la liqueur donnée par le second filtrage. Ce poids est donc....,.................. 14g,683

Sur quoi on remarquera que ce résultat est nécessairement plutôt trop fort que trop faible, toutes les pertes qui ont pu se faire par l'adhérence des parties filtrantes aux parois du verre étant comptées comme se trouvant encore comprises dans la portion dissoute et observée.

La dissolution, filtrée ainsi une seconde fois, devint parfaitement observable dans le tube de 152mm; elle y paraissait d'une couleur orangée très-chaude, et développait une rotation considérable vers la droite; mais la nature foncée et décidée de sa teinte, y rendant les rayons rouges très-rares, la rotation à travers le verre rouge se trouvait très-difficile à observer. C'est pourquoi on peut supposer préférable de

s'en tenir aux observations de déviation faites directement: en les appliquant à l'espèce de lumière simple, particulièrement transmise par le liquide, laquelle étant supposée l'orangé moyen, l'arc observé se ramènera au rouge transmis par le verre, en le multipliant par le rapport $\frac{184}{214}$ ou $1 - \frac{30}{214}$; or, cet arc, étant observé, s'est trouvé être de 60° ↗, de sorte que la multiplication le réduit à 51°,58. Maintenant ceci s'accorde très-bien avec l'observation immédiate à travers le verre rouge; car, malgré la grande étendue des limites où l'image extraordinaire était nulle, la déviation moyenne donne pour résultat 50 ↗. Ce nombre se trouvant ainsi confirmé, rien n'empêche de l'employer dans le calcul. La densité de la dissolution fut ainsi observée et trouvée de 1,0839 : ces éléments, étant introduits dans les formules, donnent ce qui suit:

Proportion de la substance active dans la dissolution.......................... $\varepsilon = \frac{14,683}{69,683} = 0,210711$

Densité de la dissolution........ $\delta = 1,08391$

Longueur du tube d'observation.. $e = 152^{mm}$

Arc de rotation observé à travers le verre rouge.......................... $\alpha = +\ 50°$ ↗

D'où l'on tire pour le pouvoir de rotation moléculaire:

$$152.\ [\alpha] = 218,92.$$

Cette valeur est du même ordre que le résultat obtenu

par l'acide sulfurique à chaud. Elle est toutefois notablement plus forte. D'après les soins apportés aux deux expériences, il nous paraît difficile d'admettre qu'une telle différence fût une erreur. Mais, indépendamment de cette considération, nous avons de puissants motifs pour croire qu'elle exprime une réalité. Car la substance que nous considérons, étant prise dans l'état le plus parfait de limpidité, nous a paru extrêmement susceptible d'être modifiée par de très-faibles circonstances, telles qu'une dessiccation plus ou moins rapide, avec un peu plus ou un peu moins de chaleur; et même, dans des circonstances en apparence constantes, elle semble changer progressivement, et pour ainsi dire, spontanément d'état; cela arrive, par exemple, quand on la laisse quelque temps en dissolution dans l'eau, soit à l'air libre, soit dans un flacon fermé. Car alors la liqueur, d'abord limpide, devient opale au bout de quelques jours, d'autres fois après quelques heures; puis il s'y forme graduellement un précipité blanc, pulvérulent, qui s'accroît de jour en jour, que l'on peut recueillir et séparer par décantation. Alors, si on le sèche à l'étuve, il n'est plus soluble dans l'eau froide; ce qui est tout naturel, puisqu'il s'est séparé de ce liquide par précipitation. Mais, si on le fait bouillir quelque temps dans l'eau, il s'y redissout, y porte la grande force rotatoire vers la droite qui caractérise la dextrine non altérée; et, ce qui est plus singulier encore, il peut rester de nouveau pendant plusieurs heures, même pendant plusieurs jours, dans la liqueur refroidie sans s'y précipiter. Nous nous garderons bien de rien prononcer sur la nature de cette singulière altération, que nous avons d'abord été portés à confondre avec l'inuline par ses apparences, mais qui s'en distingue par sa

rotation beaucoup plus forte et de sens contraire; mais nous la mentionnons comme très-propre à faire concevoir la possibilité d'une différence de rotation telle que nous venons de la reconnaître entre les dextrines préparées à chaud ou à froid avec le même acide, et desséchées ensuite, peut-être inégalement, dans des circonstances qui n'ont pas dû être identiquement les mêmes. Et, à l'appui de ces considérations, on peut rapporter encore que la dextrine la plus pure, quand elle est desséchée un peu trop fortement à l'étuve, au point de s'y colorer en jaune à peu près comme du caramel, acquiert la propriété de se dissoudre ensuite complétement dans l'eau, et d'y rester dissoute fort long-temps, sinon indéfiniment, sans se troubler. Le sucre de lait torréfié éprouve une modification du même genre, qui change très-vraisemblablement sa rotation. Ce dernier effet a certainement lieu pour le sucre de canne; de sorte qu'on ne doit pas être surpris si un autre produit organique, tel que la dextrine, présente des effets pareils (1).

Ayant ainsi déterminé les caractères physiques de la substance que nous venons de décrire sous le nom de dextrine, nous avons cherché à fixer les principaux caractères chimi-

---

(1) Ce second échantillon de dextrine avait été desséché à l'étuve. En revoyant notre registre d'observations, j'y trouve qu'elle l'avait été ainsi *un peu trop fort*. Elle avait donc dû perdre plus d'eau *comparativement* que la précédente qui avait été desséchée au soleil, et cette différence a dû augmenter *relativement* son pouvoir moléculaire de rotation. En outre, on évite tous les inconvénients des filtrages successifs, en formant des dissolutions moins chargées et les observant dans des tubes plus longs, ce qui donne des rotations absolues de même intensité, avec une limpidité incomparablement plus parfaite.

(Note ajoutée pendant l'impression du Mémoire. 5 janvier 1834, Biot.)

ques qui la distinguent. Premièrement, c'est une substance parfaitement neutre : mais pour l'avoir telle, il ne faut pas la précipiter d'abord par de l'alcool concentré qui, enlevant l'eau trop brusquement aux parties qu'il touche, les précipiterait en grumeaux friables composés de grains durcis dont la surface seule serait sèche, et dans l'intérieur desquels l'alcool ne pourrait plus pénétrer pour y achever intimement la dessiccation. On évite cet inconvénient en n'employant d'abord pour les lavages que l'alcool faible; et peut-être, même avec ce soin, la rapidité de la précipitation est-elle encore la cause de l'extrême difficulté que l'on éprouve à obtenir la substance en plaques solides de quelque épaisseur qui conservent leur limpidité. Toutefois les premiers lavages étant faits comme nous venons de le dire, et les derniers l'étant à l'alcool bouillant, la matière, soit avant, soit après sa dessiccation, ne rougit plus le papier de tournesol, et les sels de baryte ne produisent aucun précipité dans ses dissolutions. Elle offre alors les apparences d'une neutralité complète. Pour éviter tout soupçon qu'il pût y rester alors quelque trace d'acide, nous la calcinâmes avec du nitrate de potasse, afin que si le soufre, combiné ou non, en faisait partie, il se convertît d'abord en acide sulfurique, puis en sulfate de potasse par la décomposition du nitrate. Après que la combustion fut ainsi opérée, nous fîmes dissoudre le produit dans l'eau. La dissolution se montra alcaline, parce que nous avions employé à dessein un excès de nitrate de potasse que la chaleur avait décomposé. On satura cet alcali par l'acide hydrochlorique, puis on y versa un sel de baryte qui n'y produisit pas la plus légère apparence de trouble. De là nous pûmes conclure avec assurance,

que la dissolution ne contenait aucune trace d'acide sulfurique, conséquemment que la dextrine purifiée ne contenait ni le radical de cet acide, ni cet acide même.

Elle est complétement décomposable par le feu, et donne tous les produits ordinaires des matières végétales, se résolvant en eau, acide carbonique, oxide de carbone et hydrogène. Nous n'y avons pas reconnu d'azote, et aussi n'en trouve-t-on pas dans la fécule entière. On a vu qu'elle est soluble dans l'eau froide. Elle l'est plus encore dans l'eau chaude. La dissolution est parfaitement neutre aux papiers réactifs. Elle précipite par l'alcool et par le sous-acétate de plomb.

Traitée par l'acide nitrique, elle ne donne point d'acide mucique, en quoi elle diffère de la gomme, avec laquelle ses caractères d'insolubilité dans l'alcool et de solubilité dans l'eau l'avaient fait confondre. Le sens de son pouvoir rotatoire opposé à celui de la gomme, est encore un indice moléculaire qui l'en distingue également. Dissoute dans l'eau et mise en présence de la levûre de bière, elle fermente ; la fermentation s'établit lentement, seulement après deux ou trois jours, à la température d'environ 20°. Mais elle a certainement lieu et produit le développement ordinaire d'acide carbonique (1).

Traitée par l'acide sulfurique comme la fécule entière, elle se transforme de même en sirop sucré que nous n'avons pas encore vu passer à l'état solide dans la seule expérience que nous avons faite sur ce point.

Nous disons que dans cette opération elle se *transforme :*

---

(1) La faiblesse de ce développement et sa lenteur auraient dû nous faire suspecter la réalité de ce résultat. Voyez la note placée à la fin du Mémoire. Biot.

en effet, dans nos expériences sur les phases successives par lesquelles la fécule passe en présence de l'acide sulfurique, nous avons constaté que, lorsqu'on emploie les doses d'acide intermédiaires indiquées dans le tableau n° 1, la formation du sirop sucré est déja opérée après le premier changement brusque de la rotation, qui a lieu lorsque le mélange atteint la température de 100°. Aux températures inférieures, la dextrine existe enveloppée dans ses utricules, ou dégagée et mise à nu dans la liqueur.

A ce terme de 100°, sa constitution moléculaire change, comme l'indique l'affaiblissement brusque de sa force de rotation, et en même temps elle devient sucre; car si l'on sature alors la liqueur par la craie, puis qu'on la filtre et qu'on la concentre, elle est un véritable sirop sucré dont la saveur est même beaucoup plus prononcée que celle du sirop d'amidon ordinaire, et qui se prend avec temps en sucre solide tel que celui que nous mettons sous les yeux de l'Académie. Dans l'état brut où nous l'avons ainsi isolé, il présente l'aspect du sucre d'amidon ordinaire. Or c'est bien certainement aussi un sucre d'amidon qu'on obtient après l'ébullition prolongée qui amène la seconde réduction brusque du pouvoir rotatoire. Ces deux sucres solides obtenus dans ces circonstances dissemblables, sont-ils différents ou identiques? c'est ce que nous n'avons pas eu encore le temps de déterminer, mais nous avons du moins constaté qu'ils conservent la rotation vers la droite après la solidation (1).

---

(1) J'ai constaté depuis que le sucre formé lors de la première réduction de la rotation, diffère considérablement du sucre d'amidon ordinaire ob-

L'identité des caractères que la dextrine nous a toujours paru posséder, quoique préparée avec des doses différentes d'acide, et plus encore l'identité presque exacte des rotations opérées par les dissolutions obtenues dans ces diverses circonstances, tout cela, joint aux indications déduites des observations microscopiques, nous semblait prouver suffisamment que cette substance n'est pas un produit des opérations chimiques, mais un principe immédiat, lequel constitue la matière même qui existe naturellement à l'intérieur des globules féculacés. Toutefois pour confirmer cette conséquence, nous avons employé pour mettre à nu cette substance, d'autres agents divers, tels que l'acide nitrique par exemple, et l'eau pure aidée d'une longue ébullition. Les dissolutions ainsi obtenues ont également manifesté des forces rotatoires dans le sens de la dextrine avec des intensités variables, suivant les proportions dont elles avaient pu se charger. Et en traitant ces dissolutions par l'alcool, nous en avons pareillement obtenu des précipités qui, séparés de l'eau et de l'acide par des décantations et des lavages, se sont trouvés offrir une substance neutre parfaitement semblable à celle que l'acide sulfurique nous avait donnée, ayant des caractères physiques et chimiques pareils, et manifestant de même une puissance spécialement remarquable de rotation. Enfin, pour pousser ce genre d'épreuve à l'extrême, nous avons traité la fécule par la potasse caustique, présumant que l'action de cet alcali pourrait tout aussi bien que les acides user les enve-

---

tenu par l'ébullition prolongée ; il a un aspect différent et possède un pouvoir moléculaire de rotation beaucoup plus énergique.

(Note ajoutée pendant l'impression du Mémoire. Janvier 1834, Biot.)

loppes corticales des globules et mettre ainsi la dextrine à nu. Cela est arrivé en effet ainsi; et la dextrine obtenue par ce procédé étant isolée par les lavages alcooliques, puis séparément essayée par la polarisation, a exercé un pouvoir de rotation moléculaire presque exactement égal à celui que nous avait présenté la dextrine préparée par l'acide sulfurique à chaud.

Comme cette expérience, assez difficile à faire en nombres, avait principalement pour but de constater l'ordre de l'action rotatoire plutôt que sa mesure rigoureuse dans une combinaison où toute la fécule reste engagée, on fit une partie des opérations par des volumes, à l'aide d'une éprouvette à bec divisée en demi-centimètres cubes, suivant la manière indiquée par M. Gay-Lussac.

On forma d'abord une dissolution aqueuse de potasse à la chaux, contenant 111^{g} 69 de potasse et 75 centimètres cubes d'eau distillée, que nous considérerons comme représentant $75^{gram.}$, en tout 186,69. Cette dissolution opérée occupait en volume 125 centimètres cubes, ou $125^{cc.} \frac{1}{2}$. D'une autre part, on prit une quantité de fécule de pommes de terre qui se trouva peser $10^{g},710$, et l'ayant mise dans un mortier de verre, avec $21^{cc.}$ d'eau distillée, on y versa goutte à goutte la dissolution potassique, en triturant le mélange continuellement, pour empêcher qu'il ne se formât des grumeaux au centre desquels la potasse ne pénétrerait pas. Il eût mieux valu peut-être, pour ce but, verser goutte à goutte le mélange de fécule et d'eau dans la dissolution potassique, en déterminant par différences le poids total employé pour la saturer. On ne songea pas alors à procéder ainsi; mais toutefois, en s'aidant d'une faible élévation de température qui atteignait tout au plus 30° ou 35°, la combi-

naison s'opéra complétement. On se trouva alors avoir employé 35^{cc} $\frac{1}{2}$ de la dissolution potassique pesant proportionnellement en grammes $\frac{35,5}{125,5}$ 186,69 ou 52^{g},81. On étendit ensuite une certaine quantité d'acide hydrochlorique avec le quart de son volume d'eau distillée, ce qui forma un mélange dont la pesanteur spécifique était 1,16. On en versa goutte à goutte la quantité nécessaire pour saturer exactement l'alcalinité de la dissolution potassique de fécule. Il fallut pour cela en employer 55^{cc}, pesant proportionnellement 63,80. On obtint ainsi un liquide limpide, neutre aux papiers réactifs et observable dans le tube de 152^{m}, où sa couleur était jaune verdâtre. Il y manifesta une rotation considérable vers la droite; car l'azimuth du minimum de E observé à l'œil nu se trouva être de 21° 75. Déja on reconnaît ici le grand pouvoir de rotation de la fécule dissoute; car la potasse et l'acide sont par eux-mêmes inactifs, ou du moins ne produisent aucune rotation sensible sous de pareilles épaisseurs. Mais, pour apprécier exactement ce résultat, il faut calculer le pouvoir de rotation moléculaire, comme dans les expériences rapportées plus haut.

D'abord, si le liquide observé eût été incolore, on ramènerait la rotation observée 21°,75 à celle du verre rouge, en la multipliant par le rapport des rotations du jaune pur, et du rouge de ce verre, rapport qui est $\frac{23}{30}$. Mais la coloration en jaune verdâtre fait correspondre le minimum de E à une teinte plus rapprochée de l'origine du spectre, teinte que nous supposerons intermédiaire entre l'orangé et le jaune, au lieu d'être le jaune pur, comme dans les liquides absolument incolores. D'après les rotations propres des rayons dont il

s'agit, le rapport de réduction ainsi calculé sera $\frac{184}{227}$ ou $\frac{24,31}{30}$, et alors la rotation observée 21°,75 étant ramenée au verre rouge, sera 17°63: la densité de la liqueur aussi observée, se trouva être 1,2045; conséquemment, d'après les données précédentes, elle contenait en poids les élémens suivants:

Fécule	10^g,71.
Eau distillée	21 ,00.
Dissolution potassique	52 , 81
Acide étendu	63 , 80
Total	148 , 32.

Ce qui donne pour la proportion de fécule dans le poids total................................$\varepsilon = \frac{10,71}{148,32} = 0,072208$

Nous avons en outre la densité du liquide observé......................$\delta = 1,2045$

Et sa rotation ramenée à ce qu'elle aurait été à travers le verre rouge...$\alpha = +17°,63$

Ces éléments étant introduits dans la formule qui détermine le pouvoir de rotation moléculaire $[\alpha]$, on en tire

$$152\ [\alpha] = +202°,70,$$

ce qui est une valeur presque identique à celle que la première expérience sur l'acide sulfurique nous avait présentée. Sans doute, pour constater complétement une si rigoureuse identité, il faudrait répéter cette expérience avec plus de soins encore. Mais tel n'était pas notre but, car nous nous étions seulement proposé de rechercher des preuves de permanence de la substance dont il s'agit, sachant

bien que son effet absolu pouvait varier dans les différents états où on l'observe, ne fût-ce que par les proportions d'eau plus ou moins considérables qu'elle peut conserver, selon le degré de dessiccation qu'on lui fait subir. Nous terminerons en faisant remarquer qu'ici la dextrine conserve son pouvoir de rotation inaltérable dans une combinaison qui paraît assez énergique. Car lorsqu'on essaie de l'en séparer, en versant de l'alcool dans la liqueur neutre où on l'observe, le précipité n'est pas de la dextrine pure, mais une matière blanche, qui, après plusieurs lavages à l'alcool tant froid que bouillant, conserve une saveur brûlante et caustique, et égale au moins, si elle ne surpasse, deux fois et demie le poids de l'amidon employé.

Il est presque superflu de dire que la dextrine peut se retirer directement des pommes de terre cuites par l'action immédiate de l'acide sulfurique sur elles sans qu'il soit besoin d'en extraire d'abord la fécule. On obtient ainsi des dissolutions qui exercent le pouvoir ordinaire de rotation de la dextrine. Mais la grande quantité d'eau que les pommes de terre contiennent dans leur état naturel doit être prise en considération pour régler les doses d'acide et les températures auxquelles il faut arrêter l'opération, afin de ne pas dépasser le terme où la dextrine cesse d'exister et se transforme en matière sucrée. On sait depuis long-temps que la fécule légèrement torréfiée donne une matière soluble dans l'eau. Il est aujourd'hui facile de concevoir que cet effet a lieu parce que la chaleur fait crever les globules et met à nu la substance intérieure. Aussi la fécule traitée de cette manière donne-t-elle des dissolutions aqueuses qui exercent un pouvoir de rotation vers la droite comme la dextrine; et, en les

précipitant par l'alcool, elles donnent un résidu solide qui exerce un pouvoir de rotation dans ce même sens. Mais en voyant que la dextrine pure se montre si excessivement susceptible d'être modifiée par la chaleur, on doit prévoir que la torréfaction employée pour la dégager, la modifie presque inévitablement. C'est ce que la mesure de son pouvoir de rotation absolu dans cet état fera aisément connaître, mais nous n'avons pas encore eu le temps de le déterminer.

Enfin on sait que M. Braconnot, en traitant le principe ligneux par l'acide sulfurique concentré, en a retiré une matière d'apparence gommeuse, puis un sucre analogue au sucre d'amidon. Il était infiniment vraisemblable que cette matière gommeuse n'était autre que de la dextrine. Pour nous en assurer, nous avons traité du vieux linge par l'acide sulfurique, en suivant précisément les indications de M. Braconnot. La dissolution traitée par l'alcool a donné un précipité qui n'était pas blanc comme la dextrine pure, mais coloré en jaune foncé. Dans cet état on l'a dissous dans une quantité d'eau assez grande pour qu'on pût l'observer dans le tube de 152^{m}. La liqueur ainsi obtenue se trouve avoir en effet un pouvoir rotatoire dirigé vers la droite commel a dextrine. Mais cette identité de sens est la seule analogie qu'il nous a été posssible d'y reconnaître; car la forte dose sous laquelle on emploie l'acide dans cette expérience doit presque nécessairement cacher toutes les phases successives de la transformation que subit la substance sur laquelle il agit. Toutefois l'analogie est conservée dans le seul caractère dont l'observation reste possible.

Telles sont les recherches variées que nous avons faites

sur les modifications imprimées à la fécule de pommes de terre par l'influence des acides, aidée de la chaleur. Nous avons opéré de même sur la gomme naturelle, et nous allons exposer les résultats qu'elle nous a présentés.

Expériences sur les gommes d'acacia, dites arabique et du Sénégal.

Nos expériences sur ces gommes ont été conduites comme celles que nous avions faites sur la fécule, en les mêlant à l'acide sulfurique à l'état de dissolution dans l'eau, et observant les modifications progressives ou soudaines qui en résultaient dans leur pouvoir rotatoire.

Pour la chimie, la gomme arabique ou du Sénégal la plus pure est loin d'être un produit simple. Indépendamment des débris ligneux qui s'y trouvent presque toujours mêlés mécaniquement, et desquels on doit faire abstraction, puisque leur présence n'est évidemment qu'accidentelle, on y reconnaît l'existence constante de la chaux; en outre, selon Vauquelin, on y trouve, mais peut-être moins invariablement, les acides acétique, malique, phosphorique, puis de la potasse, de l'oxide de fer, auxquels M. Guérin ajoute l'alumine, la silice et la magnésie.

Ces divers principes ou quelques-uns d'eux entrent-ils essentiellement dans la composition des gommes d'acacia, ou bien n'y sont-ils qu'accidentels? c'est ce que les chimistes n'ont pas décidé. Toutefois leur existence à l'état de combinaison, au moins celle de plusieurs d'entre eux, paraît rendue vraisemblable par la considération qu'ils ne se séparent point du reste de la masse dans la dissolution

aqueuse, et que, dans cet état, non plus qu'à l'état solide, on ne peut les distinguer visiblement par aucune différence de réfraction. Au reste, de quelque manière que l'on veuille envisager l'existence de ces principes dans les gommes d'acacia, le seul fait de leur multiplicité suffit pour faire pressentir qu'ils donneront lieu à des phénomènes de décomposition complexes; de sorte que ce sera toujours avec cette prévision qu'il faudra envisager les résultats que nous allons décrire.

Ayant choisi les morceaux de gomme, soit arabique, soit du Sénégal, les plus purs qu'il nous a été possible de rencontrer dans le commerce, nous avons considéré que leurs couches extérieures, ayant subi le contact de l'air dans l'état primitif de mollesse où elles se trouvaient à la sortie de l'arbre, et s'étant desséchées sous cette influence, ont pu en éprouver des altérations qui les rendent physiquement, peut-être même chimiquement, différentes des couches intérieures dont la solidification s'est opérée sous leur abri. Nous avons donc commencé par enlever ces couches externes à l'aide des lavages réitérés dans l'eau distillée froide; puis lorsqu'elles ont été dissoutes, et que les eaux de lavage n'ont plus paru troublées par des impuretés comme elles l'étaient d'abord, nous avons isolé les morceaux purifiés, nous les avons séchés à l'air libre avec l'aide de la chaleur solaire, après quoi en les dissolvant dans l'eau, même en proportion considérable, nous avons obtenu des solutions assez transparentes et assez limpides pour pouvoir être observées immédiatement à travers des tubes de 160^{mm} de longueur, sans avoir besoin d'être clarifiées, et conséquemment

affaiblies par la filtration. Notre première expérience a été faite avec les proportions suivantes :

Gomme arabique choisie.	240g.
Eau distillée 0l, 535 ou environ.	535gr.
Acide sulfurique du commun.	45g.

On a d'abord fait dissoudre la gomme dans 490 grammes d'eau; la solution étant opérée, on a mêlé les 45 grammes d'eau restants avec les 45 grammes d'acide, et l'on a versé ce mélange à froid dans la solution de gomme que l'on remuait, pendant cette opération, avec un tube de verre pour que l'acide s'y répandît partout également. La liqueur ainsi obtenue se trouva trop trouble pour être observée, ce que nous savions déja par une première expérience. En conséquence nous la laissâmes reposer jusqu'au lendemain. Dans cet intervalle, elle s'était éclaircie, et il s'y était formé au fond un dépôt que nous reconnûmes aisément pour être principalement du sulfate de chaux, résultat naturel des produits calcaires préexistants dans la gomme solide, et que l'acide sulfurique avait décomposés. Dans cet état, la liqueur décantée, puis filtrée, se montra fort limpide; et, étant observée dans le tube de 152mm, elle y opéra une rotation qui, pour le rayon jaune, était —10° ↖. C'était, tant pour le sens que pour la quantité, le résultat que devait produire une dissolution faite dans les proportions ci-dessus assignées, de gomme, d'eau et de tout autre liquide sans force rotatoire. On pouvait toutefois soupçonner qu'il s'y était produit quelque trace d'affaiblissement.

Cette liqueur abandonnée à elle-même pendant quelques

heures continua lentement de précipiter; mais la matière qu'elle abandonnait n'était plus principalement composée de sulfate de chaux. C'était presque en totalité un dépôt floconneux que l'on sépara par filtration; après quoi la liqueur filtrée fut chauffée jusqu'à l'ébullition, puis retirée du feu aussitôt. Alors, en se refroidissant, elle déposa encore des flocons blancs que l'on sépara par le filtre. Elle devint ainsi parfaitement limpide, et sa couleur, observée dans le tube de 152^{mm}, se trouva d'un blanc un peu verdâtre. Mais son pouvoir de rotation se trouva alors avoir changé de sens, et être passé vers la droite. L'arc de rotation pour le rayon jaune verdâtre était 18° ↗, et 14, 25 ↗ pour le rayon rouge observé à travers le verre d'épreuve. Abandonnée à elle-même pendant douze heures, il se déposa encore quelques flocons blancs; mais sans doute ce dépôt était plus apparent que considérable quant à sa masse, car la liqueur, filtrée de nouveau et réobservée dans le tube de 152^{mm}, y reproduisit sensiblement la même rotation que la veille, c'est-à-dire pour le rayon rouge 14°, 25 ↗. Il devenait ainsi indubitable que l'influence de l'acide aidée par l'élévation de la température avait modifié la constitution primitive de la gomme, et l'avait changée en un produit qui tournait les plans de polarisation dans un sens inverse, conséquemment dans le sens propre aux matières sucrées.

Ce produit n'était pas toutefois du sucre, car l'alcool le précipitait entièrement, comme la gomme même, en une matière blanche sans aucune saveur, laquelle était isolée et purgée de toute trace d'acide par des lotions alcooliques réitérées tant à froid qu'à chaud, se redissolvait complète-

ment dans l'eau froide, et y portait son pouvoir rotatoire dans le sens ↗. Cette matière est d'abord d'apparence soyeuse et glutineuse, comme la dextrine retirée de la fécule de pommes de terre, quand on commence à la précipiter par l'alcool. Mais après avoir été bien lavée par ce fluide et séchée à l'air libre, elle reprend les apparences extérieures de la gomme la plus pure, se mamelonnant par la dessiccation, au lieu que la dextrine de pommes de terre se dessèche en plaques lisses; enfin, traitée par l'acide nitrique, elle produit de l'acide mucique comme le fait la gomme naturelle, au lieu que la dextrine de pommes de terre n'en fournit point. D'après l'ensemble de ces propriétés, on pourrait donner à ce produit le nom de *gommidextrine,* désignant ainsi à la fois son origine et le sens de sa rotation, quand elle existe à l'état de liquidité dans la dissolution acide; car le temps ne nous a pas permis de vérifier si elle conserve ce sens d'action vers la droite, en se solidifiant à l'état neutre; et il serait possible que dans cet acte elle changeât de sens, ainsi que le fait le sucre de raisin, et qu'elle revînt ainsi à son sens de rotation vers la gauche, comme la gomme dont elle reprend les apparences. L'expérience seule peut décider ce qui a lieu à cet égard.

On voulut connaître si la continuité de l'ébullition, entretenue sans réduction de volume, produirait quelque changement ultérieur dans l'état moléculaire de la matière ainsi modifiée. Pour cela, on prit un volume connu de la liqueur qui avait été amenée seulement à l'ébullition, et on la remit sur le feu en restituant l'eau à mesure qu'elle s'évaporait, afin de prévenir la condensation de l'acide.

On la fit bouillir ainsi continuement depuis vingt minutes de temps, jusqu'à une journée entière, ce qui lui fit évaporer au moins trente fois son volume d'eau ; et on la retira successivement à diverses époques pour observer sa force rotatoire, en la ramenant toujours à son volume primitif par une petite addition d'eau lorsqu'elle en manquait. Or on trouva ainsi que la force rotatoire restait exactement constante ou n'éprouvait qu'une augmentation à peine sensible, malgré la continuité de l'ébullition si long-temps soutenue. C'est ce que prouve le tableau ci-joint nº 4, où sont consignés tous les résultats.

Cette constance, ou au plus cette faible augmentation du pouvoir rotatoire, appartenait toutefois à un état physique de la liqueur qui changeait sans cesse, et durant lequel la matière dissoute acquérait graduellement des propriétés bien différentes de celles qu'elle possédait après avoir été seulement amenée à la température de l'ébullition. Car, à mesure que l'action de cette température s'est prolongée, la précipitation par l'alcool a été moins sensible ; et enfin, après l'ébullition opérée pendant une journée entière, la liqueur devenait seulement opaline par cet agent.

En outre, sa couleur a progressivement changé pendant les diverses périodes de l'opération, comme on le voit dans le tableau de l'expérience ; et ces deux modifications en supposent de correspondantes dans la constitution moléculaire de la liqueur. Ainsi, lorsqu'on l'a, comme nous venons de le dire, soumise à une ébullition assez prolongée pour que l'alcool la blanchisse à peine, si l'on retire le faible précipité que ce liquide produit encore, qu'ensuite on sature l'acide par la craie, et qu'après avoir séparé le sulfate qui se préci-

pite, on évapore la liqueur devenue neutre, elle se concentre en un sirop sucré qui, mis en contact avec la levûre de bière, entre lentement en fermentation alcoolique à la température d'environ 20° centigrades. La gomme se trouve alors avoir parcouru toute la série de ses transmutations.

Ayant reconnu par ce qui précède l'inversion de sens produite par l'influence de l'acide dans le pouvoir rotatoire, nous voulûmes observer les phases de ce phénomène à des époques plus multipliées, pour en déterminer plus précisément la marche et les progrès. Ce fut l'objet de l'expérience suivante :

On prit gomme arabique... 991g
Eau 2l,140 ou environ..... 2140.

La dissolution étant opérée, fut passée à travers un linge serré, afin d'en ôter les impuretés accidentelles. On obtint ainsi un volume de solution aqueuse égal à 2750 centimètres cubes, desquels on retira 535, que l'on mit à part. Le reste, égal à 2215 centimètres cubes, fut destiné à recevoir l'acide; et, d'après les proportions des produits précédents, ce reste devait contenir, à très-peu de chose près :

gomme......... 798.
eau........... 1724.

On y ajouta 150 grammes d'acide sulfurique du commerce étendus d'eau, de manière à former un volume égal à 350 centimètres cubes, ce qui, avec le volume de la dissolution 2215c, formait un volume total égal à 2565c, qu'on laissa reposer dans cet état pendant 13 heures.

Dans l'intervalle, il se déposa, comme dans l'expérience

précédente, des aiguilles de chaux sulfatée, mêlées de quelques parcelles floconneuses ; on filtra une portion de la liqueur pour l'obtenir tout-à-fait limpide, puis on l'observa dans le tube de 152^{mm}. Elle y donna une rotation de 12° ↖ pour le rayon jaune. Alors on reprit une portion pareille de la dissolution primitive de gomme sans acide, et on lui ajouta la quantité d'eau distillée convenable pour l'amener au même point de dilution que l'acide avait produit dans celle que l'on venait d'observer. Ainsi modifiée, elle produisit dans le tube de 152^{mm} une rotation de 12°,417 ↖ sur le rayon jaune ; résultat un peu plus fort que celui de la dissolution acide. Quoique la différence soit très-petite, elle nous paraît cependant assez sûre pour qu'on doive y compter. Elle prouve que l'action de l'acide, même à froid, avait, après 13 heures, diminué déja sensiblement le pouvoir rotatoire de la gomme vers la gauche; phénomène que les expériences ultérieures ont rendu depuis indubitable. Conformément au but qu'on s'était proposé, de suivre le progrès de cette altération dans toutes ses phases, on a fractionné cette liqueur acide en plusieurs parties que l'on a successivement amenées à diverses températures, et les effets ont été tels que les présente le tableau n° 5.

Le résultat général est encore ici le même que dans l'expérience précédente. Le pouvoir rotatoire de la gomme primitivement dirigé vers la gauche s'affaiblit graduellement à mesure que la température s'élève, jusqu'à devenir nul à un certain terme que la marche du décroissement paraît placer vers 75° centigrades ; après quoi, la température continuant à croître, le pouvoir rotatoire se jette tout-à-coup vers la droite ; et quand la température est de 96°$\frac{1}{2}$, il atteint dans ce sens

une valeur double de celle qu'il avait vers la gauche dans l'état primitif. Une fois cette mutation opérée, la rotation reste constamment vers la droite, avec une énergie sensiblement la même, quelque temps que l'ébullition se prolonge en présence de l'acide, pourvu qu'elle soit opérée sans condensation. Toutefois, pendant cette constance de rotation, la constitution moléculaire de la liqueur change, car il s'en sépare jusqu'à la fin un dépôt floconneux dont la quantité va toujours en diminuant d'une manière progressive. En même temps sa propriété de précipiter par l'alcool s'affaiblit, et elle finit par n'être plus qu'à peine troublée par cet agent. En outre sa couleur, observée dans un même tube, éprouve aussi des changements progressifs, étant d'abord, avant l'inversion de la rotation, blanc jaunâtre, puis orangé foncé, puis rouge sombre; et, après l'inversion, de nouveau blanc jaunâtre et ensuite rouge, caractères, qui réunis aux précédents, rendent un changement d'état indubitable. Tous ces résultats sont conformes à ceux que la première expérience nous avait présentés. Ce qui se fait ainsi en quelques instants à l'aide d'un accroissement de chaleur, le temps seul suffit pour l'opérer à la température ordinaire. Une portion de la liqueur acide qui, selon notre tableau, exerçait avant d'être chauffée une rotation vers la gauche égale à 12° ↖, fut enfermée dans un flacon ce jour-là même, le 9 septembre, et abandonnée à sa propre réaction. Le 25 octobre suivant, on remarqua qu'elle avait abandonné un dépôt floconneux considérable, et qu'en même temps elle avait acquis une parfaite limpidité. On sépara la plus grande partie de la masse limpide, au moyen de la décantation, et en ayant observé

une portion dans le tube de 152^{mm}, on trouva qu'elle était devenue absolument neutre au rayon polarisé. Abandonnée de nouveau à elle-même, elle continua de déposer des flocons, quoique toutefois en quantité moins considérable qu'elle ne l'avait fait précédemment; et d'ailleurs sa masse continua de rester limpide. Le 21 décembre, on l'observa de nouveau dans le même tube de 152^{mm}, elle y développa une rotation indubitable, dirigée désormais vers la droite et égale à 3°, 22. Arrivera-t-elle graduellement jusqu'à la limite de rotation vers la droite que l'ébullition lui aurait instantanément imprimée? C'est ce que les observations ultérieures nous feront connaître (1).

Dans cette série de transmutations, soit qu'elles s'opèrent seulement à la température ordinaire, ou qu'on les décide rapidement à l'aide de la chaleur, on observe toujours que, depuis l'état primitif, où la gomme est purement dissoute dans l'eau distillée, jusqu'au moment où, mêlée à l'acide et chauffée, sa rotation se porte brusquement à droite, l'alcool détermine constamment dans la liqueur acide un précipité abondant, qui, mêlé de nouveau à l'eau distillée, s'y dissout en entier, et y manifeste une vertu rotatoire variable d'intensité et de sens aux diverses époques de l'opération. Au commencement, quand on n'a pas encore ajouté l'acide, ce précipité est évidemment de la gomme naturelle; mais peu à peu il change de nature et varie continuellement, au moins comme mélange, puisque le dépôt des flocons est continuel.

---

(1) Ce mouvement a continué de s'opérer dans le même sens. Le 8 avril 1833 la rotation était devenue +7°.

Son dernier état est celui de la substance que nous avons désignée sous le nom de *gommidextrine*, et que nous avons présentée tout à l'heure à l'Académie. Nous y joignons ici comme intermédiaire le précipité obtenu dans le point de passage où la liqueur acide devient sensiblement sans rotation.

Au-delà du terme où le transport de la rotation vers la droite est complétement opéré, nous avons dit que la liqueur acide précipite de moins en moins par l'alcool, jusqu'à ce qu'enfin cet agent ne fasse plus que la rendre opaline; alors si on lui enlève l'acide par saturation, et qu'on la concentre en l'évaporant, elle donne, comme nous l'avons dit encore, un sirop très-sucré qui fermente lentement avec la levûre de bière. De là on doit conclure qu'après le changement moléculaire qui porte la rotation vers la droite, la liqueur devient un mélange du précipité qu'on obtient à ce terme même, et de sucre formé graduellement après que l'inversion de la rotation a eu lieu. Mais quoique cette formation de sucre se montre graduelle, ainsi que toutes les autres modifications chimiques qui accompagnent le décroissement de la rotation, il n'en faut pas inférer qu'elles s'opèrent réellement de cette manière dans les particules mêmes que contient à chaque instant la solution, ce qui serait mécaniquement incompréhensible. Au contraire, en voyant que, depuis le commencement de l'opération jusqu'à la fin, il s'opère dans les principes constituants de la liqueur une séparation, en vertu de laquelle une certaine portion d'entre eux se déposent graduellement dans la couche inférieure, on peut bientôt concevoir que cet effet se produit individuellement dans chaque particule d'une manière subite, mais successivement

de l'une à l'autre, l'ordre dans lequel il s'y opère étant déterminé par les différences inappréciables à nos sens, quoique pourtant réelles, qui existent entre les conditions physiques où elles se trouvent placées dans la masse entière. Il existe dans la chimie une foule d'exemples où des actions qui, par leur nature doivent être moléculairement soudaines, s'accomplissent ainsi dans les masses progressivement.

Pour compléter la distinction des produits successifs les plus essentiels à constater dans cette série de phénomènes, nous avons isolé les matières floconneuses qui se séparaient progressivement de la liqueur, à mesure qu'on élève sa température. Il ne s'agit pas ici du premier dépôt abondant de chaux sulfatée qui se forme dès le commencement de l'action de l'acide; nous supposons qu'on l'ait séparé par décantation. Alors le dépôt floconneux qui s'observe ultérieurement, peut bien contenir encore un peu de ce sulfate de chaux, mêlé d'une portion de la matière que l'alcool précipite, et qui se trouve dissoute dans les couches inférieures de l'eau acidulée où les flocons nagent.

Pour purifier ceux-ci, nous commençons par leur enlever progressivement cette matière par des lavages réitérés avec de l'eau acidule qui les épure sans les dissoudre, puisquils s'en sont précipités. En suite, on fait bouillir le résidu avec une dissolution faible de potasse ou de soude carbonatée, dont la base, s'échangeant avec la chaux, s'il en reste dans la matière floconneuse, forme du sulfate soluble de potasse et de soude, puis précipite la chaux à l'état de carbonate, ce qui permet de la séparer. Alors il ne reste plus qu'à réitérer les décantations et les lavages avec l'eau acide pour épuiser graduellement les sels solubles en tenant toujours les flocons précipités. Car ils

restent tels tant que l'eau où ils nagent contient un sel ou un acide. Mais quand, après les avoir isolés dans cet état, on veut leur enlever l'acide en continuant les lavages avec l'eau seule, ils se dissolvent aussitôt qu'elle devient suffisamment pure en lui communiquant le même caractère d'onctuosité que donne la gomme naturelle. Or, à notre grande surprise, la dissolution ainsi faite ne nous a présenté absolument aucun indice de rotation. Ce phénomène, auquel nous étions loin de nous attendre, mérite d'être curieusement examiné.

En général, lorsque nous entreprîmes les recherches précédentes, notre unique but avait été de suivre à l'aide de la polarisation circulaire la transformation de la fécule et de la gomme en matière sucrée pour assister en quelque sorte aux modifications de leur pouvoir rotatoire. Mais la nouveauté des résultats que nous fûmes ainsi amenés à découvrir, et les indications inattendues qu'ils donnent sur le mécanisme de ces transmutations, nous ont engagés à étudier par les mêmes procédés les réactions chimiques des alcalis et des acides en général sur les substances végétales neutres; ce travail que nous avons commencé présente déja des phénomènes très-curieux, du même genre que ceux que nous venons d'exposer ici, et qui les confirment. Ce sera l'objet d'une communication ultérieure que nous aurons l'honneur de soumettre à l'Académie, soit ensemble, soit séparément.

NOTE SUPPLÉMENTAIRE

AU MÉMOIRE PRÉCÉDENT.

Plus d'un an s'étant écoulé depuis que ce Mémoire a été lu à l'Académie, je crois utile d'y joindre l'indication de quelques résultats qui ont été publiés depuis, et qui ont un rapport immédiat avec les objets dont il traite.

En faisant bouillir la fécule de pommes de terre dans une grande proportion d'eau, séparant la matière complétement soluble par plusieurs filtrages, et la rapprochant par l'ébullition prolongée, M. Guérin-Varry a trouvé qu'elle ne fermentait pas au contact de la levûre. Cependant la matière ainsi extraite possède le sens et la grande énergie de rotation qui distingue la dextrine, comme M. Guérin me l'a fait voir sur une de ses dissolutions, et comme nous l'avions nous-mêmes annoncé dans notre Mémoire, sans toutefois avoir mesuré le pouvoir de rotation moléculaire exercé par l'extrait ainsi formé.

Les procédés employés par M. Guérin ont-ils dû lui donner identiquement la même substance que nous avions obtenue par l'acide sulfurique? C'est une question que je n'ai pas ici à examiner. Mais j'ai préparé avec soin une nouvelle dissolution de dextrine exactement privée d'acide, et en la plaçant avec de la levûre dans les circonstances de température les plus favorables, je n'y ai observé aucune trace de fermentation. J'ai obtenu le même résultat, avec un reste de dextrine en plaques limpides et incolores, qui avait été préparée, par M. Persoz et moi à l'époque de notre travail. Ainsi, l'observation de M. Guérin paraît applicable à ces produits comme aux siens; et c'est ce que nous aurions dû nous-mêmes inférer du tardif et faible dégagement d'acide carbonique que nous avions mentionné dans notre Mémoire, page 472.

Toutefois, comme on ne peut être trop en garde contre les modifica-

tions que reçoivent les produits organiques par des circonstances même très-légères, je rapporterai ici un résultat contraire que j'ai obtenu avec un autre échantillon de dextrine solide, préparée aussi anciennement, mais qui avait été desséchée à l'étuve à une température assez élevée pour lui donner la belle couleur jaune d'or du caramel. Non-seulement cet échantillon fermenta de manière que sa force rotatoire en fut affaiblie dans le rapport de 31 à 25, mais il contenait une portion de matière extractible par l'alcool, dont la rotation propre, comparée à celle du système entier, était à très-peu de chose près dans le rapport de ces nombres. Et cependant, ce système exerçait une rotation totale aussi forte ou même plus forte que la dextrine la plus pure, mais moins desséchée et incolore, rotation que l'addition d'une nouvelle quantité de sucre de fécule, joint à de la levûre, m'a paru affaiblir au lieu de fortifier, comme si ce sucre entraînait une partie de la dextrine proprement dite dans sa fermentation. Cependant, n'ayant eu qu'une seule fois l'occasion de faire cette expérience, je ne la présente qu'avec la plus grande réserve.

L'excessive mobilité des produits de ce genre sous l'influence d'une chaleur même très-modérée, est rendue bien sensible par les faits suivants dont MM. Pelouse et Magalutti m'ont rendu témoin, et qu'ils m'ont permis de faire connaître en leur nom. Du sucre de cannes le plus pur, exerçant la rotation à droite, a été dissous dans une certaine quantité d'eau distillée; puis la dissolution a été exposée à une ébullition très-longue, au bain-marie, dans un appareil de verre fermé où l'eau vaporisée retombait dans la masse après sa condensation, de sorte que l'ébullition avait lieu ainsi à volume constant, sans le contact d'aucun métal. Après quelque temps de cette action, la dissolution a commencé peu à peu à perdre de sa rotation vers la droite, puis elle est devenue neutre, puis a passé à gauche jusqu'à un certain terme où elle a fini par se fixer. Et alors la dessiccation étant continuée à l'étuve, on a trouvé au lieu du sucre primitif un produit exactement analogue au sucre de raisin naturel solidifié par le temps; et tellement analogue, qu'il avait, comme ce sucre, repris en se solidifiant la rotation à droite, d'une intensité toute pareille, avec la propriété d'être comme lui non intervertible par l'acide sulfurique, au lieu que le sucre de cannes primitif éprouve sous l'influence de cet acide une inversion immédiate dans sa rotation. Ces curieux résultats de MM. Pelouse et Ma-

galutti montrent à quel point il faut se méfier de la nature des produits organiques obtenus par une longue ébullition.

Une belle et importante découverte a été faite dans la manière d'extraire la dextrine des grains de fécule. En étudiant l'influence déja observée de l'orge germée pour opérer la liquéfaction de la fécule, MM. Payen et Persoz en ont retiré et ont isolé une substance neutre qui, en quantité excessivement petite, suffit pour produire cet effet instantanément, contractant pour ainsi dire les téguments des globules crevés, et les forçant à s'isoler de la dextrine au lieu de s'agglutiner avec elle comme ils le font d'ordinaire. MM. Payen et Persoz ont donné a cette substance le nom de *diastase*, qui exprime son pouvoir de séparation. Ils ont constaté que, dans la liquéfaction de la fécule ainsi opérée, il y a toujours une certaine proportion de sucre qui se forme, mais on le sépare de la dextrine à l'aide de l'alcool. M. Payen ayant bien voulu me remettre quelques grammes de dextrine ainsi préparée, et purifiée avec les plus grands soins, j'ai déterminé son pouvoir de rotation moléculaire, et je l'ai trouvé le même que celui de la dextrine obtenue par l'acide sulfurique, sauf les très-petites différences accidentelles qui peuvent être dues à l'état différent de la dessiccation, laquelle n'avait pas été disposée pour être égale. Cette dextrine s'est complétement dissoute dans l'eau froide, et la dissolution, d'une parfaite limpidité, a été immédiatement observable dans un tube de plus d'un demi-mètre. Mais après avoir été enfermée pendant quelques jours dans un flacon bouché à l'émeri, qu'elle remplissait presque entièrement, elle a commencé peu à peu à s'opaliser comme les autres, et elle a commencé comme elles à former un dépôt qui a été toujours en croissant. J'ai profité d'un accident de froid pour essayer de la purger totalement de ces parties non solubles. Elle est redevenue ainsi complétement limpide par filtration ; et elle a recommencé depuis à s'opaliser, mais beaucoup plus faiblement, comme a toujours fait la dextrine la plus pure que nous ayons préparée par l'action des acides. Je crois aujourd'hui connaître la cause de ce phénomène que nous avons déja mentionné dans notre Mémoire, mais il serait hors de place d'entrer ici dans cette explication.

Ce qu'il me reste seulement à faire remarquer, c'est que, dans notre Mémoire, comme dans les expériences précédentes, la dénomination de *dextrine* n'a été appliquée par nous qu'à la matière soluble dans l'eau froide,

et insoluble dans l'alcool, que l'on obtient de la fécule sous l'influence des acides, lorsqu'après avoir opéré comme nous l'avons prescrit, on se débarrasse autant que possible, par des filtrages, de la matière, probablement en proportion de poids infiniment faible, qui détermine les opalisations en se précipitant. C'est en effet seulement à des produits ainsi épurés que nous avons appliqué notre calcul du pouvoir de rotation moléculaire. Or, en reprenant ceux de ces produits que j'avais conservés, et les soumettant aux procédés d'observation infiniment plus exacts que je possède aujourd'hui, j'ai retrouvé pour leur pouvoir de rotation moléculaire des valeurs numériques aussi constantes entre elles qu'on pouvait l'attendre d'une diversité fortuite de dessiccation qui n'avait pas été préparée pour être égale; et en outre, ces valeurs ont été presque identiques avec celles que nous avaient données nos premiers essais. J'ai réuni tous ces résultats dans le tableau joint à cette note; et pour toute personne qui voudra examiner la force de ce caractère moléculaire, l'accord surprenant des nombres contenus dans la dernière colonne, quoique déduits d'éléments si divers, étant joint à l'identité des autres caractères physiques, attestera, je crois avec une probabilité extrême, l'identité physique de la substance qui les produit. J'aurais voulu déterminer par de semblables mesures si la matière qu'on extrait de la fécule par l'eau seule est identiquement de même nature, mais je n'ai pas pu terminer encore les expériences que j'ai commencées sur ce point.

Nointel, janvier 1834.

BIOT.

MÉMOIRE

SUR

L'ATTRACTION D'UN ELLIPSOIDE HOMOGÈNE;

PAR M. POISSON.

Lu à l'Académie, le 7 octobre 1833.

PARMI les nombreuses applications que l'on a faites du calcul intégral, celle qui a présenté le plus de difficulté est, sans contredit, le calcul de l'attraction d'un ellipsoïde homogène, dans le cas de la nature où la force agit en raison inverse du carré des distances. Lagrange a soumis le premier cette question à l'analyse (*); avant lui, Newton, Maclaurin et D'Alembert l'avaient déja traitée par des méthodes synthétiques; et depuis ces premières recherches, elle a occupé successivement Legendre à plusieurs reprises, Laplace, Lagrange une seconde fois, et MM. Biot, Yvori et Gauss. On connaît assez les résultats auxquels on est parvenu et les considérations diverses dont on a fait usage, pour qu'il soit superflu de les rappeler ici : il me suffira d'expliquer

(*) Mémoires de Berlin, années 1773 et 1775.

dans ce préambule ce qui restait encore à faire dans une matière que l'on croyait tout-à-fait épuisée.

Les composantes de l'attraction d'un corps de forme quelconque sont exprimées par des intégrales triples. Si le corps est homogène, et que l'on détermine les positions de ses points par des coordonnées polaires qui aient leur origine au point attiré, l'intégration relative au rayon vecteur s'effectue immédiatement; ce qui réduit les formules à des intégrales doubles, qui sont très-différentes selon que le point attiré est intérieur ou extérieur; en sorte que le calcul de l'attraction présente réellement deux problèmes essentiellement distincts. Dans le cas d'un ellipsoïde et d'un point intérieur, une seconde intégration s'effectue encore sans difficulté, et les trois composantes de l'attraction sont exprimées par des intégrales simples, réductibles à deux fonctions elliptiques, l'une de première et l'autre de seconde espèce, dont les valeurs s'obtiennent sous forme finie, quand il s'agit d'un ellipsoïde de révolution. Le problème relatif à un point intérieur se trouve donc ainsi complétement résolu; mais lorsque le point attiré ne fait pas partie de l'ellipsoïde, les intégrales doubles contiennent un radical et ont des limites qui les rendent beaucoup plus compliquées; et au lieu d'effectuer directement l'une des deux intégrations, on s'est contenté d'éluder la difficulté, en ramenant le second cas au premier; ce qui a laissé subsister tout entier le problème de calcul intégral que présente le cas du point extérieur. Pour la transformation de ce problème en un autre, le beau théorème que l'on doit à M. Yvori, et la démonstration très-simple qu'il en a donnée, ne laissent absolument rien à désirer. On peut

même ajouter, comme je l'ai déja fait remarquer (*), que cette proposition relative aux attractions de deux ellipsoïdes qui ont le même centre et les mêmes foyers, est indépendante de la loi de l'attraction, et n'a pas lieu seulement dans le cas de la force en raison inverse du carré des distances; d'où il résulte que le théorème de M. Yvori, ainsi généralisé, comprend celui que Laplace a donné sur l'attraction des corps sphériques, au commencement du onzième livre de la *Mécanique céleste*.

Dans le Mémoire que je présente aujourd'hui à l'Académie, je me propose d'envisager la question sous un nouveau point de vue, et de considérer directement et indépendamment l'une de l'autre, les intégrations relatives aux points intérieurs et aux points extérieurs, de sorte que le double problème de calcul intégral que présente l'attraction d'un ellipsoïde homogène, puisse être résolu d'une manière complète. C'est à quoi Legendre est parvenu dans le cas particulier où le point attiré appartient au plan de l'une des sections principales de l'ellipsoïde; mais quand ce point est extérieur et situé d'une manière quelconque, les calculs deviennent inextricables dans la méthode qu'il a suivie (**); et Legendre s'est borné à en déduire une démonstration nouvelle du théorème de Maclaurin, sur la réduction du cas du point extérieur à celui du point intérieur; démonstration plus directe, mais encore plus compliquée que celle que Laplace avait donnée auparavant, qu'il a reproduite dans le IIIe livre

(*) Bulletin de la Société philomatique, novembre 1812.

(**) Mémoires de l'Académie, année 1788, page 480.

de la *Mécanique céleste*, et que Burckhardt a commentée dans sa traduction allemande de cet ouvrage.

Je n'ai rien changé à la méthode de Lagrange pour le cas du point intérieur. Celle que j'ai suivie dans le cas du point extérieur, consiste à décomposer l'ellipsoïde donné en une infinité de couches concentriques et infiniment minces, dont chacune est comprise entre deux surfaces semblables à celle de ce corps. En comptant l'un des deux angles qui déterminent la direction du rayon vecteur, à partir de l'axe du cône tangent à la surface d'une couche elliptique et qui a son sommet au point attiré, j'ai trouvé que l'intégrale double, relative à l'attraction de cette couche suivant cet axe, s'effectue sous forme finie, et que les deux composantes de cette force, perpendiculaires à cette même droite, se réduisent à zéro. Ainsi, tandis que cette couche elliptique n'exerce, comme on sait, aucune attraction sur un point intérieur, son action sur un point extérieur est dirigée suivant l'axe du cône tangent à sa surface et ayant pour sommet le point attiré, et l'intensité de cette force s'exprime sous forme finie, en fonction des coordonnées de ce point.

En vertu de ce premier théorème, les trois composantes rectangulaires de l'attraction de l'ellipsoïde entier sur un point extérieur, ne dépendent plus que d'intégrales étendues à l'ensemble de ses couches et relatives à une seule variable. Or, par deux changements successifs de la variable, on réduit, sans difficulté, ces intégrales simples à d'autres, de même forme que celles qui répondent au cas du point intérieur, et exprimables, comme celles-ci, en fonctions elliptiques ; ce qui achève la solution complète du problème.

Ce même théorème, relatif à l'attraction d'une couche elliptique, trouve encore une application digne de remarque dans la théorie de l'électricité. Lorsqu'un corps conducteur, de figure quelconque, a été électrisé, le fluide qu'il renferme en excès se porte à la surface, où il forme une couche extrêmement mince, appuyée contre l'air environnant. Pour qu'il s'y tienne en équilibre, et qu'il ne produise aucune décomposition du fluide neutre que contient le corps conducteur parvenu à un état électrique permanent, il est nécessaire et il suffit que l'action de cette couche fluide soit nulle sur un point quelconque de l'intérieur de ce corps, en y comprenant la surface intérieure de la couche. Dans le cas de l'ellipsoïde, cette condition est remplie lorsque la couche fluide est terminée par deux surfaces concentriques et semblables : la surface externe étant la surface même de l'ellipsoïde, on connaît alors la loi des épaisseurs de la couche électrique en ses différents points, et cette loi a été, en effet, vérifiée par Coulomb sur un ellipsoïde en bois, recouvert d'une lame métallique(*). L'attraction de la couche électrique, en chaque point de sa surface externe, est proportionnelle à l'épaisseur correspondante, et, en même temps, la pression que le fluide exerce sur l'air environnant, varie d'un point à un autre dans un plus grand rapport, c'est-à-dire, dans le rapport du carré des épaisseurs. De plus, l'épaisseur qui a lieu au pôle est à celle qui répond à l'équateur, comme le diamètre du pôle est au diamètre de l'équateur; d'où il résulte que si l'on considère des ellipsoïdes de plus en plus alongés,

---

(*) Cet ellipsoïde de révolution avait été fait au tour par le président de Saron, membre honoraire de notre ancienne Académie.

le fluide électrique s'accumulera aussi de plus en plus vers leurs pôles : la pression contre l'air extérieur croîtra encore plus rapidement ; elle finira par dépasser la pression atmosphérique ; et le fluide électrique s'échappera à travers l'air environnant, d'autant plus tôt que cet air exercera une moindre pression, à raison de sa densité et de sa température. Cette explication mathématique de la déperdition du fluide électrique par les extrémités des corps alongés, dont les pointes sont le cas extrême, est celle que l'on trouve dans mon 1er Mémoire sur *la distribution de l'électricité à la surface des corps conducteurs.* J'ajouterai maintenant qu'au moyen du théorème que je viens d'énoncer, il sera possible de calculer les attractions d'un ellipsoïde électrisé, sur les petits corps situés dans son voisinage, et d'en conclure les chemins différents qu'ils suivront pour s'approcher de sa surface, pourvu toutefois que la réaction de ces petits corps ne soit pas assez puissante pour influer sensiblement sur l'état électrique de l'ellipsoïde.

§ Ier.

Formules relatives à l'attraction d'un ellipsoïde homogène, sur un point intérieur ou extérieur.

(1) Appelons M un point quelconque de l'ellipsoïde et O le point attiré. Soient x, y, z, les coordonnées de M rapportées à des axes parallèles à ceux de l'ellipsoïde, et passant par le point O. Désignons par X, Y, Z, les trois composantes de l'attraction suivant ces axes, par r le rayon vecteur OM, et par dv l'élément différentiel du volume de l'ellipsoïde qui répond au point M. Si l'on prend la densité de ce corps

homogène pour unité, ainsi que le pouvoir attractif à l'unité de distance, et si l'on suppose la loi de l'attraction en raison inverse du carré des distances, on aura

$$X=\iiint\frac{x}{r^3}dv,\quad Y=\iiint\frac{y}{r^3}dv,\quad Z=\iiint\frac{z}{r^3}dv; \qquad (1)$$

ces intégrales triples s'étendant à l'ellipsoïde entier.

Représentons aussi par α, β, γ, les angles que le rayon vecteur OM fait avec les axes des x, y, z; nous aurons

$$x=r\cos.\alpha,\quad y=r\cos.\beta,\quad z=r\cos.\gamma; \qquad (2)$$

chacun des angles α, β, γ, pourra s'étendre depuis zéro jusqu'à 180° inclusivement; leurs cosinus seront liés entre eux par l'équation

$$\cos.^2\alpha+\cos.^2\beta+\cos.^2\gamma=1;$$

et la variable r n'aura que des valeurs positives.

Du point O comme centre et d'un rayon égal à l'unité, décrivons une surface sphérique. Soit ds un élément différentiel de cette surface; on aura

$$dv=r^2drds;$$

et d'après cette valeur et celles de x, y, z, les équations (1) deviendront

$$X=\iiint\cos.\alpha\,drds,\quad Y=\iiint\cos.\beta\,drds,\quad Z=\iiint\cos.\gamma\,drds. \qquad (3)$$

Les intégrations relatives à r s'effectueront immédiatement; mais elles auront des limites différentes, selon que le point O, origine de ce rayon, sera intérieur ou extérieur.

Dans le cas du point O intérieur, l'équation de la surface de l'ellipsoïde ne donnera qu'une seule valeur positive, pour le rayon vecteur d'un point quelconque; en la désignant par ρ, il faudra intégrer depuis $r=0$ jusqu'à $r=\rho$; et il en résultera

$$X=\iint\rho\cos.\alpha\, ds,\quad Y=\iint\rho\cos.6\, ds,\quad Z=\iint\rho\cos.\gamma\, ds. \qquad (4)$$

Dans le cas du point extérieur, l'équation de la surface de l'ellipsoïde donnera deux valeurs positives pour le rayon vecteur d'un point quelconque : je désignerai par ρ_1 la plus petite et par ρ_2 la plus grande; on devra alors intégrer depuis $r=\rho_1$ jusqu'à $r=\rho_2$; et les formules (3) donneront

$$\left.\begin{aligned} X&=\iint(\rho_2-\rho_1)\cos.\alpha\, ds,\\ Y&=\iint(\rho_2-\rho_1)\cos.6\, ds,\\ Z&=\iint(\rho_2-\rho_1)\cos.\gamma\, ds. \end{aligned}\right\} (5)$$

Maintenant, dans les formules (4), les intégrales doubles s'étendront à tous les éléments ds de la surface sphérique, et, dans les formules (5), elles s'étendront seulement aux éléments ds d'une portion S de cette surface, comprise dans l'intérieur du cône tangent à la surface de l'ellipsoïde et ayant son sommet au point O, de sorte qu'à tous les points du contour de S, on ait $\rho_2-\rho_1=0$. Pour effectuer ces intégrations, il faudra exprimer ρ, ρ_1, ρ_2, en fonctions des angles α, 6, γ, qui répondent à la droite menée du point O à l'élément quelconque ds.

(2) Soient, pour cela, a, b, c, les trois coordonnées du

point O, rapportées aux axes principaux de l'ellipsoïde dont les demi-longueurs seront exprimées par a_1, b_1, c_1. L'équation de sa surface sera

$$\frac{x_1^2}{a_1^2}+\frac{y_1^2}{b_1^2}+\frac{z_1^2}{c_1^2}=1,$$

en désignant par x_1, y_1, z_1, les coordonnées courantes; et si l'on fait

$$a_1=\sqrt{k}, \quad b_1=\sqrt{\frac{k}{m}}, \quad c_1=\sqrt{\frac{k}{n}},$$

elle deviendra

$$x_1^2+my_1^2+nz_1^2=k.$$

En supposant que x_1, y_1, z_1, répondent au point M du numéro précédent, et que les axes des x, y, z, soient dirigés en sens contraire de ceux des x_1, y_1, z_1, ou des a, b, c, on aura

$$x_1=a-x, \quad y_1=b-y, \quad z_1=c-z,$$

ou, ce qui est la même chose,

$$x_1=a-r\cos.\alpha, \quad y_1=b-r\cos.\beta, \quad z_1=c-r\cos.\gamma.$$

Si donc on substitue ces valeurs dans l'équation précédente et que l'on fasse, pour abréger,

$$a^2+mb^2+nc^2-k=h,$$
$$a\cos.\alpha+mb\cos.\beta+nc\cos.\gamma=\mathrm{I},$$
$$\cos.^2\alpha+m\cos.^2\beta+n\cos.^2\gamma=\mathrm{L},$$

il en résultera

$$\mathrm{L}r^2-2\mathrm{I}r+h=0$$

pour l'équation qui devra servir à déterminer ρ, ρ_1, ρ_2. En

faisant aussi

$$I^2 - hL = R^2,$$

ses deux racines seront

$$r = \frac{I \pm R}{L};$$

et comme elles doivent être réelles, R sera une quantité réelle que nous supposerons positive.

D'après les valeurs des coefficients L et h, le premier sera toujours positif, et le second, positif ou négatif, selon que le point O tombera en dehors ou en dedans de l'ellipsoïde; d'où il résulte que les deux racines de l'équation précédente seront, comme cela doit être, toutes deux de même signe dans le premier cas, et l'une positive et l'autre négative dans le second cas. Le coefficient I, ou la demi-somme de ces deux racines, sera positif dans le cas du point extérieur, et pourra être positif ou négatif dans le cas du point intérieur.

(3) Dans ce dernier cas, la racine positive, qui doit être la valeur de ρ, répondra au signe supérieur; on aura donc

$$\rho = \frac{I + R}{L},$$

et, en vertu des équations (4),

$$X = \iint \frac{I \cos.\alpha}{L} ds + \iint \frac{R \cos.\alpha}{L} ds,$$
$$Y = \iint \frac{I \cos.\beta}{L} ds + \iint \frac{R \cos.\beta}{L} ds,$$
$$Z = \iint \frac{I \cos.\gamma}{L} ds + \iint \frac{R \cos.\gamma}{L} ds.$$

Or, ces intégrales doubles devant s'étendre à toute la sur-

face sphérique décrite autour du point O, et les quantités L et R étant les mêmes pour les deux éléments ds qui sont situés aux extrémités de chaque diamètre, ou qui répondent à des angles α, β, γ, et à leurs suppléments, il s'ensuit que les secondes intégrales comprises dans ces formules se réduiront à zéro, comme étant composées d'éléments qui seront deux à deux égaux et de signes contraires. De plus, si l'on met dans les premières intégrales, à la place de I, sa valeur, on verra que les parties de ces intégrales doubles qui répondent aux produits de deux des cosinus de α, β, γ, se réduiront aussi à zéro, et qu'il ne subsistera que les parties correspondantes à leurs carrés. Par conséquent, on aura simplement

$$X = a\iint\frac{\cos.^2\alpha}{L}ds,\quad Y = mb\iint\frac{\cos.^2\beta}{L}ds,\quad Z = nc\iint\frac{\cos.^2\gamma}{L}ds. \quad (6)$$

Lorsque le point O sera extérieur, on aura

$$\rho_2 - \rho_1 = \frac{2R}{L},$$

d'après la double valeur précédente de r; au moyen de quoi, les formules (5) deviendront

$$\left.\begin{aligned} \tfrac{1}{2}X &= \iint\frac{R\cos.\alpha}{L}ds, \\ \tfrac{1}{2}Y &= \iint\frac{R\cos.\beta}{L}ds, \\ \tfrac{1}{2}Z &= \iint\frac{R\cos.\gamma}{L}ds. \end{aligned}\right\} (7)$$

Si le point O est situé à la surface même de l'ellipsoïde, on aura

$$h = 0, \quad R = 1;$$

la portion S de surface à laquelle devront s'étendre ces dernières intégrales, sera la demi-surface sphérique; mais on pourra étendre ces intégrales à la surface entière, en prenant ensuite la moitié de chaque résultat; et si l'on supprime, comme plus haut, les termes dépendants des produits des cosinus de α, β, γ, les équations (7) coïncideront avec les équations (6), ainsi que cela devait être.

(4) Avant d'aller plus loin, je ferai remarquer que l'on déduit des équations (7), d'autres formules plus simples, en les différentiant par rapport à k.

En effet, d'après l'expression de R^2, on a

$$\frac{dR}{dk}=\frac{L}{2R};$$

si donc on fait

$$X_1=\frac{dX}{dk},\quad Y_1=\frac{dY}{dk},\quad Z_1=\frac{dZ}{dk},$$

la différentiation sous les signes $\iint$ donnera

$$X_1=\iint\frac{\cos.\alpha}{R}ds,\quad Y_1=\iint\frac{\cos.\beta}{R}ds,\quad Z_1=\iint\frac{\cos.\gamma}{R}ds;\qquad (8)$$

expressions qui ne contiennent plus que la seule quantité R, au lieu de I et R que renferment les formules (7).

A la vérité, les limites des intégrales doubles pouvant varier avec k, on devrait, en général, ajouter à ces valeurs de X_1, Y_1, Z_1, des termes provenant de cette variation, qui seraient des intégrales simples, relatives au contour de S; mais en désignant par $d\sigma$ un élément quelconque de ce

contour de S, et par $\int K\,d\sigma$ une des intégrales simples dont il s'agit, K aura pour facteur, d'après les formules (7), la valeur de R correspondante à $d\sigma$; et comme on a $R=0$ en tous les points du contour de S, la quantité K sera nulle; ce qui nous dispense d'avoir égard à la variation des limites des intégrales doubles.

Cela posé, les valeurs de $X_1 dk$, $Y_1 dk$, $Z_1 dk$, seront évidemment les composantes de l'attraction exercée sur le point extérieur O, par la couche elliptique infiniment mince, comprise entre deux surfaces concentriques et semblables, dont a_1, b_1, c_1, ou $\sqrt{k}$, $\sqrt{\frac{k}{m}}$, $\sqrt{\frac{k}{n}}$, sont les trois demi-axes; les intégrales s'étendant toujours dans les formules (8), à la portion S de surface sphérique, limitée par le cône tangent à cette couche et ayant son sommet au point attiré O. Or, on peut toujours décomposer un ellipsoïde donné, en une infinité de semblables couches, qui répondront toutes aux mêmes valeurs de m et n, et ne différeront que par la valeur de k; par conséquent, si l'on désigne par k' la valeur numérique de cette variable k, qui répond à la surface de l'ellipsoïde entier, et si l'on suppose que l'on ait déterminé les valeurs de X_1, Y_1, Z_1, en fonctions de k, au moyen des formules (8), on aura ensuite

$$X=\int_0^{k'} X_1 dk, \quad Y=\int_0^{k'} Y_1 dk, \quad Z=\int_0^{k'} Z_1 dk, \qquad (9)$$

pour les trois composantes de l'attraction totale. Si l'ellipsoïde n'était pas homogène, mais qu'il fût composé de couches dont la densité fût une fonction donnée de k, il fau-

drait multiplier par cette fonction, les quantités soumises à ces dernières intégrations.

(5) Il s'agit actuellement de mettre dans les formules (6) et (8) les valeurs de $\cos.\alpha$, $\cos.\beta$, $\cos.\gamma$, en fonctions des deux variables indépendantes auxquelles les intégrales doubles devront se rapporter.

Pour effectuer cette transformation de la manière la plus générale, concevons que l'on mène par le point O, trois axes rectangulaires quelconques, et soient θ, φ, ψ, les angles que le rayon vecteur OM fait avec ces trois droites. Par les formules connues, on aura

$$\left.\begin{aligned} \cos.\alpha &= e\cos.\theta + e'\cos.\varphi + e''\cos.\psi, \\ \cos.\beta &= f\cos.\theta + f'\cos.\varphi + f''\cos.\psi, \\ \cos.\gamma &= g\cos.\theta + g'\cos.\varphi + g''\cos.\psi; \end{aligned}\right\} \quad (10)$$

e, f, etc., étant les neuf cosinus des angles que font les nouveaux axes avec ceux des x, y, z, lesquels cosinus sont liés entre eux par ces six équations

$$\left.\begin{aligned} e^2 + f^2 + g^2 &= 1, \\ e'^2 + f'^2 + g'^2 &= 1, \\ e''^2 + f''^2 + g''^2 &= 1, \\ ee' + ff' + gg' &= 0, \\ ee'' + ff'' + gg'' &= 0, \\ e'e'' + f'f'' + g'g'' &= 0. \end{aligned}\right\} \quad (11)$$

Ces neuf cosinus s'expriment, comme on sait, en fonctions de trois angles indépendants l'un de l'autre. Or, d'après leurs valeurs connues (*), on trouve aisément que l'on a

(*) Traité de Mécanique, tome II, page 64.

aussi, entre ces mêmes cosinus, les équations :

$$\left.\begin{array}{lll} g=e'f''-e''f', & f=g'e''-g''e', & e=f'g''-f''g', \\ g''=ef'-e'f, & f''=ge'-g'e, & e''=fg'-f'g, \\ g'=e''f-ef'', & f'=g''e-ge'', & e'=f''g-fg'', \end{array}\right\} \quad (12)$$

qui nous seront utiles par la suite. On peut remarquer qu'elles se déduisent toutes de l'une d'entre elles, par la permutation des lettres qu'elles contiennent (*); en sorte qu'il suffira d'en vérifier une seule pour qu'elles soient toutes démontrées.

(6) J'appellerai OO′ l'axe auquel répond l'un des trois angles θ, φ, ψ, le premier, par exemple, de manière que l'on ait

$$\theta = \mathrm{MOO}'.$$

Si l'on projette OM sur le plan des deux autres axes, et que l'on appelle ω l'angle que fera sa projection avec l'axe auquel répond l'angle φ, on aura

$$\left.\begin{array}{l} \cos.\varphi = \sin.\theta \cos.\omega, \\ \cos.\psi = \sin.\theta \sin.\omega. \end{array}\right\} \quad (13)$$

L'angle ω pourra s'étendre depuis $\omega = 0$ jusqu'à $\omega = 360°$, et l'angle θ, seulement depuis $\theta = 0$ jusqu'à $\theta = 180°$; on pourra prendre ces deux angles pour les variables indépendantes auxquelles répondront les intégrales doubles ; et en exprimant l'élément ds au moyen de leurs différentielles, on aura

$$ds = \sin.\theta\, d\theta\, d\omega.$$

(*) Traité de Mécanique, tome Ier, page 37.

De cette manière, les seconds membres des équations (6) et (8) prendront la forme $\int\int \Phi \, d\theta \, d\omega$, en désignant par Φ une fonction donnée des sinus et cosinus de θ et ω.

Si le point O est intérieur, l'axe OO' traversera l'ellipsoïde; et chaque intégrale double devant s'étendre à la surface sphérique entière dont ds est l'élément différentiel, les limites relatives aux angles θ et ω seront évidemment $\theta = 0$, $\theta = \pi$, $\omega = 0$, $\omega = 2\pi$, en désignant par π le rapport de la circonférence au diamètre.

Lorsque le point O sera extérieur, chaque intégrale double ne devra plus s'étendre qu'à la portion S de la surface sphérique. Les limites relatives à θ et ω dépendront alors de la position de l'axe OO' : elles seront différentes pour une couche elliptique quelconque, mais toujours faciles à déterminer, selon que cette droite tombera en dedans ou en dehors du cône tangent à cette couche et ayant son sommet au point O.

(7) Avant de chercher à réduire à des intégrales simples, les expressions des composantes de l'attraction sur un point intérieur, nous rappellerons, en peu de mots, les propriétés connues de ces quantités, qui sont indépendantes de cette réduction.

La quantité L et par suite les formules (6) étant indépendantes de k, il s'ensuit que si m et n restent les mêmes, et que k prenne un accroissement quelconque, l'attraction sur un point intérieur ne changera pas. Or, par cet accroissement de k, l'ellipsoïde se trouvera augmenté d'une couche homogène, comprise entre deux surfaces concentriques et semblables; il s'ensuit donc que dans le cas de l'attraction en

raison inverse du carré des distances, une pareille couche n'exerce aucune action sur un point O situé, quelque part que ce soit, dans l'espace vide terminé par sa surface interne, ou à cette surface même. L'attraction d'un ellipsoïde homogène sur un point donné de sa propre masse, se réduit donc à celle de la partie de ce corps qui est terminée par une surface semblable à la sienne et qui passe par le point donné. De plus, la quantité L et les intégrales contenues dans les formules (6), ne dépendant pas non plus des coordonnées a, b, c, du point O, on en conclut aussi que chaque composante de l'attraction exercée sur un point intérieur, est proportionnelle à sa distance au plan principal de l'ellipsoïde, perpendiculairement auquel cette composante est dirigée. Enfin, si l'on observe que l'intégrale $\iint ds$ étendue à la surface sphérique entière, est égale à 4π, on déduira des formules (6) l'équation

$$\frac{1}{a}X + \frac{1}{b}Y + \frac{1}{c}Z = 4\pi \qquad (14)$$

entre les composantes de l'attraction sur un point intérieur. Cette équation est comprise dans une autre que l'on obtient de la manière suivante.

(8) Appelons V la somme des points matériels d'un corps attirant de forme quelconque, divisés par leurs distances respectives au point attiré, extérieur ou intérieur; dm étant l'élément de la masse de ce corps qui répond aux trois coordonnées rectangulaires x, y, z, et a, b, c, désignant les trois coordonnées du point attiré, on aura

$$V = \iiint \frac{dm}{\sqrt{(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2}},$$

en étendant l'intégrale à la masse entière du corps attirant; et si l'attraction est en raison inverse du carré des distances, il en résultera

$$X = \frac{dV}{da}, \quad Y = \frac{dV}{db}, \quad Z = \frac{dV}{dc},$$

pour les trois composantes suivant les coordonnées *a, b, c,* de l'action totale exercée sur le point qui leur correspond. Or, j'ai fait voir, dans un autre Mémoire, que si ce point appartient à la masse du corps attirant, on a

$$\frac{d^2V}{da^2} + \frac{d^2V}{db^2} + \frac{d^2V}{dc^2} = 4\pi\delta,$$

en désignant par δ la densité du corps qui a lieu en ce même point; d'après les équations précédentes, on aura donc l'équation

$$\frac{dX}{da} + \frac{dY}{db} + \frac{dZ}{dc} = 4\pi\delta;$$

et dans le cas d'un ellipsoïde homogène, on en déduira celle du numéro précédent, en y faisant $\delta = 1$, et mettant pour X, Y, Z, leurs valeurs exprimées par les formules (6).

Si le point attiré est situé en dehors de la masse du corps attirant, on a l'équation

$$\frac{d^2V}{da^2} + \frac{d^2V}{db^2} + \frac{d^2V}{dc^2} = 0,$$

facile à vérifier, et d'où l'on déduit celle-ci :

$$\frac{dX}{da} + \frac{dY}{db} + \frac{dZ}{dc} = 0,$$

que nous vérifierons aussi par la suite, dans le cas d'un ellipsoïde homogène.

§ II.

Réduction des formules de l'attraction exercée sur un point intérieur.

(9) Dans le cas où le point attiré O fait partie de l'ellipsoïde, je prendrai pour la droite OO', l'un des trois axes des coordonnées menés par le point O, parallèlement aux axes de l'ellipsoïde. Cet axe étant celui des x, on aura

$$\cos.\alpha = \cos.\theta, \quad \cos.\beta = \sin.\theta \cos.\omega, \quad \cos.\gamma = \sin.\theta \sin.\omega.$$

En substituant ces valeurs dans celle de L et dans les formules (6), mettant $\sin.\theta\, d\theta\, d\omega$ au lieu de ds, et ayant égard aux limites relatives à θ et ω, il en résultera

$$L = \cos.^2\theta + m \sin.^2\theta \cos.^2\omega + n \sin.^2\theta \sin.^2\omega,$$

$$X = a \int_0^{\pi} \int_0^{2\pi} \frac{\cos.^2\theta \sin.\theta\, d\theta\, d\omega}{L},$$

$$Y = m b \int_0^{\pi} \int_0^{2\pi} \frac{\sin.^3\theta \cos.^2\omega\, d\theta\, d\omega}{L},$$

$$Z = n c \int_0^{\pi} \int_0^{2\pi} \frac{\sin.^3\theta \sin.^2\omega\, d\theta\, d\omega}{L}.$$

On peut réduire ces limites à zéro et $\frac{1}{2}\pi$, pourvu que l'on

multiplie les résultats par 2 et par 4. Si nous faisons ensuite

$$\text{tang.}\,\omega = v, \quad \cos.\theta = u,$$

les limites seront zéro et l'infini par rapport à v, et, par rapport à u, elles seront l'unité et zéro, ou bien zéro et l'unité, en changeant le signe du résultat. De cette manière nous aurons donc

$$X = 8a\int_0^1\left(\int_0^\infty \frac{u^2\,dv}{V}\right)du,$$

$$Y = 8mb\int_0^1\left(\int_0^\infty \frac{(1-u^2)\,dv}{(1+v^2)V}\right)du,$$

$$Z = 8nc\int_0^1\left(\int_0^\infty \frac{(1-u^2)\,v^2\,dv}{(1+v^2)V}\right)du,$$

en faisant, pour abréger,

$$m + (1-m)u^2 + [n + (1-n)u^2]v^2 = V.$$

Or, en observant que l'on a identiquement

$$\frac{1-u^2}{(1+v^2)V} = \frac{1}{m-n}\left(\frac{1}{1+v^2} - \frac{n+(1-n)u^2}{V}\right),$$

$$\frac{(1-u^2)\,v^2}{(1+v^2)V} = \frac{1}{n-m}\left(\frac{1}{1+v^2} - \frac{m+(1-m)u^2}{V}\right),$$

et effectuant les intégrations par rapport à v, il vient

$$\left.\begin{aligned} X &= 4\pi a\int_0^1 \frac{u^2\,du}{\sqrt{[m+(1-m)u^2]\,[n+(1-n)u^2]}}, \\ Y &= \frac{4\pi mb}{m-n}\left(1 - \int_0^1 \sqrt{\frac{n+(1-n)u^2}{m+(1-m)u^2}}\,du\right), \\ Z &= \frac{4\pi nc}{n-m}\left(1 - \int_0^1 \sqrt{\frac{m+(1-m)u^2}{n+(1-n)u^2}}\,du\right), \end{aligned}\right\}\ (a)$$

pour les valeurs de X, Y, Z, en intégrales simples; ce qu'il s'agissait d'obtenir.

On peut remarquer que ces trois formules ne renferment réellement que deux intégrales différentes; car si l'on fait, pour abréger,

$$\int_0^1 \frac{u^2 du}{\sqrt{[m+(1-m)u^2][n+(1-n)u^2]}} = \text{U},$$

$$\int_0^1 \frac{du}{\sqrt{[m+(1-m)u^2][n+(1-n)u^2]}} = \text{U}',$$

on pourra écrire les équations (*a*) sous cette forme :

$$\left.\begin{aligned} \text{X} &= 4\pi a \text{U}, \\ \text{Y} &= \frac{4\pi m b}{m-n}\left[1 - n\text{U}' - (1-n)\text{U}\right], \\ \text{Z} &= \frac{4\pi n c}{n-m}\left[1 - m\text{U}' - (1-m)\text{U}\right]. \end{aligned}\right\} \quad (b)$$

En éliminant U et U′ entre ces trois équations, on obtiendra la relation entre X, Y, Z, déja trouvée dans le n° 7.

(10) Si l'ellipsoïde donné est de révolution, et que a_1 soit son demi-axe de figure, on aura $m = n$; mais pour appliquer les deux dernières formules (*b*) à ce cas particulier, il faudra d'abord supposer la différence $m - n$ infiniment petite.

En développant suivant les puissances de cette différence, on aura

$$\sqrt{\frac{n+(1-n)u^2}{m+(1-m)u^2}} = 1 + \frac{(n-m)(1-u^2)}{2[m+(1-m)u^2]} + \text{etc.},$$

$$\sqrt{\frac{m+(1-m)u^2}{n+(1-n)u^2}} = 1 + \frac{(m-n)(1-u^2)}{2[n+(1-n)u^2]} + \text{etc.};$$

et en réduisant et faisant ensuite $n=m$, les formules (b) deviendront

$$X=4\pi a\int_0^1 \frac{u^2 du}{m+(1-m)u^2},$$
$$\frac{Y}{b}=\frac{Z}{c}=2\pi m\int_0^1 \frac{(1-u^2)du}{m+(1-m)u^2}.$$

Si l'ellipsoïde est alongé, le demi-axe b_1 ou c_1 sera moindre que a_1, et m surpassera l'unité. En effectuant les intégrations, on aura alors

$$X=\frac{4\pi a}{m-1}\left[\frac{1}{2}\sqrt{\frac{m}{m-1}}\log.\frac{\sqrt{m}+\sqrt{m-1}}{\sqrt{m}-\sqrt{m-1}}-1\right],$$
$$\frac{Y}{b}=\frac{Z}{c}=\frac{2\pi}{m-1}\left[m-\frac{1}{2}\sqrt{\frac{m}{m-1}}\log.\frac{\sqrt{m}+\sqrt{m-1}}{\sqrt{m}-\sqrt{m-1}}\right].$$

Si, au contraire, l'ellipsoïde est aplati, m sera moindre que l'unité, et en effectuant les intégrations, on aura

$$X=\frac{4\pi a}{1-m}\left[1-\sqrt{\frac{m}{1-m}}\,\text{arc}\left(\text{tang.}=\sqrt{\frac{1-m}{m}}\right)\right],$$
$$\frac{Y}{b}=\frac{Z}{c}=\frac{2\pi}{1-m}\left[\sqrt{\frac{m}{1-m}}\,\text{arc}\left(\text{tang.}=\sqrt{\frac{1-m}{m}}\right)-m\right].$$

Dans le cas de la sphère, on a $m=1$; on regardera donc d'abord la différence $m-1$ comme infiniment petite; on aura alors

$$\frac{1}{2}\log.\frac{\sqrt{m}+\sqrt{m-1}}{\sqrt{m}-\sqrt{m-1}}=\sqrt{\frac{m-1}{m}}\left(1+\frac{1}{3}\,\frac{m-1}{m}+\text{etc.}\right),$$
$$\text{arc}\left(\text{tang.}=\sqrt{\frac{m-1}{m}}\right)=\sqrt{\frac{1-m}{m}}\left(1-\frac{1}{3}\,\frac{m-1}{m}+\text{etc.}\right);$$

et en réduisant et faisant ensuite $m=1$, les formules précé-

dentes donneront

$$\frac{X}{a}=\frac{Y}{b}=\frac{Z}{c}=\frac{4\pi}{3}.$$

(11) Au lieu de déterminer, comme nous l'avons fait, les trois composantes X, Y, Z, il aurait suffi d'obtenir la valeur de $\frac{X}{a}$ en fonction des trois demi-axes a_1, b_1, c_1, et d'en conclure les valeurs de $\frac{Y}{b}$ et $\frac{Z}{c}$, par la permutation de ces trois lettres. Or, on a (n° 1)

$$m=\frac{a_1^2}{b_1^2},\quad n=\frac{a_1^2}{c_1^2};$$

je substitue donc ces valeurs de m et n dans celle de $\frac{X}{a}$, qui est donnée par la première équation (a); puis je permute successivement, dans le résultat, a_1 et b_1, a_1 et c_1, afin d'obtenir les valeurs de $\frac{Y}{b}$ et $\frac{Z}{c}$; il en résulte ces formules symétriques :

$$\left.\begin{aligned}
X&=4\pi a b_1 c_1\int_0^1 \frac{u^2\,du}{\sqrt{[a_1^2+(b_1^2-a_1^2)u^2]\,[a_1^2+(c_1^2-a_1^2)u^2]}},\\
Y&=4\pi b a_1 c_1\int_0^1 \frac{u^2\,du}{\sqrt{[b_1^2+(a_1^2-b_1^2)u^2]\,[b_1^2+(c_1^2-b_1^2)u^2]}},\\
Z&=4\pi c a_1 b_1\int_0^1 \frac{u^2\,du}{\sqrt{[c_1^2+(a_1^2-c_1^2)u^2]\,[c_1^2+(b_1^2-c_1^2)u^2]}}.
\end{aligned}\right\}(c)$$

Ces expressions de Y et Z devront coïncider avec les deux dernières formules (a) ou (b), quand on substituera dans celles-ci les valeurs précédentes de m et n. C'est, en effet, ce que nous vérifierons tout à l'heure, après avoir converti en

fonctions elliptiques, les intégrales contenues dans ces différentes formules.

(12) Je supposerai, pour fixer les idées, que a_1 soit le plus grand des trois demi-axes, b_1 le moyen, c_1 le plus petit; et je ferai, pour abréger,

$$\sqrt{\frac{a_1^2-b_1^2}{a_1^2-c_1^2}}=p, \quad \text{arc}\left(\sin.=\sqrt{\frac{a_1^2-c_1^2}{a_1^2}}\right)=q.$$

Cela étant, d'après les règles connues (*), on convertira successivement de la manière suivante les trois formules (c) en fonctions elliptiques de première et de seconde espèce, dont p sera le module et q l'amplitude.

1° Nous ferons d'abord

$$u=\frac{a_1}{\sqrt{a_1^2-c_1^2}}\sin.\xi;$$

la première formule (c) deviendra

$$X=\frac{4\pi a a_1 b_1 c_1}{(a_1^2-c_1^2)^{\frac{3}{2}}}\int_0^q\frac{\sin.^2\xi d\xi}{\sqrt{1-p^2\sin.^2\xi}},$$

ou, ce qui est la même chose,

$$X=\frac{4\pi a a_1 b_1 c_1}{(a_1^2-b_1^2)\sqrt{a_1^2-c_1^2}}\left(\int_0^q\frac{d\xi}{\sqrt{1-p^2\sin.^2\xi}}-\int_0^q\sqrt{1-p^2\sin.^2\xi}\,d\xi\right).$$

2° Faisons maintenant

$$u=\frac{b_1\sin.\xi}{\sqrt{b_1^2-c_1^2+(a_1^2-b_1^2)\cos.^2\xi}};$$

(*) Traité des fonctions elliptiques, tome Ier, chap. III.

on aura, comme dans le cas précédent, $\xi = 0$ et $\xi = q$, aux limites $u = 0$ et $u = 1$; et l'on trouvera que la seconde formule (c) devient

$$Y = \frac{4\pi b a_1 b_1 c_1}{(a_1^2 - c_1^2)^{\frac{3}{2}}} \int_0^q \frac{\sin.^2 \xi d\xi}{(1 - p^2 \sin.^2 \xi)^{\frac{3}{2}}},$$

ou, ce qui est la même chose,

$$Y = \frac{4\pi b a_1 b_1 c_1}{(a_1^2 - b_1^2)\sqrt{a_1^2 - c_1^2}} \left(\int_0^q \frac{d\xi}{(1 - p^2 \sin.^2 \xi)^{\frac{3}{2}}} - \int_0^q \frac{d\xi}{\sqrt{1 - p^2 \sin.^2 \xi}} \right).$$

De plus, on a identiquement

$$\frac{d\xi}{(1 - p^2 \sin.^2 \xi)^{\frac{3}{2}}} = \frac{\sqrt{1 - p^2 \sin.^2 \xi}}{1 - p^2} d\xi - \frac{p^2}{1 - p^2} d.\frac{\sin.\xi \cos.\xi}{\sqrt{1 - p^2 \sin.^2 \xi}};$$

et si l'on observe que

$$\frac{\sqrt{1 - p^2 \sin.^2 q}}{\sin.q \cos.q} = \frac{a_1 b_1}{c_1 \sqrt{a_1^2 - c_1^2}},$$

il en résultera

$$Y = \frac{4\pi b a_1 b_1 c_1}{(a_1^2 - b_1^2)\sqrt{a_1^2 - c_1^2}} \left(\frac{a_1^2 - c_1^2}{b_1^2 - c_1^2} \int_0^q \sqrt{1 - p^2 \sin.^2 \xi}\, d\xi - \int_0^q \frac{d\xi}{\sqrt{1 - p^2 \sin.^2 \xi}} \right) - \frac{4\pi b c_1^2}{b_1^2 - c_1^2}.$$

3° Faisons enfin

$$u = \frac{c_1 \operatorname{tang}.\xi}{\sqrt{a_1^2 - c_1^2}};$$

aux limites $u = 0$ et $u = 1$, on aura toujours $\xi = 0$ et $\xi = q$; et la troisième formule (c) deviendra

$$Z = \frac{4\pi c a_1 b_1 c_1}{(a_1^2 - c_1^2)^{\frac{3}{2}}} \int_0^q \frac{\text{tang.}^2 \xi d\xi}{\sqrt{1 - p^2 \sin.^2 \xi}}.$$

D'ailleurs on a identiquement

$$\frac{\text{tang.}^2 \xi d\xi}{\sqrt{1 - p^2 \sin.^2 \xi}} = \frac{d\left(\text{tang.}\,\xi \sqrt{1 - p^2 \sin.^2 \xi}\right)}{1 - p^2} - \frac{\sqrt{1 - p^2 \sin.^2 \xi}}{1 - p^2} d\xi;$$

donc, à cause de

$$\text{tang.}\, q \sqrt{1 - p^2 \sin.^2 q} = \frac{b_1 \sqrt{a_1^2 - c_1^2}}{a_1 c_1},$$

on en conclura

$$Z = \frac{4\pi c b_1^2}{b_1^2 - c_1^2} - \frac{4\pi c a_1 b_1 c_1}{(b_1^2 - c_1^2)\sqrt{a_1^2 - c_1^2}} \int_0^q \sqrt{1 - p^2 \sin.^2 \xi}\, d\xi.$$

En employant les notations connues de Legendre, pour exprimer les fonctions elliptiques de première et de seconde espèce, c'est-à-dire, en posant

$$\int_0^q \frac{d\xi}{\sqrt{1 - p^2 \sin.^2 \xi}} = F(p, q),$$

$$\int_0^q \sqrt{1 - p^2 \sin.^2 \xi}\, d\xi = E(p, q),$$

les valeurs de X, Y, Z, que l'on vient de trouver, pourront s'écrire ainsi :

$$\left.\begin{aligned}
X &= \frac{4\pi a a_1 b_1 c_1}{(a_1^2 - b_1^2)\sqrt{a_1^2 - c_1^2}} \Big[F(p, q) - E(p, q)\Big], \\
Y &= \frac{4\pi b a_1 b_1 c_1}{(a_1^2 - b_1^2)\sqrt{a_1^2 - c_1^2}} \left[\frac{a_1^2 - c_1^2}{b_1^2 - c_1^2} E(p, q) - F(p, q)\right] - \frac{4\pi b c_1^2}{b_1^2 - c_1^2}, \\
Z &= \frac{4\pi c b_1^2}{b_1^2 - c_1^2} - \frac{4\pi c a_1 b_1 c_1}{(b_1^2 - c_1^2)\sqrt{a_1^2 - c_1^2}} E(p, q);
\end{aligned}\right\} (d)$$

et ce sont ces expressions réduites des composantes de l'attraction sur un point intérieur qu'il s'agissait d'obtenir.

Si l'on met dans les intégrales que U et U' représentent, à la place de m et n, leurs valeurs $\frac{a_1^2}{b_1^2}$ et $\frac{a_1^2}{c_1^2}$, et que l'on applique ensuite à ces intégrales la transformation que l'on a fait subir à la première formule (c), on trouvera

$$U = \frac{a_1 b_1 c_1}{(a_1^2 - b_1^2)\sqrt{a_1^2 - c_1^2}}\left[F(p,q) - E(p,q)\right],$$

$$U' = \frac{b_1 c_1}{a_1\sqrt{a_1^2 - c_1^2}} F(p,q).$$

Or, d'après ces valeurs et celles de m et n, les deux dernières formules (b) coïncident, comme on l'a dit plus haut, avec les deux dernières formules (d), auxquelles on parvient de cette manière, plus facilement que par les transformations précédentes.

§ III.

Formules relatives aux surfaces du second degré.

(13) Pour réduire à des intégrales simples les composantes de l'attraction sur un point extérieur, il sera nécessaire d'emprunter à la théorie connue des surfaces du second degré, des formules que je vais rappeler dans ce paragraphe, et démontrer d'une manière nouvelle.

En substituant dans la valeur de R^2 du n° 2, les valeurs de I et L du même numéro, on a

$$R^2 = (a^2 - h)\cos.^2\alpha + (mb^2 - h)m\cos.^2\beta + (nc^2 - h)n\cos.^2\gamma$$
$$+ 2mab\cos.\alpha\cos.\beta + 2nac\cos.\alpha\cos.\gamma + 2mnbc\cos.\beta\cos.\gamma.$$

Les angles α, β, γ, qui répondent aux directions des arêtes du cône tangent à une couche de l'ellipsoïde et ayant son sommet au point O, doivent satisfaire à l'équation $\rho_2 - \rho_1 = 0$ (n° 1), laquelle est la même que $R^2 = 0$. Par conséquent, si l'on multiplie par r^2 l'équation précédente, et que l'on ait égard aux équations (2), on aura

$$\left.\begin{aligned}(a^2 - h)x^2 + (mb^2 - h)my^2 + (nc^2 - h)nz^2 \\ + 2mnbcyz + 2ncaxz + 2mbayx = 0,\end{aligned}\right\} \quad (A)$$

pour l'équation de la surface de ce cône; x, y, z, étant les coordonnées courantes, rapportées à des axes parallèles à ceux de l'ellipsoïde et ayant le sommet O pour origine. Cette équation renfermant la quantité k, contenue dans la valeur de h du n° 2, il s'ensuit que le cône tangent n'est pas le même pour toutes les couches elliptiques dans lesquelles on a décomposé l'ellipsoïde donné (n° 4) : le cône que nous considérons est tangent à une couche quelconque, c'est-à-dire, à la couche elliptique correspondante à une valeur indéterminée de k.

Je multiplie de même les équations (10) par r, et je fais

$$r\cos.\theta = x', \quad r\cos.\varphi = y', \quad r\cos.\psi = z';$$

il en résulte

$$\left.\begin{aligned} x &= ex' + e'y' + e''z', \\ y &= fx' + f'y' + f''z', \\ z &= gx' + g'y' + g''z'. \end{aligned}\right\} \quad (B)$$

Les variables x', y', z', sont les coordonnées courantes, ayant même origine que x, y, z, et rapportées à des axes rectangulaires dont la direction est indéterminée; et relativement

à ces nouvelles coordonnées, l'équation de la surface du cône est

$$Ax'^2 + By'^2 + Cz'^2 + 2A'y'z' + 2B'x'z' + 2C'x'y' = 0, \quad (C)$$

où l'on désigne par A, B, C, A', B', C', des coefficients qui s'exprimeront facilement au moyen de ceux de l'équation (A).

Cela posé, on sait qu'il est toujours possible de déterminer la direction des axes des x', y', z', de manière que l'on ait

$$A' = 0, \quad B' = 0, \quad C' = 0,$$

et qu'il n'y a généralement qu'un seul système d'axes rectangulaires qui remplisse ces conditions. L'équation de la surface conique devient alors

$$Ax'^2 + By'^2 + Cz'^2 = 0,$$

et la valeur correspondante de R^2, savoir :

$$R^2 = A\cos.^2\theta + B\cos.^2\varphi + C\cos.^2\psi,$$

se trouve ainsi réduite à sa forme la plus simple. Or, nous emploierons dans les formules (8), cette valeur de R^2, ou sa racine carrée, avec les valeurs de $\cos.\alpha$, $\cos.6$, $\cos.\gamma$, données par les équations (10); ce qui exigera que l'on connaisse les expressions des trois coefficients A, B, C, et celles des neuf cosinus e, f, etc., des angles relatifs à la direction des axes principaux de la surface conique. On parvient ordinairement par des considérations géométriques, aux équations d'où dépendent ces diverses quantités; mais on peut aussi les obtenir au moyen de l'analyse suivante.

(14) Considérons pour plus de généralité, l'équation

$$Dx^2+Ey^2+Fz^2+2D'yz+2E'xz+2F'xy=0, \quad \text{(D)}$$

dans laquelle D, E, F, D′, E′, F′, sont des coefficients quelconques. En y mettant les formules (B) à la place de x, y, z, elle se changera dans l'équation (C). Les valeurs de A, B, C, seront

$$\left.\begin{array}{l} A=De^2+Ef^2+Fg^2+2D'fg+2E'eg+2F'ef, \\ B=De'^2+Ef'^2+Fg'^2+2D'f'g'+2E'e'g'+2F'e'f', \\ C=De''^2+Ef''^2+Fg''^2+2D'f''g''+2E'e''g''+2F'e''f''; \end{array}\right\} \text{(E)}$$

et si l'on égale à zéro les valeurs de A′, B′, C′, on aura

$$\left.\begin{array}{l} \quad De'e''+Ef'f''+Fg'g'' \\ +D'(f''g'+f'g'')+E'(e''g'+e'g'')+F'(e''f'+e'f'')=0, \\ \quad Dee''+Eff''+Fgg'' \\ +D'(f''g+fg'')+E'(e''g+eg'')+F'(e''f+ef'')=0, \\ \quad Dee'+Eff'+Fgg' \\ +D'(f'g+fg')+E'(e'g+eg')+F'(e'f+ef')=0. \end{array}\right\} \text{(F)}$$

D'après les deux dernières équations (11), on a

$$ee''=-ff''-gg'', \quad ee'=-ff'-gg';$$

les trois premiers termes des deux dernières équations (F) peuvent donc être remplacés par

$$(E-D)ff''+(F-D)gg'', \quad (E-D)ff'+(F-D)gg';$$

et cela étant, si on élimine successivement E — D et F — D entre ces deux équations, il en résultera

$$[(F-D)g+D'f+E'e](f'g''-f''g')+(E'g+F'f)(e''f'-e'f'')=0,$$
$$[(E-D)f+D'g+F'e](f'g''-f''g')+(E'g+F'f)(e'g''-e''g')=0,$$

ou bien, en vertu des équations (12),

$$(F-D)eg=(F'g-D'e)f+E'(g^2-e^2),$$
$$(E-D)ef=(E'f-D'e)g+F'(f^2-e^2).$$

A cause de la première équation (11), savoir :

$$e^2+f^2+g^2=1, \qquad (G)$$

on peut mettre la première équation (E) sous la forme

$$A-D=(E-D)f^2+(F-D)g^2+2D'fg+2E'eg+2F'ef.$$

Je multiplie cette équation par e, puis j'y substitue les valeurs précédentes de $(F-D)eg$ et $(E-D)ef$; et en ayant égard à l'équation (G), il vient simplement

$$(A-D)e=E'g+F'f.$$

On trouvera de même

$$(A-F)g=D'f+E'e,$$
$$(A-E)f=F'e+D'g;$$

équations qui se déduisent aussi de la précédente par des permutations convenables des lettres D', E', F', e, g, f (*). Or, en faisant le produit de ces trois équations, retranchant de ce produit la somme de ces mêmes équations multipliées respectivement par D'^2gf, F'^2ef, E'^2eg, et supprimant le facteur efg commun à tous les termes, on trouve

$$\begin{aligned}(A-D)(A-E)(A-F)-(A-D)D'^2-(A-E)E'^2\\-(A-F)F'^2=2D'E'F';\end{aligned} \qquad (H)$$

(*) Traité de Mécanique, tome Ier, page 37.

équation qui ne renferme plus que l'inconnue A.

Les deux équations précédentes donnent aussi

$$f=\frac{[E'D'+(A-F)F']e}{(A-E)(A-F)-D'^2},$$

$$g=\frac{[F'D'+(A-E)E']e}{(A-E)(A-F)-D'^2};$$

et en combinant ces valeurs de f et g avec l'équation (G), on en déduit

$$\left.\begin{aligned} e&=\tfrac{1}{\Delta}[(A-E)(A-F)-D'^2],\\ f&=\tfrac{1}{\Delta}[E'D'+(A-F)F'],\\ g&=\tfrac{1}{\Delta}[F'D'+(A-E)E'],\end{aligned}\right\}\ (I)$$

où l'on a fait pour abréger,

$$\Delta^2=[(A-E)(A-F)-D'^2]^2+[E'D'+(A-F)F']^2 \\ +[F'D'+(A-E)E']^2.$$

On donnerait facilement une forme symétrique à ce système de valeurs de e, f, g; mais les formules (I) sont plus simples, parce qu'elles ont un dénominateur commun Δ.

Par des calculs pareils à ceux qu'on vient d'exécuter, et parce que tout doit être semblable par rapport aux trois axes des x', y', z', il est évident qu'on trouvera deux autres équations qui ne différeront de l'équation (H), qu'en ce qu'elles contiendront, l'une B et l'autre C, au lieu de A; d'où l'on conclut que les inconnues A, B, C, seront les trois racines de l'équation :

$$(t-\text{D})(t-\text{E})(t-\text{F})-(t-\text{D})\text{D}'^2-(t-\text{E})\text{E}'^2-(t-\text{F})\text{F}'^2=2\text{D}'\text{E}'\text{F}', \qquad (\text{K})$$

résolue par rapport à t.

Il est encore évident que les valeurs de e', f', g', devront être données en fonctions de B, et celles de e'', f'', g'', en fonctions de C, par les mêmes formules qui donnent e, f, g en fonctions de A, c'est-à-dire, par les formules (I) dans lesquelles on mettra successivement B et C au lieu de A.

(15) On démontre aisément que les trois racines de l'équation (K) sont toujours réelles; et pour cela, au lieu de faire disparaître à la fois les trois rectangles des coordonnées, dans l'équation du second degré que l'on considère, on en fera disparaître d'abord un seul, et ensuite les deux autres.

Pour effectuer la première opération, soit ε un angle indéterminé, et faisons

$$y=y_1 \cos.\varepsilon - z_1 \sin.\varepsilon, \quad z=y_1 \sin.\varepsilon + z_1 \cos.\varepsilon.$$

En substituant ces valeurs dans l'équation (D), et égalant ensuite à zéro le coefficient de $y_1 z_1$, elle deviendra

$$\text{D}x^2+\text{G}y_1^2+\text{H}z_1^2+2\text{G}'xz_1+2\text{H}'xy_1=0. \qquad (\text{D}')$$

Le coefficient D sera le même que dans l'équation (D); on aura

$$\begin{aligned}
\text{G}&=\text{E}\cos.^2\varepsilon+\text{F}\sin.^2\varepsilon+2\text{D}'\sin.\varepsilon\cos.\varepsilon,\\
\text{H}&=\text{E}\sin.^2\varepsilon+\text{F}\cos.^2\varepsilon-2\text{D}'\sin.\varepsilon\cos.\varepsilon,\\
\text{G}'&=\text{E}'\cos.\varepsilon-\text{F}'\sin.\varepsilon,\\
\text{H}'&=\text{E}'\sin.\varepsilon+\text{F}'\cos.\varepsilon;
\end{aligned}$$

et l'équation résultante du coefficient de $y_1 z_1$ égalé à zéro, sera

$$2D' \cos. 2\varepsilon = (E - F) \sin. 2\varepsilon;$$

d'où l'on tirera pour ε une valeur réelle, qui rendra aussi réelles les valeurs de G, H, G', H'.

Maintenant si l'on applique à l'équation (D') l'analyse du numéro précédent, l'équation (K), dont les trois racines sont A, B, C, se réduira à

$$(t - D)(t - G)(t - H) - (t - G) G'^2 - (t - H) H'^2 = 0. \qquad (K')$$

Or, supposons que H soit la plus petite des deux quantités H et G, de sorte que la différence G — H soit positive: pour $t = -\infty$, le premier membre de l'équation (K') sera négatif; pour $t = H$, il sera $(G - H) G'^2$, et conséquemment positif; pour $t = G$, il sera $(H - G) H'^2$, et redeviendra donc négatif; enfin, pour $t = \infty$, il sera de nouveau positif. Par conséquent les racines de l'équation (K'), qui sont les mêmes que celles de l'équation (K), seront toutes trois réelles : l'une d'elles sera moindre que H, une autre sera comprise entre G et H, et la troisième surpassera G.

De l'équation qui détermine ε, on déduit

$$\sin. 2\varepsilon = \frac{2D'}{\sqrt{4D'^2 + (E - F)^2}}, \quad \cos. 2\varepsilon = \frac{E - F}{\sqrt{4D'^2 + (E - F)^2}};$$

et comme on a

$$G = \tfrac{1}{2}(E + F) + \tfrac{1}{2}(E - F) \cos. 2\varepsilon + D' \sin. 2\varepsilon,$$

$$H = \tfrac{1}{2}(E + F) - \tfrac{1}{2}(E - F) \cos. 2\varepsilon - D' \sin. 2\varepsilon,$$

il en résultera

$$G = \frac{1}{2}(E+F) + \frac{1}{2}\sqrt{4D'^2 + (E-F)^2},$$

$$H = \frac{1}{2}(E+F) - \frac{1}{2}\sqrt{4D'^2 + (E-F)^2};$$

ce qui fera connaître des limites des trois racines A, B, C, de l'équation (K) ou (K'). On aurait d'autres limites de ces mêmes racines, en changeant dans ces expressions de G et de H, soit E et D' en D et E', soit F et D' en D et F'.

(16) Pour appliquer maintenant les résultats précédents à l'équation (A), il faudra la faire coïncider avec l'équation (D), et prendre en conséquence

$$D = a^2 - h, \quad E = m^2 b^2 - mh, \quad F = n^2 c^2 - nh,$$
$$D' = mnbc, \quad E' = nac, \quad F' = mab.$$

En substituant ces valeurs dans l'équation (K), et ordonnant par rapport à t, on aura

$$\begin{aligned} &t^3 - t^2[a^2 + m^2 b^2 + n^2 c^2 - (1+m+n)h] \\ &+ th[(mn+m+n)h - (m+n)a^2 - (1+n)m^2 b^2 - (1+m)n^2 c^2] \\ &- mnh^2(a^2 + mb^2 + nc^2 - h) = 0; \end{aligned}$$

et en ayant égard à la valeur de h du n° 2, cette équation pourra s'écrire ainsi :

$$\begin{aligned} &t^3 - t^2[(1+m+n)k - (m+n)a^2 - (1+n)mb^2 - (1+m)nc^2] \\ &\quad + th[mn(a^2+b^2+c^2) - (mn+m+n)k] - mnkh^2 = 0. \end{aligned} \quad \text{(L)}$$

Les formules (I) deviendront en même temps

$$\left.\begin{aligned}
e &= \frac{1}{\Delta}[A^2-(m^2b^2+n^2c^2-mh-nh)A-mnh(mb^2+nc^2-h)],\\
f &= \frac{mab}{\Delta}(A+nh),\\
g &= \frac{nac}{\Delta}(A+mh);
\end{aligned}\right\}(M)$$

Δ^2 étant toujours la somme des carrés des coefficients de $\frac{1}{\Delta}$. On en déduira, comme on l'a dit plus haut, les valeurs de e', g', f', ou celles de e'', f'', g'', si l'on en a besoin, en y mettant B ou C à la place de A.

(17) Le dernier terme de l'équation (L) étant négatif, il s'ensuit que ses racines sont toutes trois positives, ou l'une positive et les deux autres négatives, puisque l'on sait déja que cette équation n'a pas de racines imaginaires. Mais l'équation du cône tangent à une couche de l'ellipsoïde étant réduite à

$$Ax'^2+By'^2+Cz'^2=0,$$

ce cône n'existerait pas, si les trois racines A, B, C, de l'équation (L) avaient le même signe; par conséquent l'équation (L) doit avoir une racine positive et deux racines négatives. C'est, en effet, ce qu'il est aisé de vérifier.

A cause de (n° 2)

$$k=a_1^2,\quad m=\frac{a_1^2}{b_1^2},\quad n=\frac{a_1^2}{c_1^2},$$

l'équation (L) est la même chose que

$$t^3-\frac{t^2a_1^2}{b_1^2c_1^2}[a_1^2b_1^2+a_1^2c_1^2+b_1^2c_1^2-(b_1^2+c_1^2)a^2-(a_1^2+c_1^2)b^2-(a_1^2+b_1^2)c^2]$$
$$+\frac{tha_1^4}{b_1^2c_1^2}(a^2+b^2+c^2-a_1^2-b_1^2-c_1^2)-\frac{h^2a_1^6}{b_1^2c_1^2}=0.$$

Or, pour que ses trois racines fussent positives, il faudrait que le coefficient de t^2 fût négatif et que celui de t fût positif; et parce que h est un facteur positif, il faudrait que les quantités

$$a_1^2b_1^2+a_1^2c_1^2+b_1^2c_1^2-(b_1^2+c_1^2)a^2-(a_1^2+c_1^2)b^2-(a_1^2+b_1^2)c^2,$$
$$a^2+b^2+c^2-a_1^2-b_1^2-c_1^2,$$

fussent toutes deux positives. Mais deux des trois différences $b_1^2-a_1^2$, $c_1^2-a_1^2$, $b_1^2-c_1^2$, doivent être négatives ou zéro; supposons que ce soient les deux premières, et ajoutons la première des deux quantités précédentes à la seconde multipliée par $b_1^2+c_1^2$, nous aurons

$$(b_1^2-a_1^2)b^2+(c_1^2-a_1^2)c^2-b_1^4-c_1^4-b_1^2c_1^2;$$

et cette quantité étant négative, il s'ensuit qu'une au moins des deux quantités que l'on a ajoutées, est aussi négative. Par conséquent l'équation que nous considérons n'a pas ses trois racines positives; ce qu'il s'agissait de démontrer.

§ IV.

Réduction des formules de l'attraction exercée sur un point extérieur.

(18) Désignons par λ, l, l', trois quantités réelles et positives; soient λ, $-l$, $-l'$, les trois racines de l'équation (L); et prenons la racine positive pour la valeur de A, et les deux autres pour les valeurs de B et C, de sorte qu'on ait

$$A=\lambda,\quad B=-l,\quad C=-l'.$$

En ayant égard aux équations (13), l'expression réduite

de R^2 (n° 13) sera

$$R^2 = \lambda \cos.^2\theta - (l \cos.^2\omega + l' \sin.^2\omega)\sin.^2\theta.$$

La valeur de R qui répond à $\theta = o$, étant réelle, il s'ensuit que la droite OO', à partir de laquelle on compte l'angle θ (n° 6), sera comprise dans l'intérieur du cône tangent à la couche elliptique qui répond à une valeur quelconque de k. Elle sera alors l'axe de ce cône droit à base elliptique, et traversera la portion S de surface sphérique, à laquelle on doit étendre les intégrales (8). Au contour de S, on a $R = o$; si donc on appelle μ la valeur de θ qui s'y rapporte, on aura

$$\cos.^2\mu = \frac{(l\cos^2.\omega + l'\sin.^2\omega)}{\lambda + l\cos.^2\omega + l'\sin.^2\omega};$$

ce qui donnera pour μ deux angles suppléments l'un de l'autre : ce sera l'angle aigu qui répondra au contour de S et aux arêtes mêmes du cône tangent; l'angle obtus appartiendrait à leurs prolongements. Or, pour étendre les intégrales (8) à la portion S de surface, il est évident qu'il faudra les prendre d'abord depuis $\theta = o$ jusqu'à $\theta = \mu$, et ensuite depuis $\omega = o$ jusqu'à $\omega = 2\pi$.

Cela posé, si l'on met dans les équations (8), à la place de $\cos.\alpha$, $\cos.6$, $\cos.\gamma$, les formules (10), et $\sin.\theta d\theta d\omega$ au lieu de ds (n° 6), la valeur de X_1 deviendra, en vertu des équations (13),

$$X_1 = e\int_0^{2\pi}\left(\int_0^{\mu}\frac{\cos.\theta\sin.\theta d\theta}{R}\right)d\omega$$
$$+ e'\int_0^{2\pi}\left(\int_0^{\mu}\frac{\sin.^2\theta d\theta}{R}\right)\cos.\omega d\omega$$
$$+ e''\int_0^{2\pi}\left(\int_0^{\mu}\frac{\sin.^2\theta d\theta}{R}\right)\sin.\omega d\omega,$$

et l'on en déduira les valeurs de Y et Z, en mettant successivement f, f', f'', et g, g', g'', au lieu de e, e', e''. Or, d'après la forme des quantités R^2 et μ, et parce qu'on doit toujours prendre R avec le signe + (n° 2), il est évident que les intégrales relatives à θ seront des fonctions de ω qui auront la même valeur pour ω et $\omega + \pi$; d'où l'on conclut que les deux dernières intégrales doubles se réduiront à zéro, comme étant composées d'éléments qui seront, deux à deux, égaux et de signes contraires. En les supprimant donc dans la valeur de X_1 et dans celles de Y_1 et Z_1, et faisant pour abréger,

$$\int_0^{2\pi}\left(\int_0^{\mu}\frac{\cos.\theta\sin.\theta d\theta}{R}\right)d\omega = K,$$

on aura simplement

$$X_1 = eK, \quad Y^2 = fK, \quad Z_1 = gK.$$

(19) Les composantes de l'attraction d'une couche elliptique sur le point extérieur O étant $X_1 dk$, $Y_1 dk$, $Z_1 dk$, d'après le n° 4, et l'axe OO′ du cône tangent faisant avec leurs directions, des angles dont les cosinus sont e, f, g (n°s 5 et 6), on conclut d'abord de ces trois dernières équations, que cette attraction est dirigée suivant l'axe OO′ et égale à Kdk.

De plus, l'intégrale représentée par K s'obtient sous forme finie, par les règles ordinaires. En effet, on a immédiatement

$$\int_0^{\mu}\frac{\cos.\theta\sin.\theta d\theta}{R} = \frac{\sqrt{\lambda} - \sqrt{\lambda - (\lambda + l\cos.^2\omega + l'\sin.^2\omega)\sin^2\mu}}{\lambda + l\cos.^2\omega + l'\sin.^2\omega},$$

quantité qui se réduit à

$$\frac{\sqrt{\lambda}}{\lambda+l\cos.^2\omega+l'\sin.^2\omega},$$

d'après la valeur de μ. On aura donc

$$K=\int_0^{2\pi}\frac{\sqrt{\lambda}d\omega}{\lambda+l\cos.^2\omega+l'\sin.^2\omega};$$

et si l'on réduit la seconde limite à $\frac{1}{2}\pi$, et que l'on quadruple le résultat, on en déduira

$$K=4\sqrt{\lambda}\int_0^{\frac{1}{2}\pi}\frac{d.\text{tang.}\omega}{\lambda+l+(\lambda+l')\text{tang.}^2\omega}=2\pi\sqrt{\frac{\lambda}{(\lambda+l)(\lambda+l')}}.$$

En vertu de l'équation (L), dont λ, $-l$, $-l'$, sont les trois racines, on a

$$l+l'=\lambda-(1+m+n)k+(m+n)a^2+(1+n)mb^2+(1+m)nc^2,$$
$$\lambda ll'=mnkh^2;$$

au moyen de quoi la valeur de K devient

$$K=\frac{2\pi\lambda}{H},$$

en faisant pour abréger

$$H^2=2\lambda^3-\lambda^2[(1+m+n)k-(m+n)a^2-(1+n)mb^2$$
$$-(1+m)nc^2]+mnkh^2;$$

ou ce qui est la même chose, d'après l'équation citée,

$$H^2=\lambda^2[(1+m+n)k-(m+n)a^2-(1+n)mb^2-(1+m)nc^2]$$
$$-2\lambda h[mn(a^2+b^2+c^2)-(mn+m+n)k]+3mnkh^2.$$

De cette manière, la quantité K se trouve exprimée en

fonction de la seule racine positive λ de l'équation (L); et il en sera de même à l'égard des quantités $e, f, g,$ données par les équations (M), dans lesquelles on mettra λ à la place de A. Les quantités K, $e, f, g,$ variant avec $k,$ il s'ensuit que l'attraction sur un même point extérieur O variera aussi en grandeur et en direction d'une couche attirante à une autre.

Relativement à l'attraction de l'ellipsoïde entier, on aura, d'après les formules (9),

$$X=\int_0^{k'} eK\,dk, \quad Y=\int_0^{k'} fK\,dk, \quad Z=\int_0^{k'} gK\,dk; \qquad (a')$$

les composantes de cette force ne dépendront donc plus que d'intégrales relatives à une seule variable k; mais d'après les valeurs de K, $e, f, g,$ qu'on devra substituer sous les signes $\int$, ces intégrales seraient très-compliquées; et par un changement convenable de la variable k en une autre, on peut les réduire à une forme beaucoup plus simple.

(20) Pour cela je fais

$$\lambda=\frac{h}{v};$$

v étant une variable positive comme h et λ. En substituant cette valeur de λ à la place de t dans l'équation (L), on aura

$$h-[(1+m+n)k-(m+n)a^2-(1+n)mb^2-(1+m)nc^2]v \\ +[mn(a^2+b^2+c^2)-(mn+m+n)k]v^2-mnkv^3=0,$$

ou bien, en ayant égard à la valeur de h du n° 2,

$$a^2(1+vm)(1+nv)+mb^2(1+v)(1+nv)+nc^2(1+v)(1+mv) \\ -k(1+v)(1+mv)(1+nv)=0; \qquad (b')$$

équation qui n'est plus que du premier degré par rapport à k.

La valeur de K deviendra en même temps

$$K=\frac{2\pi}{P},$$

en faisant pour abréger

$$P^2=(1+m+n)k-(m+n)a^2-(1+n)mb^2-(1+m)nc^2$$
$$-2[mn(a^2+b^2+c^2)-(mn+m+n)k]v+3mnkv^2.$$

Les formules (M) deviendront de même

$$e=\frac{h}{\Delta v^2}[h-(m^2b^2+n^2c^2-mh-nh)v-mn(mb^2+nc^2-h)v^2],$$
$$f=\frac{mabh}{\Delta v}(1+nv),$$
$$g=\frac{nach}{\Delta v}(1+mv).$$

En ayant égard à la valeur de h, la première peut s'écrire ainsi :

$$e=\frac{h}{\Delta v^2}[a^2(1+mv)(1+nv)+mb^2(1+nv)+nc^2(1+mv)$$
$$-k(1+mv)(1+nv)],$$

ou, ce qui est la même chose en vertu de l'équation (b'),

$$e=\frac{a^2h(1+mv)(1+nv)}{\Delta v(1+v)}.$$

La quantité Δ devant réduire $e^2+f^2+g^2$ à l'unité, si nous faisons

$$Q^2=a^2(1+mv)^2(1+nv)^2+m^2b^2(1+v)^2(1+nv)^2$$
$$+n^2c^2(1+v)^2(1+mv)^2,$$

nous aurons

$$\Delta = \frac{ah}{v(1+v)}\mathrm{Q},$$

et par conséquent

$$\left.\begin{aligned} e &= \frac{a(1+mv)(1+nv)}{\mathrm{Q}}, \\ f &= \frac{mb(1+v)(1+nv)}{\mathrm{Q}}, \\ g &= \frac{nc(1+v)(1+mv)}{\mathrm{Q}}. \end{aligned}\right\} \quad (c')$$

Maintenant si l'on veut remplacer par v la variable k, on tirera la valeur de k en fonction de v de l'équation (b'), savoir :

$$k = \frac{a^2}{1+v} + \frac{mb^2}{1+mv} + \frac{nc^2}{1+nv}. \qquad (d')$$

En différentiant, faisant

$$(1+v)(1+mv)(1+nv) = \mathrm{V},$$

et ayant égard à la valeur de Q^2, nous aurons

$$dk = -\frac{\mathrm{Q}^2 dv}{\mathrm{V}^2}.$$

Au moyen de cette même valeur de k, celle de P^2 devient

$$\mathrm{P}^2 = \frac{a^2(1+mv)(1+nv)}{1+v} + \frac{m^2b^2(1+v)(1+nv)}{1+mv} + \frac{n^2c^2(1+v)(1+mv)}{1+nv},$$

ou, ce qui est la même chose,

$$\mathrm{P}^2 = \frac{\mathrm{Q}^2}{\mathrm{V}};$$

par conséquent on aura

$$K = \frac{2\pi \sqrt{V}}{Q}, \qquad K\,dk = -\frac{2\pi Q\,dv}{V\sqrt{V}}.$$

Je substitue cette valeur de $K\,dk$ dans les formules (a'), et j'y mets les formules (c') à la place de e, f, g. En observant que d'après l'équation (d'), on a $v = \infty$ à la limite $k = 0$, et désignant par v' la valeur v qui répond à l'autre limite $k = k'$, on aura finalement

$$\left.\begin{aligned} X &= 2\pi a \int_{v'}^{\infty} \frac{dv}{(1+v)\sqrt{V}}, \\ Y &= 2\pi m b \int_{v'}^{\infty} \frac{dv}{(1+mv)\sqrt{V}}, \\ Z &= 2\pi n c \int_{v'}^{\infty} \frac{dv}{(1+nv)\sqrt{V}}. \end{aligned}\right\} \qquad (e')$$

(21) Ces expressions de X, Y, Z, sont aussi simples que celles qui se rapportent au cas où le point attiré O est intérieur. Les intégrales qu'elles renferment se convertiront facilement en fonctions elliptiques. Dans le cas d'un ellipsoïde de révolution, c'est-à-dire, dans le cas de $m = n$, ces intégrales s'obtiendront sous forme finie, par les règles ordinaires.

Si l'ellipsoïde se change en une sphère, on aura

$$m = n = 1,$$

et, par conséquent,

$$\frac{X}{a} = \frac{Y}{b} = \frac{Z}{c} = 2\pi \int_{v'}^{\infty} \frac{dv}{(1+v)^{\frac{5}{2}}} = \frac{4\pi}{3(1+v')^{\frac{3}{2}}}.$$

De plus en appelant ρ le rayon de la sphère, désignant par δ la distance du point O à son centre, et faisant

$$m = n = 1,\quad k = \rho^2,\ v = v',$$

dans l'équation (d'), il en résultera

$$\rho^2 = \frac{a^2 + b^2 + c^2}{1 + v'} = \frac{\delta^2}{1 + v'}.$$

On aura donc

$$\frac{X}{a} = \frac{Y}{b} = \frac{Z}{c} = \frac{4\pi\rho^3}{3\delta^3};$$

ce qui s'accorde avec le théorème connu, suivant lequel l'attraction d'une sphère sur un point extérieur est la même, en grandeur et en direction, que si la sphère entière était réunie à son centre.

(22) On donnera, si l'on veut, aux équations (e') la même forme qu'aux équations (c) relatives à l'attraction sur un point intérieur, en faisant respectivement dans la première, la seconde et la troisième,

$$1 + v = \frac{1 + v'}{u^2},$$

$$1 + mv = \frac{1 + mv'}{u^2},$$

$$1 + nv = \frac{1 + nv'}{u^2}.$$

Les valeurs de u qui répondent aux limites $v = \infty$ et $v = v'$, seront, dans les trois cas, $u = 0$ et $u = 1$; et si l'on met aussi pour m et n leurs valeurs $\frac{a_1^2}{b_1^2}$ et $\frac{a_1^2}{c_1^2}$, et que l'on fasse $v' = \frac{\varpi}{a_1^2}$, les équations (e') deviendront

$$X = \frac{4\pi a a_1 b_1 c_1}{\sqrt{a_1^2 + \varpi}} \int_0^1 \frac{u^2 du}{\sqrt{[a_1^2 + \varpi + (b_1^2 - a_1^2) u^2][a_1^2 + \varpi + (c_1^2 - a_1^2) u^2]}},$$

$$Y = \frac{4\pi b a_1 b_1 c_1}{\sqrt{b_1^2 + \varpi}} \int_0^1 \frac{u^2 du}{\sqrt{[b_1^2 + \varpi + (a_1^2 - b_1^2) u^2][b_1^2 + \varpi + (c_1^2 - b_1^2) u^2]}},$$

$$Z = \frac{4\pi c a_1 b_1 c_1}{\sqrt{c_1^2 + \varpi}} \int_0^1 \frac{u^2 du}{\sqrt{[c_1^2 + \varpi + (a_1^2 - c_1^2) u^2][c_1^2 + \varpi + (b_1^2 - c_1^2) u^2]}}.$$

Ces expressions sont, effectivement, tout-à-fait pareilles aux formules (c). Les intégrales qu'elles renferment ne diffèrent de celles que ces formules contiennent, qu'en ce que les quantités a_1^2, b_1^2, c_1^2, y sont augmentées d'une même constante ϖ; par conséquent, elles se changeront en fonctions elliptiques par les transformations déja effectuées dans le n° 12; et si l'on suppose $a_1 > b_1$ et $b_1 > c_1$, et que l'on fasse

$$\sqrt{\frac{a_1^2 - b_1^2}{a_1^2 - c_1^2}} = p, \quad \text{arc}\left(\sin. = \sqrt{\frac{a_1^2 - c_1^2}{a_1^2 + \varpi}}\right) = q',$$

on aura, sans nouveaux calculs,

$$\left.\begin{aligned}
X &= \frac{4\pi a a_1 b_1 c_1}{(a_1^2 - b_1^2)\sqrt{a_1^2 - c_1^2}} [F(p, q') - E(p, q')], \\
Y &= \frac{4\pi b a_1 b_1 c_1}{(a_1^2 - b_1^2)\sqrt{a_1^2 - c_1^2}} \left[\frac{a_1^2 - c_1^2}{b_1^2 - c_1^2} E(p, q') - F(p, q')\right] \\
&\qquad - \frac{4\pi b a_1 b_1 c_1 \sqrt{c_1^2 + \varpi}}{(b_1^2 - c_1^2)\sqrt{(a_1^2 + \varpi)(b_1^2 + \varpi)}}, \\
Z &= \frac{4\pi c a_1 b_1 c_1 \sqrt{b_1^2 + \varpi}}{(b_1^2 - c_1^2)\sqrt{(a_1^2 + \varpi)(c_1^2 + \varpi)}} - \frac{4\pi c a_1 b_1 c_1}{(b_1^2 - c_1^2)\sqrt{a_1^2 - c_1^2}} E(p, q').
\end{aligned}\right\} (f$$

En comparant ces expressions aux formules (d), on voit que les deux fonctions elliptiques d'où dépendent les com-

posantes de l'attraction d'un même ellipsoïde, ont le même module p, quand le point attiré est intérieur, ou quand il est extérieur, et qu'elles ne diffèrent que par l'amplitude q ou q'.

(23) Si l'on élimine entre les trois équations (f') les deux fonctions elliptiques qu'elles renferment, on trouvera, toutes réductions faites,

$$\frac{X}{a}+\frac{Y}{b}+\frac{Z}{c}=\frac{4\pi a_1 b_1 c_1}{\sqrt{(a_1^2+\varpi)(b_1^2+\varpi)(c_1^2+\varpi)}}; \qquad (g')$$

résultat semblable à l'équation (14) qui a lieu dans le cas d'un point intérieur.

On peut aussi déduire cette équation (g') de celle qu'on a trouvée dans le n° 8, pour le cas d'un point extérieur, savoir :

$$\frac{dX}{da}+\frac{dY}{db}+\frac{dZ}{dc}=0.$$

En effet, les formules (e') donnent

$$\frac{dX}{da}=\frac{1}{a}X-\frac{2\pi a}{(1+v')\sqrt{V'}}\frac{dv'}{da},$$
$$\frac{dY}{db}=\frac{1}{b}Y-\frac{2\pi mb}{(1+mv')\sqrt{V'}}\frac{dv'}{db},$$
$$\frac{dZ}{dc}=\frac{1}{c}Z-\frac{2\pi nc}{(1+nv')\sqrt{V'}}\frac{dv'}{dc},$$

en désignant par V' ce que devient V, quand on y fait $v=v'$; en vertu de l'équation citée, on aura donc

$$\frac{X}{a}+\frac{Y}{b}+\frac{Z}{c}=\frac{2\pi}{\sqrt{V'}}\left(\frac{a}{1+v'}\frac{dv'}{da}+\frac{mb}{1+mv'}\frac{dv'}{db}+\frac{nc}{1+nv'}\frac{dv'}{dc}\right). \quad (h')$$

Mais si l'on met k' et v' dans l'équation (d'), et qu'on la différentie ensuite successivement par rapport à a, b, c, on en déduit

$$\frac{2a}{1+v'}=\left[\frac{a^2}{(1+v')^2}+\frac{m^2b^2}{(1+mv')^2}+\frac{n^2c^2}{(1+nv')^2}\right]\frac{dv'}{da},$$
$$\frac{2mb}{1+mv'}=\left[\frac{a^2}{(1+v')^2}+\frac{m^2b^2}{(1+mv')^2}+\frac{n^2c^2}{(1+nv')^2}\right]\frac{dv'}{db},$$
$$\frac{2nc}{1+nv'}=\left[\frac{a^2}{(1+v')^2}+\frac{m^2b^2}{(1+mv')^2}+\frac{n^2c^2}{(1+nv')^2}\right]\frac{dv'}{dc};$$

d'où il résulte

$$\frac{a}{1+v'}\frac{dv'}{da}+\frac{mb}{1+mv'}\frac{dv'}{db}+\frac{nc}{1+nv'}\frac{dv'}{dc}=2;$$

d'ailleurs, à cause de $v'=\frac{\varpi}{a_1^2}$ et des valeurs de m et de n, on a aussi

$$V'=(1+v')(1+mv')(1+nv')=\frac{(a_1^2+\varpi)(b_1^2+\varpi)(c_1^2+\varpi)}{a_1^2\,b_1^2\,c_1^2};$$

par conséquent l'équation (h') coïncidera avec l'équation (g') qu'il s'agissait de vérifier.

(24) Pour déterminer la quantité ϖ comprise dans les formules (f'), on fera

$$k=a_1^2,\quad m=\frac{a_1^2}{b_1^2},\quad n=\frac{a_1^2}{c_1^2},\quad v=v'=\frac{\varpi}{a_1^2},$$

dans l'équation (d'), laquelle deviendra

$$\frac{a^2}{a_1^2+\varpi}+\frac{b^2}{b_1^2+\varpi}+\frac{c^2}{c_1^2+\varpi}=1, \qquad (k')$$

et dont on prendra pour ϖ la racine positive, qui sera unique,

d'après ce qu'on a démontré précédemment (n° 17), et comme il est facile de s'en convaincre.

Quand le point attiré O sera situé à la surface de l'ellipsoïde, on aura

$$\frac{a^2}{a_1^2}+\frac{b^2}{b_1^2}+\frac{c^2}{c_1^2}=1\,;$$

en vertu de l'équation (k'), on aura donc $\varpi=0$; ce qui fera coïncider, comme cela doit être, les formules (d) et (f'), ainsi que les équations (14) et (g').

Si, au contraire, le point O est très-éloigné de l'ellipsoïde, et que δ soit sa distance au centre, on tirera de l'équation (k') une valeur très-grande de ϖ, qui sera exprimée en séries ordonnées suivant les puissances descendantes de δ^2. La valeur correspondante de l'amplitude q' sera très-petite et exprimée sous la même forme. Les deux fonctions elliptiques $\mathrm{E}(p, q')$ et $\mathrm{F}(p,q')$ se réduiront d'abord en séries convergentes, ordonnées suivant les puissances de q', et ensuite en séries ordonnées suivant les puissances descendantes de δ; par conséquent, les formules (f') donneront, sous cette dernière forme, les valeurs de X, Y, Z. En réduisant chacune de ces valeurs à son premier terme, on trouvera sans difficulté que l'attraction de l'ellipsoïde est la même que s'il était réuni à son centre de gravité, ce qui a lieu, comme on sait, pour l'attraction d'un corps quelconque sur un point très-éloigné.

RECHERCHES

SUR

L'ANNÉE VAGUE DES ÉGYPTIENS.

PAR M. BIOT.

Lues à l'Académie des Inscriptions, le 30 mars, et à l'Académie des Sciences, le 4 avril 1831.

AVANT-PROPOS.

A l'époque où fut composé le Mémoire qu'on va lire, Champollion vivait et travaillait sans relâche à mettre en œuvre l'immense collection de matériaux qu'il avait rapportée d'Égypte. Lié d'amitié avec lui, il me communiqua un jour la découverte qu'il avait faite de la notation des mois vagues égyptiens, et il m'expliqua les rapports singuliers qu'elle présentait avec la série annuelle des travaux agricoles en Egypte. Je vis à l'instant que cette série de travaux étant fixe-

ment attachée au mouvement vrai du soleil, son expression appliquée aux mois vagues qui marchent d'une autre vitesse, devait nécessairement se trouver en général discordante avec les réalités physiques, et ne coïncider avec elles qu'à certaines époques périodiquement distantes, dont la détermination devait être facile d'après la correspondance bien connue des dates vagues égyptiennes avec les dates juliennes et solaires. Ces époques de coïncidence, pour lesquelles seules la notation avait une application physique réelle, devenaient ainsi extrêmement importantes à connaître par leur liaison nécessaire avec les conditions de son établissement. Je fis part de ces idées à Champollion; et, sur mes vives instances, il se décida à terminer le travail archéologique qu'il avait commencé sur les signes égyptiens des mois et des jours, travail dans lequel il puisait et me fournissait à mesure, ou plutôt me laissait chercher moi-même, tous les documents d'antiquité dont j'avais besoin et dont il prenait la peine d'examiner lui-même l'application que j'en faisais à mes recherches. Son travail et le mien, composés ainsi simultanément, furent présentés ensemble à l'Académie des Inscriptions, et à l'Académie des Sciences, ce que je rappelle pour montrer que les documents dont j'ai fait usage étaient bien les

siens et qu'il approuvait l'emploi que je leur avais donné. Car, par une fatalité déplorable, une partie considérable de son travail a disparu, de sorte que, de toutes les précieuses recherches qu'il avait faites sur ce sujet si important pour les études historiques, il ne reste d'entier que les documents qu'il m'avait fournis. L'occasion de publier aujourd'hui mon Mémoire s'étant offerte à moi, je l'ai saisie avec empressement, afin qu'elle établisse, autant que je le puis, les titres certains de Champollion sur cette matière; par le même motif, j'ai conservé la note préliminaire qui fut lue par moi aux deux Académies lorsque nous nous y présentâmes ensemble pour faire connaître nos résultats. Une note, semblable pour le but, avait été lue par Champollion à l'Académie des Sciences lorsqu'il y parut avec moi, et elle renfermait un extrait de ses recherches que j'aurais souhaité de pouvoir placer ici, comme offrant l'exposition de ses idées faite par lui-même; mais malheureusement cette note même a disparu aussi, comme son Mémoire, sans qu'on ait pu la retrouver.

NOTE

LUE PAR M. BIOT

AVANT DE LIRE SON MÉMOIRE.

Un des caractères philosophiques qui distinguent le plus éminemment l'Institut de France, c'est le rapprochement qu'il établit entre les diverses sources des connaissances humaines. Isolées, elles s'ignorent, et prennent souvent des directions contraires; réunies, elles confondent leurs efforts pour arriver ensemble à la vérité. J'ai eu quelquefois l'heureuse occasion d'apprécier cette mutualité de secours, mais jamais plus vivement qu'aujourd'hui. En m'initiant aux secrets du monde antique qu'il est si heureusement parvenu à pénétrer, M. Champollion m'a certainement offert un des objets de réflexion et d'étude qui m'ont le plus intéressé en ma vie. En effet, Messieurs, nous n'avons jusqu'ici presque rien connu des premiers essais par lesquels l'astronomie et la chronologie ont dû commencer. Les anciennes observations chinoises que les missionnaires nous ont communiquées, sont des résultats composés, qui annoncent une science déja éloignée de ses premiers pas. Les éclipses chaldéennes que Ptolémée nous a transmises dans l'Almageste, sont aussi des résultats qui supposent la mesure du temps, et un système régulier d'observations astronomiques. La notation de l'année égyptienne que M. Champollion vient de découvrir, est un monument physique à la fois et chronologique dont la simplicité peut remonter aux premiers âges du monde, et dont la parfaite fidélité a traversé les siècles sans cesser de repré-

senter même aujourd'hui la nature. La persévérance que les Égyptiens mirent à le conserver, et à le transmettre sans altération aux générations successives, nous permet de remonter par lui jusqu'à ces premiers âges, et d'y assister pour ainsi dire au développement des premières notions de nombres et de temps. Car ces notions se trouvent si intimement quoique si simplement écrites dans la notation, qu'elles s'y lisent sans le secours d'aucune hypothèse.

Ces études nouvelles offrent encore d'autres espérances à la chronologie et à l'astronomie. Mais le développement en sera mieux placé lorsque vous aurez pu apprécier la solidité des bases que la découverte de M. Champollion doit leur fournir. Je me hâte donc d'entrer dans cet intéressant sujet. J'ai à peine besoin de vous dire, Messieurs, que je dois à M. Champollion tous les éléments d'archéologie égyptienne que j'ai employés. Je n'ai fait qu'appliquer des nombres à ces documents. Lorsque j'ai eu besoin de lieux du soleil, M. Gambart, directeur de l'observatoire de Marseille, et l'un de nos meilleurs astronomes, a bien voulu se charger de les calculer par les tables du bureau des longitudes, en déterminant directement les inégalités séculaires par les formules que donne la théorie de l'attraction. Je mentionne cette circonstance, parce que nos tables astronomiques n'étant pas préparées pour des époques aussi distantes que celles où j'ai eu besoin de remonter, elles donneraient des résultats sensiblement différents de la vérité, si on étendait jusque-là les valeurs qu'elles emploient pour les variations séculaires. Et l'on pourrait ainsi en déduire des nombres différents des nôtres, mais moins exacts.

M. Champollion va d'abord vous exposer lui-même les faits qu'il a établis. (Après cette annonce, Champollion lut la note où il avait résumé l'ensemble de ses résultats, et je commençai ensuite mon Mémoire.)

RECHERCHES

SUR

L'ANNÉE VAGUE DES ÉGYPTIENS.

Toute l'antiquité nous atteste que, pendant de longues suites de siècles, l'année civile usitée en Egypte se composait de 365 jours, sans aucune intercalation. Elle se divisait en 12 mois de 30 jours, suivis de 5 jours complémentaires ou épagomènes. Cette période se trouvant plus courte que l'année solaire d'un peu moins d'un quart de jour, elle s'accomplissait un peu avant que l'année solaire fût finie. En conséquence, le premier jour du mois qui la commençait, mois qui avait le nom de Thoth, devançait continuellement le retour du soleil au même point de l'écliptique. Si, par exemple, à une certaine époque, le jour de l'équinoxe vernal de l'année solaire avait coïncidé avec le premier jour de Thoth, à la fin de la quatrième année solaire suivante le premier de Thoth précédait cet équinoxe d'environ un jour; après huit années solaires, il le précédait d'environ deux jours, puis de trois, de quatre et ainsi de suite, en rétrogradant successivement dans toutes les saisons. De là le nom d'année vague, appliqué à la période égyptienne de 365 jours. D'après les durées moyennes que la théorie de l'attraction assigne à l'année solaire pour différentes

époques, on peut calculer que, dans les trente ou quarante premiers siècles qui ont précédé notre ère, 1505 années solaires vraies étaient presque exactement égales à 1506 années vagues de 365 jours, de sorte que, après ces 1506 années vagues révolues, le premier jour du mois de Thoth devait revenir à sa même place dans l'année solaire, et reparaître conséquemment dans les mêmes saisons.

Il n'a pas été jusqu'ici facile de concevoir ce qui avait déterminé les anciens Egyptiens à adopter, surtout à conserver si long-temps une forme d'année pareille. Géminus, écrivain aussi judicieux que précis, dont le traité d'astronomie, antérieur de 70 ans à l'ère chrétienne, est un des plus précieux restes de l'antiquité, prétend que le déplacement du Thoth vague avait, aux yeux des Egyptiens, un avantage spécial, qui était de sanctifier également toutes les saisons, en y amenant successivement toutes les fêtes religieuses attachées aux divers jours de l'année mobile (1); mais ceci ressemble plus à une défaite inventée pour justifier l'usage qu'à un motif réel qui ait pu le déterminer. Ptolémée ne donne aucune raison du choix de l'année vague; il se borne à l'employer pour la construction de ses tables, peut-être comme lui étant plus commode par le nombre entier de jours qu'elle renferme; et il réduit toutes les dates des observations à cette forme d'année, en les rapportant à une origine commune, qui est l'ère purement astronomique de Nabonassar. Il serait peu vraisemblable d'attribuer ce long et constant usage des Egyptiens à une ignorance gros-

(1) Géminus; introduction aux phénomènes célestes. (In Petav. Doctrina temp., tom. III.) Chap. VI : des Mois, page 19.

sière de l'année solaire véritable; car les témoignages de Strabon, de Diodore et d'Hérodote, rendent, au contraire, très-probable que ce sont eux qui ont enseigné aux Grecs le quart de jour qui complète à peu près la révolution annuelle du soleil, quoique eux-mêmes n'en eussent pas introduit l'application dans leur calendrier (1). Ils avaient des colléges de prêtres spécialement attachés à l'étude des astres et parmi lesquels Pythagore, Platon, Eudoxe avaient été s'instruire. Géminus nous atteste qu'ils observaient constamment les solstices (2), dont la connaissance leur était en effet nécessaire pour trouver, dans leur année vague, le premier commencement de la crue du Nil. Ils savaient, au dire d'Hérodote, qu'après un certain nombre de révolutions, l'année vague revenait à une même saison de l'année solaire (3) : leur religion était remplie de symboles relatifs à la lune et au soleil : chez eux, chaque mois, chaque jour était consacré à un dieu particulier, et d'après le jour auquel un individu était né, ils faisaient profession de prédire toutes les destinées de sa vie (4). Voilà donc l'astrologie existante, et conséquemment l'astronomie devenue indispensable, astronomie des yeux, si l'on veut, mais cependant suffisante pour découvrir les premières lois des révolutions célestes. On trouve encore aujourd'hui les preuves de cette vieille science sculptées sur les plafonds de leurs monuments les plus anciens; et M. Champollion a pu

(1) Strabon (impr. royale), liv. XVII, pag. 390; Diodore (Wesseling), liv. I, pag. 59, 91, 92; Hérodote (Schweighausser), liv. II, p. 266.

(2) Géminus, chap. VI, p. 19.

(3) Hérodote, liv. II, p. 267; Géminus, chap. VII, p. 19.

(4) Hérodote, liv. II, p. 354.

les lire, rédigées en tables usuelles dans les tombeaux des rois de Thèbes, pour toutes les nuits d'une année entière, et pour toutes les heures de chaque nuit (1). Avec des notions qui devaient être si avancées, il est remarquable qu'ils aient persisté aussi long-temps, aussi invariablement, à conserver leur année vague; qu'ils y aient persisté au point de contraindre, dit-on, leurs rois, en montant sur le trône, à jurer solennellement de maintenir la forme de l'année telle qu'elle était, sans aucun changement (2). Et en effet, dit Hérodote, ils sont si attachés aux institutions de leurs ancêtres, qu'ils ne veulent y souffrir le mélange d'aucune autre (3).

Cette persistance des Egyptiens dans leur calendrier vague paraîtra encore plus singulière, en considérant que, jusqu'ici, on n'a eu aucune preuve contemporaine qu'ils liassent les années vagues les unes aux autres par une période chronologique continue. Toutes les dates égyptiennes explicitement

---

(1) Ces tableaux, que M. Champollion a bien voulu me communiquer, offrent des indications astronomiques qui paraissent être des levers d'étoiles pour chaque heure de la nuit, de quinze jours en quinze jours, pendant une année entière, à partir du premier de Thoth. Malheureusement les derniers mois sont effacés, de sorte que l'on ne peut savoir, d'après ce monument, si les jours épagomènes étaient ou n'étaient pas employés à l'époque qu'il retrace, c'est-à-dire, si l'année usitée était alors de 360 jours ou de 365.

(2) Comm. in Germanici Cæsaris Aratea (Lipsiæ), tom II, p. 71. Voici le passage. « . . . deducitur autem (rex) a sacerdote Isidis in locum, qui nominatur Adytos, et jurejurando adigitur, neque mensem, neque diem intercalandum, quem in festum diem immutarent, sed 365 dies peracturos, sicut institutum est ab antiquis.

(3) Hérodote, liv. II, p. 352.

sculptées sur les monuments, ou rapportées par les auteurs dont les ouvrages originaux nous sont parvenus, sont comptées du commencement du règne de chaque roi, fixé, pour chacun d'eux, au premier jour de Thoth qui précédait son inauguration, chaque règne donnant ainsi une ère nouvelle. C'est d'après ce principe que Ptolémée réduit toutes les dates des observations qu'il rapporte, ainsi que l'a parfaitement prouvé M. Ideler (1). Dans le dernier voyage que M. Champollion a fait en Egypte, il a soigneusement examiné si les grands monuments, les temples, les palais, les tombeaux, lui offriraient des exemples d'une notation chronologique continue; il n'en a pu découvrir aucune trace ostensible, quoiqu'il sentît bien toute l'importance de cette question. Il suit de là que, pour établir la succession historique des événements, comme pour calculer des observations astronomiques ainsi exprimées, il fallait, ou du moins on a pu croire qu'il fallait avoir sous les yeux un tableau, ou canon chronologique, indiquant les années de chaque règne, tel que celui que nous a laissé Ptolémée pour les observations dont il fait usage depuis Nabonassar jusqu'à Antonin. C'est ce que l'on a jusqu'à présent supposé, et les astronomes modernes n'avaient pas d'autre moyen de trouver les dates relatives des phénomènes pour ces époques anciennes. Mais, si le besoin de pareils tableaux était aussi général et indispensable pour l'ancienne histoire des souverains de l'Egypte, n'est-il pas surprenant qu'on ne les ait jusqu'à présent trouvés qu'en si petit nombre, et tous manuscrits; que M. Cham-

---

(1) Ideler : Recherches historiques sur les observations astronomiques des anciens, pages 24 et 25, traduction de Halma.

pollion n'ait rien reconnu de pareil sur les monuments égyptiens de tous les âges, où l'on a sculpté avec tant de profusion des noms de rois soit isolés, soit rangés par ordre de succession, ou de famille; des tableaux astrologiques ou astronomiques, vraisemblablement relatifs à leur époque; des scènes religieuses, guerrières, agricoles ; tout cela, sans aucune liaison apparente de temps? Il paraît à peine possible d'imaginer qu'une nation adonnée par principe religieux à l'observation des astres pendant tant de siècles, une nation si attachée à son individualité, et qui perpétuait tous ses souvenirs par des monuments construits comme pour une durée éternelle, n'ait pas adopté quelque longue période de temps pour classer les événements de son histoire. Enfin, soit qu'elle possédât ou non une pareille méthode, il serait plus incroyable encore que, sur tant de monuments publics, couverts d'inscriptions et de tableaux relatifs aux races royales, on n'eût tracé nulle part aucun indice qui exprimât du moins la succession chronologique des années des rois.

Plusieurs écrivains distingués par leur érudition ou par leurs connaissances mathématiques, ont supposé que les anciens Égyptiens avaient pu lier chronologiquement les années vagues en les classant dans la période sothiaque, ainsi appelée parce qu'elle ramène la coïncidence du premier jour de Thoth avec le lever héliaque de Sirius. C'est ici le lieu de discuter les autorités sur lesquelles cette opinion s'est établie. Car, lorsqu'on s'occupe du calendrier égyptien, on ne peut omettre de rechercher le rôle qu'a dû y remplir une étoile à laquelle ils attachaient tant d'importance, qu'ils avaient adopté sa présence et son nom comme symbole déterminatif du premier mois de leur année.

Le lever héliaque d'un astre est le moment de sa première apparition à l'horizon oriental dans le crépuscule du matin. On sait que le soleil, en vertu de son mouvement propre dirigé d'occident en orient, couvre successivement toutes les étoiles de ses rayons, et nous empêche d'apercevoir à la simple vue celles qui se trouvent sur l'horizon avec lui. Mais, comme le soleil s'avance tous les jours dans l'écliptique d'environ un degré vers l'orient, il cesse successivement d'illuminer le cercle horaire où chaque étoile se trouve fixée; de sorte qu'il arrive enfin un jour où l'étoile se lève le matin à l'Orient avant le soleil, et assez avant lui pour que l'on commence à la voir ce jour-là même. Cette première apparition constitue le lever héliaque. Il dépend, pour chaque étoile, de sa position sur la sphère céleste, relativement à l'écliptique et aux points équinoxiaux; il dépend encore, en chaque lieu, de la latitude géographique. Ainsi à Syène, par exemple, au temps de Ptolémée, le lever héliaque de Sirius devait s'opérer sept jours plus tôt qu'à Alexandrie; et il se trouve en effet ainsi annoncé *d'après le calcul*, dans le traité des apparitions de cet astronome (1). Je dis qu'il y est annoncé d'après le calcul; car l'incertitude de ce genre de phénomène est si grande que, même dans un lieu donné, personne ne pourrait se flatter de le déterminer à plusieurs jours près,

---

(1) Apparitions des étoiles fixes, par Ptolémée (édition de Halma), pag. 49. Le lever du chien est annoncé au 21 épiphi fixe pour le climat de $13^h \frac{1}{2}$ sous lequel est situé Syène, et au 27 du même mois pour celui de 14^h qui convient à la Basse-Égypte, au sud d'Alexandrie. M. Ideler dans son Mémoire sur ce Traité, traduit par Halma, page 8, indique des dates plus tardives d'un jour pour les mêmes parallèles, probablement d'après un autre manuscrit.

par l'observation réelle; et cela serait surtout difficile en Égypte, si, comme le rapporte Nouet, l'astronome de l'expédition française, on n'y aperçoit jamais à leur lever les étoiles de 2e et de 3e grandeur même dans les plus belles nuits, à cause d'une bande constante de vapeurs qui borde l'horizon (1). Aussi, en expliquant le calcul des levers héliaques dans l'Almageste, Ptolémée a-t-il soin de remarquer que les annonces qu'on voudrait faire de ces phénomènes seront toujours très-incertaines, à cause de l'état des couches d'air dans lesquelles on les observe, et à cause de la difficulté optique qu'on éprouve à saisir la première apparition, comme il dit lui-même en avoir fait l'expérience (2). Quoi qu'il en soit, par une combinaison singulière des éléments astronomiques relatifs à Sirius, il s'est trouvé que, depuis plus de 3000 ans avant l'ère chrétienne, jusqu'à plusieurs siècles après cette ère, le lever héliaque de cette étoile, calculé pour l'Égypte, a répondu à un même jour fixe de notre calendrier Julien proleptique; jour qui, sous le parallèle moyen de cette contrée, était le 20 juillet, du moins en adoptant les conditions de visibilité dont Ptolémée a fait usage. Ainsi, pendant toute cette série de siècles, la révolution héliaque de Sirius s'accomplissait, mathématiquement parlant, à très-peu de chose près comme l'année julienne, ou comme l'année solaire vulgaire de ces époques, en $365^j \frac{1}{4}$. L'année vague, qui contenait 365 jours justes, anticipait donc d'un quart de jour sur chaque révolution héliaque de Sirius,

---

(1) Mémoire de Nouet sur les antiquités de Denderah, inséré dans les OEuvres de Volney, tome. v, pag. 431.

(2) Ptolémée, Almageste, liv. VIII, chap. VI, vers la fin.

ou d'un jour après quatre ans révolus. Alors, si l'on part d'une époque où le lever héliaque mathématique coïncidait avec le premier du mois de Thoth, lorsqu'il s'était écoulé une année vague de 365 jours, il fallait attendre un quart de jour de plus pour que ce lever mathématique eût lieu. Après deux années vagues, il fallait attendre un demi-jour; après trois, trois quarts de jour; et enfin après quatre, un jour entier; ce qui amenait le phénomène au deux de Thoth. De là il passait au trois, au quatre, et ainsi de suite en retardant d'un jour toutes les quatre années vagues; de sorte qu'après 365 fois 4 ou 1460 de ces années, comprenant autant de révolutions héliaques, le retard du lever mathématique était de 365 jours, ou d'une année vague entière; ce qui le ramenait au premier jour de Thoth de la 1461e année. Dès lors les levers successifs reparaissaient de nouveau aux mêmes jours de l'année vague pour en parcourir de même toutes les phases. Cette période de 1461 années vagues a été appelée sothiaque, *sothis* étant le nom égyptien de Sirius, et cynique, parce que Sirius est l'étoile principale de la constellation du chien.

Aucun document historique ou astronomique ne constate l'époque précise à laquelle cette période a été reconnue. Elle a pu l'être aisément, en peu d'années, par le simple aspect des levers héliaques, dès que l'on a su que l'année solaire était à peu près de $365^{j.} \frac{1}{4}$. La continuelle correspondance des deux phénomènes était évidente. On a pu encore la trouver très-facilement sans ce secours, par le seul déplacement effectif du lever héliaque dans l'année vague; en le voyant retarder d'uu mois après 120 ans, de deux mois après 240, conséquemment de 365 jours après 1460 années vagues. Car

c'est ainsi, comme on le voit dans Géminus, que les anciens calculaient leurs périodes. Mais, autre chose est d'avoir connu celle-ci, et de l'avoir employée à classer les dates des événements historiques. Ces deux questions sont évidemment indépendantes.

Pour faire un tel usage d'une période astronomique, il ne suffit pas de connaître sa durée, il faut encore fixer l'époque absolue qu'on lui donne pour origine, c'est-à-dire à partir de laquelle on veut commencer à la compter. Relativement à la période sothiaque, l'origine convenue est la coïncidence du lever héliaque de Sirius avec le premier de Thoth. Mais d'abord, ce lever s'opérant à différents jours sous différents parallèles terrestres, il faudrait, pour en déduire une ère exacte, spécifier le parallèle pour lequel la coïncidence devra être calculée. Ensuite, dans un même lieu, le lever héliaque n'est observable qu'à cinq ou six jours près; de sorte que chaque observation annuelle que l'on en pourrait faire, donnerait au moins vingt ans d'incertitude sur l'époque absolue de la coïncidence. Il faudra donc, pour échapper à ce vague, admettre encore, sur ce dernier point, une évaluation convenue, adoptée généralement. Par exemple, en supposant que Sirius commence à être visible lorsque le soleil est abaissé d'environ 11° sous l'horizon, Ptolémée place le lever héliaque mathématique de cet astre au 22 Epiphi de l'année alexandrine fixe, sous le parallèle de Syène, et au 29 du même mois fixe pour la latitude d'Alexandrie. En adoptant ces déterminations, nous allons aisément en conclure l'origine de la période sothiaque pour chacune de ces deux villes. En effet, on sait que l'année alexandrine vague fut fixée par Auguste dans la 25e année avant l'ère chrétienne. Le premier jour du mois

de Thot vague se trouvait alors coïncider avec le 29 août julien de cette 25e année proleptique. Puisque le lever héliaque de Sirius revint depuis lors au même jour de l'année fixée, il s'opérait donc, lorsqu'on la fixa, aux mêmes dates que Ptolémée indique ; c'est-à-dire que, cette année-là, il dut arriver pour Syène le 22 Epiphi, vague, ou le 322e jour de l'année, et pour Alexandrie le 29 Epiphi, qui est le 329e. Ainsi, pour Syène, le lever héliaque avait alors rétrogradé de 321 jours complets depuis la dernière coïncidence, et il avait rétrogradé de 328 jours pour Alexandrie. Ces nombres étant multipliés par 4, parce que chaque jour complet de rétrogradation suppose l'accomplissement de quatre révolutions héliaques comprenant autant d'années juliennes moyennes, il en résulte 1284 et 1312 de ces années, écoulées depuis le dernier Thoth héliaque jusqu'aux 22 et 29 Epiphi de la première année fixe, c'est-à-dire jusqu'aux 16 et 23 juillet de l'année julienne proleptique — 24. Ainsi, en ajoutant 24 à ces nombres, on aura — 1308 et — 1336 pour les dates chronologiques des deux années juliennes moyennes, dans lesquelles ces deux Thoth héliaques ont existé mathématiquement sous les parallèles extrêmes de l'Égypte. Le milieu entre elles, correspondant à peu près au parallèle moyen, placerait donc ce phénomène à l'année julienne proleptique — 1322, et au 25 ou 26 Epiphi fixe, correspondant au 19 ou 20 juillet. Mais il est évident que d'autres suppositions de visibilité ou de lieux auraient donné des dates différentes; et le calcul que nous venons de faire montre le vague inévitable des éléments physiques qui entrent dans cette détermination. Ce sont là des conditions bien contraires à l'emploi chronologique d'une pareille période, surtout chez une nation où

l'on trouve les durées des règnes, comptées consécutivement, sans interruption, avec une extrême recherche d'exactitude, en ans, mois et jours, depuis la plus haute antiquité.

Le plus ancien auteur qui ait mentionné la période sothiaque avec détail, et qui ait donné sa concordance avec les dates romaines, est Censorinus, rhéteur astrologue, qui écrivait à Rome dans la 238e année de l'ère chrétienne. Il dit positivement « que son origine se compte à partir de l'époque où le premier jour du mois de Thoth vague coïncide avec le lever héliaque de Sirius, lever qui, pour l'Egypte, arrive habituellement le douzième jour avant les calendes d'août, autrement le 20 juillet julien. » Or, la concordance du Thoth vague avec les dates juliennes est parfaitement connue pour toutes les années, soit antérieures, soit postérieures à l'ère chrétienne ; on peut donc facilement en conclure que la coïncidence du Thoth avec le 20 juillet a eu lieu dans les années — 1322, — 2782, — 4242, etc. du calendrier julien proleptique, en comptant à la manière des chronologistes, comme aussi dans les années postérieures + 139, + 1599, etc ; résultat précisément pareil à celui que nous avons conclu tout à l'heure des annonces de Ptolémée. Ainsi, en se tenant à cette seule condition de coïncidence, on peut indifféremment placer l'origine de la période à l'une quelconque de ces dates. Censorinus ne spécifie point ce choix, comme il semble qu'il l'aurait dû faire, s'il se fût agi d'une ère chronologique employée historiquement. Il se borne à déterminer la dernière coïncidence, dans l'année + 139, ce qu'il fait en remarquant que, pour l'année où il écrit, qui était la 238e après l'ère chrétienne, le premier jour du Thoth vague correspond au septième jour avant les

calendes de juillet, ou au 25 juin julien; et comme, de là au 20 juillet suivant, il y a 25 jours, il en conclut avec raison qu'il s'est écoulé 25 fois 4 ou 100 années juliennes, depuis que le Thoth vague a recommencé d'anticiper progressivement sur le 20 juillet, conséquemment sur le lever héliaque de Sirius en Egypte. Ceci est encore le même mode de calcul que nous avons appliqué aux dates de Ptolémée; et je l'ai rapporté exprès textuellement, pour rendre tout-à-fait sensible que les diverses époques de coïncidence du Thoth avec le lever héliaque, conséquemment les époques de leur retour, peuvent très-facilement s'obtenir ainsi, par une computation rétrograde, lorsque l'on connaît, ou que l'on adopte, la date du phénomène dans une seule année vague quelconque, et que l'on sait qu'il s'y déplace d'un jour en quatre ans; deux choses qui n'exigent nullement que les levers héliaques aient été physiquement observés pendant toute la série des 1461 années vagues qui composent la période entière. Je rappellerai encore ici que la fixation du lever héliaque de Sirius au 20 juillet pour l'Egypte, est d'une application trop générale, puisque ce phénomène s'opère à des jours différents sous différents parallèles, et que, pour la seule étendue de l'Egypte, l'époque en devait varier ainsi du 16 au 23 juillet, c'est-à-dire de sept jours, indépendamment des accidents atmosphériques. Censorinus ne fait pas cette distinction; et, en effet, une telle recherche lui eût été fort inutile, puisqu'il ne mentionne la période dont il s'agit que comme une sorte de grande année astrologique, qui tirait son importance de l'étoile remarquable qui la dominait. Mais il est évident qu'il aurait dû entrer dans ce détail de précision, s'il se fût agi d'une ère chronologique. Toutefois, comme il assigne au

phénomène une date précise, celle du 20 juillet julien, il semble que nous pourrions renverser le problème, et calculer, d'après cette date, la latitude exacte du parallèle pour lequel il supposait la période fondée. Mais malheureusement, cette détermination mathématique dépend de l'arc de dépression du soleil auquel on suppose que l'étoile doit commencer à être visible; et, selon qu'on assigne à cet arc des valeurs différentes, quoique possibles, on obtient différentes époques du lever héliaque pour un même astre et pour un même lieu. On peut ainsi approprier la période à tel parallèle égyptien que l'on veut choisir. Il y a peut-être quelque apparence d'une désignation plus précise dans les résultats d'une règle usuelle donnée par Théon d'Alexandrie, pour calculer le jour du lever héliaque de Sirius à la latitude de cette ville, dans l'année alexandrine fixe (1). Théon n'emploie pas pour ce calcul la période de 1461 ans sous le nom de cynique, ou de sothiaque; il n'en fait aucune mention ni aucun usage. On voit seulement qu'il a sous les yeux un canon chronologique, que malheureusement il ne nous a pas transmis, et d'après lequel il compte d'abord 1605 années, non pas vagues, mais juliennes, depuis un certain personnage égyptien qu'il appelle Ménophrès, jusqu'à la fin de l'ère d'Auguste. Or, depuis l'ère chrétienne jusqu'à la fin de la dernière année d'Auguste, on sait qu'il s'est écoulé 283 ans juliens. Ainsi en retranchant ce nombre de 1605, le reste 1322 exprimera le rang de l'année julienne proleptique, dans laquelle les années de Ménophrès commencent; et d'après la concor-

(1) Le texte de Théon se trouve rapporté dans mes Recherches sur plusieurs points de l'astronomie égyptienne, page 303; Paris, chez F. Didot, 1823.

dance du calendrier julien avec le calendrier vague, le premier jour du Thoth vague coïncida cette année-là avec le 20 juillet julien, comme nous l'avons reconnu plus haut. Ce Thoth fut donc héliaque sous le parallèle moyen de l'Egypte, conformément aux indications de Ptolémée; et puisque, depuis lors, sous cette latitude, le lever héliaque mathématique de Sirius eut toujours lieu le 20 juillet fixe, cela suffit pour le retrouver dans toutes les années vagues subséquentes, comme nous l'avons fait, et comme Théon y parvient aussi par une voie plus compliquée. Mais dans tout cela, non plus que dans Censorin, il n'y a rien qui indique l'emploi de la période sothiaque de 1461 années vagues, ou 1460 juliennes, et encore moins son application chronologique. Au contraire, le calcul de Théon tendrait plutôt à exclure cette idée. Car, à la vérité, il part d'une époque et d'une latitude où le Thoth vague était héliaque; mais il ne classe point cette époque dans la période cynique; il l'exprime en dates juliennes, au moyen d'un canon chronologique qui lui donne le nombre d'années juliennes écoulées depuis ce Thoth héliaque jusqu'au temps de Dioclétien, pour lequel il veut établir son calcul; et c'est dans ce nombre d'années juliennes qu'il opère la rétrogradation du Thoth à raison d'un jour pour quatre ans juliens (1). Géminus,

(1) La forme de ce canon chronologique en années juliennes moyennes s'infère de ce que Théon commence son calcul par ajouter ensemble, sans distinction entre elles, les années écoulées depuis son Ménophrès jusqu'à la fin de l'ère d'Auguste, avec les années écoulées depuis la fin d'Auguste jusqu'à la centième année de Dioclétien. Or comme, dans cette somme, tout l'intervalle écoulé depuis le commencement de l'ère d'Auguste, est certaine-

dans son Traité d'astronomie, où il mentionne tant de périodes usuelles, ne dit absolument rien du cycle sothiaque. Ptolémée, qui habitait l'Egypte, n'en parle pas non plus dans l'Almageste, quoiqu'il y emploie l'année vague ; il n'en parle pas davantage dans le traité des apparitions des fixes, où il annonce pourtant les dates mêmes du lever héliaque de Sirius ; enfin il n'en est pas dit un seul mot dans le traité astrologique intitulé Τετράβιβλος, qui lui est communément attribué. A défaut de ces autorités, qui eussent été décisives, mais dont le silence est absolu, on cite un passage, un seul d'une chronique égyptienne mentionnée par le moine le Syncelle, qui écrivait dans le huitième siècle. Parmi les assertions incompréhensibles dont cette chronique abonde, en ce qui concerne les règnes des dieux et des demi-dieux en Egypte, le Syncelle rapporte ces expressions énigmatiques : « après eux, on compte quinze générations du cycle caniculaire en 443 ans. » Le Syncelle nomme encore une fois le cycle caniculaire, à propos d'un certain roi d'Egypte appelé Concharis (1). Du reste, il n'en fait aucun usage quelconque

---

ment composé d'années fixes de $365^j\frac{1}{4}$, il faut bien en conclure que le reste de l'intervalle d'Auguste à Ménophrès est aussi exprimé dans cette même sorte d'années. Mais, quand on voudrait supposer que Théon a mal à propos joint ensemble des années disparates, il n'en serait pas moins évident qu'il ne mentionne pas la période sothiaque, ni ne l'emploie. Et cependant il avait une occasion bien naturelle de l'introduire ; car sa somme d'années étant 1705, il eût été tout simple d'en retrancher d'abord les 1460 années juliennes, ou les 1461 années vagues, qui composent cette période, et qui ne déplacent pas le lever héliaque, puisqu'il revient ensuite aux mêmes jours.

(1) Mon savant confrère, M. Letronne, a bien voulu me remettre à

dans sa chronologie. Clément d'Alexandrie, qui écrivait dans le troisième siècle de l'ère chrétienne, à peu près dans

---

ce sujet la note suivante, qui vient ici m'appuyer de l'autorité la plus puissante que je pusse certainement espérer:

« Le fragment que le Syncelle a cité sous le nom de τὸ παλαιὸν χρονικὸν ou χρονογραφεῖον (ce qui signifie, non pas *vieille chronique*, comme tout le monde a traduit, mais *chronique des anciens temps* ou *événements*), et que personne n'a cité, excepté lui, n'est point, comme il l'a cru, antérieur à Manéthon. C'est l'ouvrage de quelque auteur juif ou chrétien, postérieur à Ptolémée, qui a composé un absurde arrangement des dynasties des rois, pour faire cadrer l'époque de leur origine avec la chronologie biblique, en combinant la durée totale de la chronologie égyptienne, tant historique que fabuleuse, avec la durée de la révolution des points équinoxiaux, égale à 36525 années, d'après la rétrogradation de 1° en 100 ans, admise depuis Ptolémée, révolution qui s'est trouvée égale à 25 périodes, chacune de 1461 années vagues (1461 × 25 = 36525).

« Tous les calculs et toutes les inductions que la plupart des chronologistes ont fondés sur ce fragment, supposé *ancien*, tombent par le fait. Un autre ouvrage qui n'existe plus, et que le Syncelle a encore cité lui tout seul, est le traité qu'il appelle *le livre de Sothis* (βίϐλος τῆς Σώθεως), et qu'il attribue à Manéthon. Les chronologistes ont encore fait grand usage de ce fragment; et surtout on en a conclu que Manéthon connaissait et employait la *période sothiaque* (Ideler, *Handb. der Chronol.*, I, 135); car il a paru bien difficile de croire qu'un livre nommé *Sothis* n'eût pas cette fameuse période pour principal objet.

« Mais on peut démontrer, par les termes mêmes dont se sert le Syncelle, et par le style du fragment qu'il nous en a conservé, que cet ouvrage n'avait qu'un objet astrologique, et qu'il n'est pas plus de Manéthon que le poëme des ἀποτελέσματα qui porte son nom. Ce traité apocryphe ne peut être antérieur à la fin du troisième siècle de notre ère.

La liaison que M. Champollion Figeac, dans la première lettre de son frère à M. le duc de Blacas, p. 99, a établie entre l'époque qu'il appelle l'*ère de Ménophrès*, et celle que donne le Syncelle pour la 5[e] année du

le même temps que Censorinus, nomme aussi une fois le cycle sothiaque; je dis qu'il le nomme, et non pas qu'il l'èmploie, car voici ses propres paroles : « L'exode (c'est-à-

---

règne de *Concharis*, *répondant à la* 700e *année du cycle cynique*, repose sur le sens qui a été donné à un passage du Syncelle, par tous les chronologistes, depuis Marsham (*Canon chron.*, p. 310), et Fréret (*Défense de*, etc., p. 246), jusqu'à Ideler (*Handb. der Chronol.*, I, 135); mais le sens exigé par la grammaire et l'ensemble des idées est tout différent.

« Le texte porte : Τούτῳ τῷ έ ἔτει τοῦ κέ βασιλεύσαντος Κογχάρεως τῆς Αἰγύπτου, ἐπὶ τῆς ις' δυναστείας τοῦ Κυνικοῦ λεγομένου κύκλου παρὰ τῷ Μανεθῷ, ἀπὸ τοῦ πρώτου βασιλέως καὶ οἰκιστοῦ Μεστραΐμ τῆς Αἰγύπτου, πληροῦνται ἔτη ψ' βασιλέων κέ, τοῦτ' ἔστιν ἀπὸ τοῦ καθολικοῦ κοσμικοῦ ,βψος' ἔτους, καθ' ὃν χρόνον ἡ διασπορὰ γέγονεν, κ. τ. λ. (p. 103, Paris.)

« Ce qui veut dire littéralement :

« Dans cette 5e année du 25e roi d'Égypte Concharis (appartenant à « la 16e dynastie du cycle dit *cynique* dans Manéthon), sont accomplis « 700 ans, [du règne] de 25 rois, depuis Mestraïm, premier roi et fon- « dateur de l'Égypte, c'est-à-dire depuis la 2776e année du monde, époque « de la dispersion, etc. »

« On voit que la 700e année n'est pas du tout rapportée au *cycle cynique;* la phrase grecque n'est pas susceptible de ce sens; et quand on a pris ce *cycle cynique* pour celui qui a commencé l'an — 2782, et fixé la 6e année de Concharis à 2782 — 700 = 2082, on a fait une supposition fausse, ainsi que toutes les conséquences chronologiques qu'on en a tirées.

« Le sens du Syncelle est clair, et son calcul fort juste. Il vient de dire que le vingt-quatrième roi d'Égypte, Ramessès fils de Vaphrès, est monté sur le trône l'an du monde 3442, et qu'il a régné 29 ans; il est donc mort l'an 3471 : à ce nombre, si l'on ajoute les 5 ans du règne de Concharis son successeur, on a, pour cette cinquième année, l'époque cosmique 3476; retranchant de cette somme les 700 ans de la durée du règne de ces vingt-cinq rois, y compris les 5 ans de celui de Concharis, on a l'année cosmique 3476 — 700 = 2776 qu'il adopte constamment pour celle

dire la sortie d'Egypte) est du temps d'Inachus, avant la révolution sothiaque. » C'est comme s'il disait : « avant l'année julienne proleptique 1322, » et il n'y a rien là de plus que dans Censorinus. Ces passages prouvent, pour leur époque, un calcul proleptique, non pas un usage pratique antérieur. La mention qui est faite du cycle cynique dans la chronique égyptienne, au dire du Syncelle, semble même d'autant plus singulière que ce cycle ne se trouve ni employé, ni seulement nommé dans les fragments qui nous restent du prêtre égyptien Manéthon, fragments historiques écrits sous Ptolémée Philadelphe, et que le Syncelle nous a pareillement transmis. Dans ces fragments, les durées des règnes sont simplement rapportées, comme dans tous les canons chronologiques, en ans et en mois. On dira peut-être qu'ils ne nous sont pas parvenus directement, et que leur forme primitive a pu être altérée. Mais c'est encore cette même forme que l'on retrouve dans un papyrus manuscrit de la plus haute antiquité, que M. Champollion a découvert dans le musée de Turin, au milieu de registres de comptabilité, d'actes publics, et d'autres documents dont les dates ne descendent pas plus près de nous que la dix-neuvième dynastie. Ce manuscrit antique, dans ses restes mal-

---

du commencement de *Mestraïm* qui, dans l'hypothèse du Syncelle, comme de Jules Africain, est le même que *Ménès*, et a commencé à régner l'an 34 d'Arphaxad.

« La mention du *cycle cynique* vient donc là d'une manière tout aussi absurde que dans le fragment de la vieille chronique, où se trouve la même expression. Je pense que c'est de là que le Syncelle a tiré sa parenthèse : mais quelle qu'en soit l'origine, elle n'a rien à faire avec le calcul du Syncelle qui en est indépendant. »

heureusement mutilés, offre aussi un canon chronologique de toutes les dynasties égyptiennes depuis le règne des dieux jusqu'à la treizième ou la quatorzième dynastie : or, les durées de chaque règne y sont également exprimées en ans, mois et jours, comme dans les fragments de Manéthon, et l'on n'y aperçoit aucune mention du cycle sothiaque. Je laisse aux personnes érudites à décider si le seul nom du cycle cynique cité par le Syncelle, comme se trouvant dans la vieille chronique, suffit pour rendre vraisemblable que ce cycle fût employé dans l'ancienne Egypte comme période chronologique pour classer les événements, lorsque aucun auteur spécial d'astronomie, de géographie ou d'histoire, n'a mentionné cet usage, et que l'on n'en trouve aucune trace sur les monuments originaux, même chronologiques, que l'on a pu consulter (1).

Le silence de Géminus sur l'emploi du cycle sothiaque en Égypte, quand il rapporte avec soin tant d'autres périodes anciennes, celui de Ptolémée, de Théon, tous deux Alexandrins, paraissent encore plus extraordinaires lorsqu'on leur oppose quelques passages assez rares d'écrivains, à la vérité purement philosophes ou astrologues, mais dont les expressions ambiguës pourraient être interprétées comme indiquant en Égypte une forme d'année commençant au lever héliaque de Sirius. Ces passages, qui ont été fréquemment reproduits, sont au nombre de trois, l'un du scholiaste d'Aratus, le second de Porphyre, le troisième de Vettius Valens, tous écrivains fort postérieurs à la réforme alexandrine, et

(1) La décision que j'invoquais vient de m'être fournie par la note de M. Letronne, insérée dans les pages précédentes.

même aux ouvrages astronomiques de Ptolémée. Je vais en rapporter ici la traduction fidèle, pour n'omettre aucun des éléments de la question.

Voici celui du Scholiaste (1) : « Les vents étésiens envahis- « sent la mer lorsque le soleil est dans le Lion ; et chez les « Égyptiens, les clefs des temples portent des figures de lion, « desquelles pendent des chaînes auxquelles un cœur est « attaché. Ils ont consacré toute cette constellation (ἄστρον) « au soleil ; car alors le Nil se déborde, et le lever héliaque « du chien s'opère vers la onzième heure. Ils placent à cet « instant le commencement (ou le point dominant, ἀρχὴ,) de « l'année ; et ils considèrent l'astre du chien ainsi que son « lever comme consacré à Isis. »

Voici le passage de Porphyre (2) : « Pour les Égyptiens, « le commencement de l'année n'est pas le Verseau, comme « pour les Romains, mais le Cancer ; car près du Cancer (ou « dans le Cancer) est l'étoile Sothis, que les Grecs appellent « l'astre du chien ; et, pour les Égyptiens, le commencement « de l'année est le lever de Sirius, ce phénomène ayant présidé « (κατάρχουσα) à l'origine du monde. »

Enfin voici le passage de Vettius Valens : « Généralement « les anciens ont pris le dominateur (κύριον) de l'année et de « tous les mouvements de l'univers à partir du premier jour « du mois de Thoth, car ils comptent de là le commence- « ment de l'année et plus naturellement depuis le lever hé- « liaque du chien. » J'ai transcrit la fin de la phrase sans la

(1) Voyez Schol. ad Arat., pag. 45.

(2) Voy. le texte de ce passage et du suivant, dans mon ouvrage sur l'astronomie égyptienne, page 310.

ponctuer, afin qu'elle conservât la même indétermination que le texte grec.

Discutons maintenant les assertions que ces trois passages expriment.

L'auteur grec du traité des hiéroglyphes, qui porte le nom d'Horus Apollo, dit que les Égyptiens désignent le Nil par un cœur auquel une langue est attachée (1). Ainsi, dans le passage du Scholiaste, le cœur suspendu par des chaînes à une figure de lion pouvait indiquer le rapport de ce signe céleste avec le débordement du Nil. Ce rapport fut en effet aussi réel que durable. Car, dans tous les temps, le commencement de la crue du Nil, au-dessous de la dernière cataracte, a été fixé au solstice d'été. Or, durant un intervalle de 28 siècles, compris entre les années —4000 et —1200, antérieures à notre ère, le solstice d'été a toujours eu lieu pendant que le soleil était *dans les étoiles du Lion ;* et, après que cette constellation eut cessé d'être solsticiale, pendant un intervalle au moins égal, les phases les plus importantes de la crue s'opérèrent encore tandis que le soleil la parcourait. En outre, depuis la plus ancienne de ces époques, jusque vers le xe siècle de l'ère chrétienne, c'est aussi dans cette même constellation du Lion, mais en des parties différentes, que s'est toujours trouvé le soleil au moment du lever héliaque de Sirius en Égypte. Ces deux résultats astronomiques d'une parfaite certitude justifient bien l'espèce de considération religieuse que les Égyptiens, au dire du Scholiaste, avaient

(1) Les érudits considèrent cet ouvrage comme écrit dans le ive siècle de l'ère chrétienne. Son peu d'antiquité se décèle d'ailleurs par la correspondance qu'il assigne entre les phases de la crue du Nil, et l'entrée du soleil dans le lion. *Recherches sur l'astronomie égyptienne*, p. 202.

attachée au groupe céleste du Lion, et qu'ils lui conservaient encore de son temps. Le lever héliaque de Sirius s'y opérait, comme il le témoigne, à la onzième heure, c'est-à-dire à la onzième heure naturelle de la nuit, ou une heure avant le lever du soleil. Reste maintenant l'assertion. « Ils placent à ce moment le commencement, ou la phase dominante, de l'année, » laquelle peut s'entendre comme indiquant, soit le commencement réel et pratique d'une forme d'année usuelle, soit le phénomène initial et dominateur des applications astrologiques pour les douze mois suivants. Pour apprécier les probabilités de l'une et de l'autre explication, il faut savoir que l'écrivain des Scholies est postérieur à la réforme alexandrine; car il cite toujours les mois égyptiens comme fixes, en donnant leur concordance avec les mois juliens. En outre, par les positions que, dans une autre Scholie, il assigne au soleil, parmi les constellations zodiacales, durant les diverses phases de la crue du Nil, on voit qu'il ne peut pas être antérieur au IVe siècle de l'ère chrétienne; ce qui est conforme à l'époque que les érudits lui attribuent. Or, de son temps, l'année égyptienne, devenue fixe depuis quatre siècles, commençait constamment au 29 août, quarante jours après le lever héliaque de Sirius en Égypte. Ce n'est donc pas une origine civile, mais astrologique, qu'il peut vouloir désigner. Ce point de vue tout-à-fait conforme aux idées du temps, s'accorde avec le passage de Vettius Valens, qui présente aussi le lever héliaque du chien comme une origine d'année *particulièrement naturelle;* car toutes les expressions de ce passage et le traité entier se rapportant à l'astrologie et au calcul des nativités, il n'y avait que le phénomène initial ou dominateur de ces calculs que l'auteur eût besoin de considérer, et les formes d'an-

nées chronologiquement usuelles lui étaient complètement indifférentes. Le titre même du chapitre où on le trouve, indique spécialement ce but (1). Maintenant, que le commencement des années, considéré ainsi, fût en effet une affaire de délibération et de choix *parmi les astrologues*, c'est ce que Ptolémée, ou son pseudonyme, nous explique en détail dans le traité astrologique intitulé τετράβιβλος, au chapitre du second livre qui traite *du commencement de l'année* (2). Après avoir fait sentir l'influence de cette origine sur le calcul des événements qui doivent suivre, il admet bien comme évident qu'il faut la placer en quelque point spécial de la révolution solaire; mais, dit-il, comment choisir un point sur le contour d'un cercle? on n'y peut voir de particulièrement probable que les solstices et les équinoxes; mais encore lequel de ces quatre points doit-on préférer? dans le doute, ajoute-t-il, les auteurs ont adopté tel de ces points ou tel autre, selon que leur jugement et la nature des choses le leur conseillait. « Car, en effet, chacun de ces « points a d'excellents titres à ce qu'on le prenne pour origine « de l'année. L'équinoxe du printemps, par exemple, amène « les jours plus longs que les nuits, et c'est aussi la saison de « l'humidité, élément qui a beaucoup d'influence sur la gé- « nération : le solstice d'été fait les plus longs jours; et, *pour* « *les Égyptiens, il annonce la crue du Nil et le lever de l'astre* « *du chien*. A l'équinoxe d'automne on récolte les fruits, et « c'est aussi l'époque où l'on *renouvelle* les semences confiées « à la terre; le solstice d'hiver raccourcit la durée des jours.

---

(1) Περὶ τοῦ οἰκοδεσπότου τοῦ ἔτους. Sur le dominateur de l'année.

(2) Τετράβιβλος, liv. II, chap. περὶ τῆς τοῦ ἔτους νουμηνίας, édition

« Toutefois, quant à moi, il me paraît plus convenable, plus « raisonnable de donner au calcul des événements annuels « quatre origines, en ayant égard aux conjonctions du soleil « et de la lune, etc. » Cet extrait détaillé des opinions du temps montre assez dans quel sens il faut prendre les expressions d'un auteur d'astrologie tel que Vettius Valens, quand il parle de l'origine de l'année, et quelle erreur on ferait en y supposant l'indication d'une origine réellement historique et usuelle. Quant au passage de Porphyre, personne n'a pu jusqu'ici comprendre ce qu'il veut dire lorsqu'il place l'origine ou la phase dominante de l'année romaine au Verseau (1). Pour ce qu'il dit des Égyptiens, il est évident qu'on ne doit pas y chercher un sens astronomiquement exact, puisque Sirius, qui est une étoile fort australe, n'a jamais pu se trouver dans le Cancer, ou près du Cancer. Mais, pour donner à cette assertion un sens raisonnable, on peut croire que Porphyre savait vaguement que de son temps, et même depuis la plus haute antiquité, le lever héliaque de Sirius s'opérait lorsque le soleil se trouvait non pas dans la constellation, mais dans le *signe mobile,* ou, comme le dit le Scholiaste, dans la *dodécatémorie sacrée du*

---

de Nuremberg, p. 24. J'indique le texte, parce qu'il n'est pas exactement rendu dans les traductions.

(1) M. Letronne me communique une remarque très-simple qui résout cette obscurité. « L'indication du Verseau se rapporte au temps où l'an« née romaine commençait au 1er mars, ce qui eut lieu pendant les six « premiers siècles de Rome. Ainsi Porphyre, dans ce passage, parle « d'un temps passé depuis environ trois siècles. » J'ajoute que c'était aussi à peu près dans ce même temps que l'année alexandrine étant devenue fixe, le lever héliaque de Sirius s'était trouvé constamment attaché à la présence du soleil dans le signe mobile du Cancer.

Cancer; circonstance que Porphyre aura mal à propos confondue avec un rapport de proximité ou de position. Alors, s'il a su, ou s'il a cru, comme Vettius Valens, que le lever héliaque de Sirius était un principe usité ou convenable d'année astrologique, il aura bien pu dire que cette forme d'année commençait aussi avec le Cancer ou en était dominée. Cette simple réduction aux préjugés du temps a donc l'avantage de concilier les trois passages que nous avons cités, sans leur attribuer l'étrange indication d'une forme d'année civile usuelle, dont on ne trouve aucune mention ni aucune trace dans les écrits d'Hérodote, de Diodore, de Strabon, de Géminus, d'Hipparque ni de Ptolémée, c'est-à-dire de tous les auteurs anciens qui se sont particulièrement occupés d'astronomie, de géographie, et qui nous ont décrit le plus spécialement les usages de l'Égypte et son histoire.

Mais l'application chronologique étant écartée, les trois passages s'accordent à spécifier deux autres particularités traditionnelles, savoir, que le lever héliaque de Sirius a été religieusement ou astrologiquement lié par les anciens Égyptiens avec le premier jour du mois de Thoth, c'est-à-dire avec le renouvellement de l'année vague; et en outre, que ce même lever a été considéré dans les traditions comme ayant présidé à l'origine du monde et comme servant de dominateur astrologique à tous les mouvements de l'univers. La première de ces particularités, quelle que soit son origine, est attestée par des monuments sans nombre ; la seconde peut avoir pris sa source dans une concordance astronomique extrêmement remarquable, à laquelle conduit l'antique notation de l'année mobile découverte par M. Champollion.

Il existait en effet en Égypte, et M. Champollion a trouvé sur les monuments de toutes les époques, une relation con-

stante, invariable, entre Sirius, considéré comme l'astre d'Isis, et le mois de Thoth, considéré comme le premier de l'année vague ; « Cette relation (je cite ses propres paroles) s'observe, « par exemple, dans le tableau astronomique sculpté au pla- « fond de la salle du Rhamesséum appelée le Promenoir, et « qui date de la 18e dynastie. Là Sirius, ou Sothis, est désigné « au-dessus du mois de Thoth sous la forme d'une femme « coiffée de longues plumes, et portant le nom d'*Isis Thoth*, « accompagné comme déterminatif d'une étoile sculptée. « C'est le nom égyptien de Sirius dans tous les monuments. « Au plafond du tombeau de Menephta Ier, plus ancien en- « core que le Rhamesséum, quoique pareillement de la 18e dy- « nastie, la déesse Thoth porte en même temps le nom d'*étoile* « *d'Isis* que toute l'antiquité nous atteste avoir été la désigna- « tion de Sirius chez les Égyptiens. Une autre preuve de « cette relation se trouve encore dans la présence du même « nom de Thoth, accompagnée d'une étoile au-dessus de la « vache couchée dans une barque, avec une grande étoile « entre les cornes, qui se voit dans les tableaux astronomi- « ques d'Ombos, de Denderah et d'Esné. Sur le zodiaque « rectangulaire de Denderah, la déesse qui est figurée en « pied est appelée *Isis Thoth* ; la vache couchée est désignée « par le même nom écrit à côté d'elle ; et, sur le zodiaque « du petit temple au nord d'Esné, la déesse et la vache avec « le nom de Thoth se trouvent ensemble dans un même ba- « teau. Il n'est pas un monument astronomique égyptien qui « ne confirme cette relation de l'étoile d'Isis avec le premier « mois de l'année (1). »

(1) On pourrait s'étonner de voir Champollion citer les zodiaques de

Ce sont là des faits indubitables. Ils prouvent que, depuis une très-haute antiquité, l'idée de Sirius était chez les Égyptiens en rapport avec le premier mois de l'année vague. Mais de quelle nature était ce rapport? était-il astrologique ou astronomique? c'est-à-dire exprimait-il une influence exercée par l'astre sur l'année entière, comme dans Porphyre et Vettius Valens, ou marquait-il une concordance de position et de temps? Voilà ce que les monuments seuls ne peuvent jusqu'ici nous apprendre. Toutefois la relation purement astrologique de domination semblerait la plus probable; car nous la retrouvons conservée ainsi traditionnellement dans

---

Denderah comme une autorité propre a constater des traditions anciennes, lorsqu'il passe pour certain aujourd'hui qu'ils ont été exécutés du temps des Romains, et que lui-même avait découvert le nom de Néron sur une partie de la même pierre où le zodiaque circulaire a été sculpté. Mais Champollion avait rapporté d'Égypte l'opinion que les temples et les monuments élevés en ce pays, sous les dynasties grecques et romaines, n'étaient pour la plupart que les reproductions de types anciens, détruits dans les invasions successives dont l'Égypte a été le théâtre; et il aurait volontiers étendu cette pensée au zodiaque circulaire, abstraction faite de la traduction évidemment moderne des figures zodiacales qui y sont tracées. Sans donner une généralité trop absolue à cette idée, dont on trouve, je crois, la première expression fermement arrêtée dans sa onzième lettre écrite d'Égypte, il semble impossible de ne pas l'admettre au moins pour la conservation des formes religieuses, après tant d'exemples si bien développés par M. Letronne, parmi lesquels il nous montre les souverains Lagides érigeant des temples à Isis, à Osiris, et lorsque nous les voyons recevoir sur la pierre de Rosette les mêmes titres et attributions sacrées que M. Champollion a vu depuis être donnés aux Pharaons de Thèbes, dans les antiques monuments de la XVIIIe dynastie. Car ces attributions n'avaient de sens que par leur relation avec les mêmes rites et les mêmes divinités. Sous ce rapport, les formes mythiques sculptées sur

les auteurs d'astrologie que nous avons cités, et ils en donnent même la raison analogique, fondée sur ce que Sirius était censé avoir présidé à l'origine du monde; tandis que tous les auteurs d'astronomie et d'histoire se taisent sur la liaison du lever héliaque de Sirius avec le premier de Thoth, comme phénomène de concordance chronologique. L'analyse de la notation égyptienne de l'année vague, que M. Champollion vient de découvrir, achèvera, je crois, de montrer ici une relation purement conventionnelle. Car, bien que cette notation d'année ne renferme explicitement aucun indice relatif à Sirius, cependant la période révolutive qu'elle exprime

---

les zodiaques de Denderah peuvent avoir toute l'autorité des sculptures plus anciennes; et l'emblème sacré de l'astre d'Isis qui s'y trouve retracé, était surtout trop intimement lié avec la religion, pour qu'il fût possible d'en dénaturer la forme habituelle.

Quel que soit le motif, encore inconnu, pour lequel le zodiaque circulaire de Denderah a été sculpté, que ce soit pour un but historique, religieux ou astrologique, je crois avoir prouvé que son ensemble représente un état du ciel qui convient à l'époque de 700 ans avant l'ère chrétienne, avec une incertitude d'un demi-siècle au plus. Les personnes qui voudraient en rapporter l'intention à une époque différente de celle-là, devraient soumettre leur opinion à la même épreuve; c'est-à-dire construire aussi, rigoureusement, d'après un mode de projection géométrique, le tableau du ciel étoilé, puis l'appliquer sur le monument, et voir après si, en faisant tomber sur les figures zodiacales toutes les étoiles qui leur sont propres dans la sphère grecque, il en projette un aussi grand nombre d'autres sur les légendes de constellations spécialement marquées, sur les astérismes dont la configuration est indubitable, comme l'Orion, le Bouvier, la Chèvre; et enfin si, avec toutes ces coïncidences, le dessin se trouve spécialement aligné, suivant la direction précise des points nord et sud que Champollion y a *depuis* reconnus. Je ne crois pas que jusqu'ici personne ait tenté une pareille épreuve, et je ne pense pas, pour en avoir fait l'essai moi-même, qu'elle puisse admettre un écart notable des limites que j'ai assignées.

remonte et conduit directement, par nécessité, à un lever héliaque de cet astre, dont les circonstances, spécialement remarquables pour l'Égypte, ont été mathématiquement uniques dans la série des siècles; et qui, par une concordance singulière, a coïncidé, jour pour jour, avec la réalisation physique de la notation de l'année vague. Les relations qui rendirent alors ce phénomène si remarquable aux Égyptiens, ont subsisté pendant près de sept siècles, avant et après l'époque dont il s'agit, dans les limites d'erreur des observations que les levers héliaques comportent. Les traditions astrologiques ont donc bien pu naturellement alors prendre ce phénomène si important pour le dominateur *constant* de l'année *vague*. Ce souvenir traditionnel a pu être attaché au mois de Thoth, soit à une époque quelconque, soit lorsque le lever héliaque de Sirius s'est trouvé coïncider avec lui, comme cela est arrivé dans les années juliennes proleptiques —1322, —2782, etc., si toutefois on veut faire remonter l'année de 365 jours jusqu'à des époques tellement reculées. Et si l'année était alors de 360 jours, les occasions de coïncidence étaient encore bien plus fréquentes, puisque, dans cette forme d'année, le Thoth redevient sensiblement héliaque, tantôt après 69, tantôt après 70 années vagues, d'où résulte une sorte de cycle caniculaire à courte période, qui, je crois, n'avait pas encore été remarqué (1). Si à

(1) Il est bien facile de constater cette succession alternée de Thoth héliaques. Désignons par v la petite année vague de 360 jours, et par J l'année julienne de $365^j \frac{1}{4}$, qui est aussi la période annuelle des levers héliaques de Sirius en Égypte pour ces anciens temps. On aura les deux égalités suivantes, que l'on peut aisément vérifier par le calcul arithmétique :

$$69\,v = 68\,\dot{J} + 3^j$$

$$70\,v = 69\,\dot{J} - 2^j,25.$$

l'un quelconque de ces Thoth héliaques, ou à toute autre époque intermédiaire, l'idée de Sirius a été attachée au pre-

---

La première montre que 69 petites années vagues embrassent 68 levers héliaques, plus trois jours; conséquemment si le Thoth de la première année a été héliaque, le Thoth de la 70e année vague suivante ne le sera pas rigoureusement, puisque le lever héliaque l'aura précédé de deux jours complets. Mais comme ce phénomène n'est pas observable avec cette rigueur mathématique, l'écart sera insensible, et le 70e Thoth paraîtra héliaque comme le premier. La marche de la rétrogradation sera ainsi beaucoup plus rapide que dans l'année de 365 jours. En effet, en partant toujours d'un Thoth héliaque, après qu'une année de 360 jours sera écoulée, il faudra encore attendre $5^j,25$ avant que le lever héliaque revienne; après deux années, il faudra attendre $10^j,50$; après trois, $15^j,75$; enfin après quatre, 21 jours justes; ce qui placera le phénomène au 22 de Thoth; quatre années après, se déplaçant encore de 21 jours, il passera au 13 du second mois, et ainsi de suite, jusqu'à ce qu'enfin, après 17 fois 4 ou 68 années, il se trouve déplacé de 17 fois 21, c'est-à-dire de 357 jours; ce qui le portera au 28e jour du dernier mois, ou trois jours justes avant le Thoth de la 70e année, comme notre première égalité l'annonçait.

La seconde égalité, interprétée de même, signifie que 70 années de 360 jours renferment $2^j,25$ de moins qu'il ne faut pour que 69 levers puissent s'accomplir; de sorte qu'en partant toujours d'un premier Thoth exactement héliaque, le Thoth de la 71e année ne le sera pas rigoureusement, parce que le retour du lever héliaque lui sera postérieur de $2^j,25$; mais ici comme dans la première période, l'écart est au-dessous des limites de l'observation; et ainsi le 71e Thoth paraîtra héliaque.

Or, puisque les écarts des deux périodes sont opposés, on peut les affaiblir et même les anéantir rigoureusement l'un par l'autre. Car si l'on prend trois fois la première, et qu'on y ajoute quatre fois la seconde, on aura des erreurs égales de 9 jours en plus et en moins; de sorte qu'elles se détruiront mutuellement si on les fait se suivre. On aura ainsi en toute rigueur

$$487\,v = 480\,\dot{J},$$

mier mois par un rapport soit religieux, soit astrologique, cette adjonction n'aura nécessité aucun changement numérique dans la forme de l'année, ni dans les dates, ni dans la notation usuelle par laquelle on l'exprimait. Dès lors l'idée de Sirius comme dominateur de l'année vague a pu être adoptée par les astrologues sans qu'on ait employé son lever héliaque comme point de départ des dates chronologiques, ce qui n'aurait pas manqué d'y jeter une extrême incertitude, par la continuelle difficulté de rattacher l'année vague courante à un phénomène dont l'observation n'est pas sûre à quatre ou cinq jours près. Et, par le même motif encore, quoique le lever héliaque de Sirius pût être un sujet d'annonce et d'observation populaire en Égypte, les astronomes d'Alexandrie n'ont dû en faire aucun usage scientifique, ni même aucune mention dans leurs recherches qui avaient pour base des dates précises ; de sorte que leur silence à cet égard, et le témoignage en apparence contraire des auteurs d'astrologie, se trouvent ainsi complétement conciliés.

Si j'indique ici d'avance ces résultats, ce n'est pas pour

---

c'est-à-dire que 487 années de 360 jours renferment 480 révolutions héliaques justes; et par conséquent après cette période entière, le Thoth redevient rigoureusement héliaque dans cette forme d'année. Mais en outre, il paraît l'être cinq fois dans cet intervalle, sans erreur appréciable, à la fin des petites périodes partielles qui composent la période entière, comme le montre la succession suivante de leurs alternatives, au-dessous de chacune desquelles j'ai marqué l'écart final du Thoth autour du lever héliaque le plus voisin, en donnant à cet écart le signe négatif quand le Thoth précède le lever héliaque, et le signe positif quand il le suit :

Années de 360 jours.	70	69	70	69	70	69	70
Jours............	-2^j25	$+0^j75$	-1^j50	$+1^j50$	-0^j75	$+2^j25$	0

anticiper sur les preuves qui doivent les établir. Mon but est seulement de montrer que l'opinion avancée par Fréret, et adoptée depuis par un grand nombre de savants, sur l'usage de la période sothiaque dans la chronologie égyptienne, n'est fondée sur aucun document positif. Quant à l'emploi d'une période quadriennale qui aurait été réglée sur le lever héliaque de Sirius, et qui aurait servi secrètement aux prêtres pour intercaler l'année vague, et la rapporter à l'année solaire, comme quelques personnes l'ont supposé, je n'en connais non plus aucune preuve. Mais l'inexactitude d'une pareille relation, dans l'application pratique, me semblerait tout-à-fait contraire à l'esprit de précision qu'ils affectaient; et leur longue habitude de noter les solstices que Geminus et les monuments nous attestent, leur fournissait des procédés bien plus faciles (1). Ces diverses suppositions tout-à-fait gratuites étant ainsi écartées, il reste encore ce me semble aujourd'hui à chercher: 1° par quel motif les anciens Égyptiens attachèrent constamment une si grande importance à conserver leur système d'année vague; 2° si, effectivement, ils possédaient, et surtout s'ils employaient quelque période astronomique, ou quelque méthode chronologique pour lier les années vagues les unes aux autres dans une série continue.

(1) Bailly, dans son Histoire de l'astronomie ancienne, page 397, in-4°, indique comme existant à la Bibliothèque du roi, sous le n° 1033, un livre arabe qui traite du lever de Sirius, et qui est attribué, dit-il, au premier Hermès, l'Édris des Arabes. M. Reinaud, membre de l'Académie des inscriptions, a eu la bonté de me lire ce manuscrit; mais au lieu d'être un traité astronomique, ou même astrologique des levers de Sirius, ce n'est qu'un pur recueil de prédictions absurdes, fondées sur les apparitions de cet astre, combinées avec les signes du zodiaque et les sept planètes.

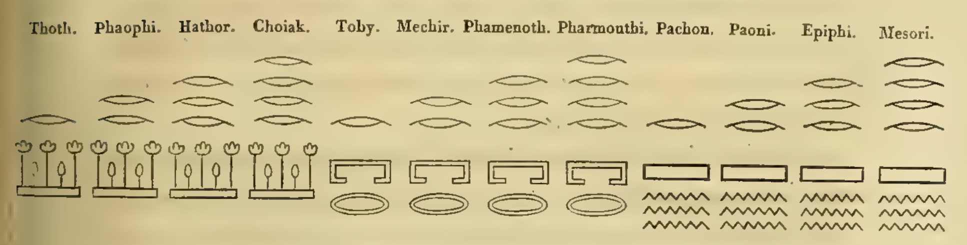
Relativement à la première question, je montrerai que l'année vague égyptienne, telle qu'elle était écrite, renfermait un grand cycle, un cycle naturel, caché sous sa notation. Je l'appelle naturel, parce qu'il résultait du seul développement des temps, sans aucune science. Ce cycle, spécialement propre à l'Égypte, se refusait généralement à toute intercalation, excepté aux époques rares et distantes auxquelles il s'accomplissait. Hors de ces époques, rendre l'année fixe, c'était non-seulement interrompre le cycle, mais c'était encore attacher pour toujours à la notation écrite un sens faux, et détruire la signification des rites religieux placés à certains mois et à certains jours de l'année vague. La réforme alexandrine, en raison de l'époque où elle fut faite, produisait inévitablement ces deux résultats. Aussi ne put-elle pratiquement s'introduire en Égypte qu'après que le christianisme y eut détruit l'ancienne religion. Les plaintes de Jamblique sur l'influence religieuse de cette réforme sont l'expression d'un fait très-réel. Ceci expliquera suffisamment pourquoi les anciens Égyptiens tenaient si obstinément à leur année vague, et ne voulurent jamais la fixer par une intercalation.

Relativement à la seconde question, je montrerai qu'au moyen des signes symboliques attachés par les Égyptiens aux différents jours de l'année vague, et à certaines époques spéciales de l'année solaire vraie, deux choses que les monuments attestent, ils pouvaient avec la plus parfaite facilité lier ces deux systèmes d'années l'un à l'autre, et, par cette liaison, fixer les dates exprimées en années vagues, aussi exactement, aussi simplement que nous le pouvons faire dans notre calendrier actuel. Je puis même ajouter que le

mode de raccordement avec l'année solaire ne serait pas différent de celui que nous employons. Je suis toutefois très-loin d'inférer de cette possibilité, qu'ils aient dû effectivement exprimer ainsi des dates absolues, ou même le faire de toute autre manière; mais s'ils l'ont fait (ce qu'on a tant d'intérêt à découvrir pour la chronologie et l'histoire), la connaissance des procédés très-simples qu'ils pouvaient employer pour écrire de pareilles dates, fournira des indices qu'il ne faudra pas négliger quand on cherchera ces dates sur des monuments.

Pour établir ces résultats, je reprends la notation des douze mois égyptiens et des cinq jours épagomènes telle que M. Champollion l'a établie (1):

Noms des mois égyptiens et leurs caractères.



Jours complémentaires ou épagomènes.

(1) Ceci suffisait à l'époque où Champollion venait de lire son Mémoire; les preuves de sa découverte y étaient exposées avec une richesse d'exemples et une rigueur de raisonnements qui la mettaient hors de doute. Mais puisque aujourd'hui une partie de ce grand travail a disparu, et précisément celle qui contenait les idées générales, ainsi que la discussion appliquée à

Les douze mois se trouvent ainsi écrits sur des monuments qui remontent à plus de vingt-deux siècles avant l'ère chrétienne. Quant aux jours épagomènes, M. Champollion n'en a pas jusqu'ici d'exemples qui dépassent le 14[e] ou le 15[e] siècle. Ce qui ne prouve pas que leur usage ne puisse être de beaucoup plus ancien.

D'abord afin de limiter cette notation à ce qu'elle peut renfermer de réellement figuratif, il faut en détacher le caractère ◡ qui représente le croissant lunaire. Ce caractère employé ici pour exprimer l'idée de mois, et pour marquer par sa répétition le rang de chaque mois dans sa tétrade, ne peut en effet avoir qu'un sens symbolique, puisqu'il est impossible astronomiquement que la lune soit nouvelle, ou en croissant, ou dans une même phase quelconque au commencement de chacun des douze mois de l'année. On doit donc considérer simplement les croissants comme des numéros d'ordre, susceptibles d'être remplacés dans chaque tétrade par les signes I, II, III, IIII, qui leur sont en effet souvent substitués sur les monuments.

Dégagée de ce signe purement ordinal, la notation présente l'année partagée en trois divisions égales, chacune de

---

la notation des mois, j'ai pensé qu'en rassemblant les souvenirs des personnes qui l'avaient entendu lire, ou que Champollion avait admises à en prendre une connaissance particulière, on pourrait, non sans utilité, indiquer au moins la marche de démonstration qu'il suivait dans la partie aujourd'hui égarée, et compléter cette indication par un extrait de ce qui reste. J'ai tâché de remplir ce devoir dans une note détaillée que l'on trouvera à la fin de ce Mémoire, et pour laquelle M. Champollion-Figeac a bien voulu me donner la communication la plus obligeante et la plus complète de toute la partie du travail de son frère, qui reste encore entre ses mains.

120 jours, et spécialement désignées, comme M. Champollion l'a fait voir, par les caractères figuratifs de la *végétation*, des *récoltes*, de l'*inondation*. A la suite, et à part de ces trois groupes, les cinq jours complémentaires, appelés *jours célestes*, sont individuellement exprimés par le caractère générique *jour*, accompagné de l'adjectif *céleste* et du nombre ordinal propre à chacun d'eux.

Or c'est précisément de cette manière que l'année agricole se trouve encore aujourd'hui partagée en Égypte, d'après la marche invariable des phases que lui assigne le débordement pu Nil. Selon le témoignage unanime de tous les voyageurs qui ont visité l'Égypte depuis Hérodote jusqu'à la commission française, le Nil commence à croître au-dessous de la dernière cataracte, depuis le solstice d'été, au 21 — 22 juin de notre calendrier fixe. Il se gonfle, se déborde, et dans *l'espace de* 100 *jours*, conséquemment trois mois et dix jours après le solstice, il atteint son maximum. Alors il demeure quelques jours stationnaire, puis il s'abaisse par les mêmes degrés. Dès qu'il se retire, au commencement d'octobre dans la Haute-Égypte, quinze jours plus tard dans le Delta, on sème le blé sans aucun travail sur les terres boueuses que les eaux découvrent. La germination s'opère aussitôt, la jeune plante sort de terre; ainsi donc, 120 ou 125 jours après le solstice, il est exact de dire que la tétrade des eaux est finie, et que la saison de la végétation commence. Mais après une seconde tétrade, en mars, commence la récolte, qui caractérise une troisième tétrade, terminée au solstice d'été suivant, où l'année agricole se trouve accomplie. L'intérêt commercial des temps modernes a su ajouter de nouveaux produits à cette simple agriculture des premiers âges du monde; mais

le cercle des opérations annuelles est resté le même. Il se divise encore en trois tétrades de mois, désignées par les dénominations particulières de cultures d'*automne*, cultures d'*hiver*, cultures d'*été*. Les cultures dites d'automne se font pendant la crue, dans les lieux que les eaux ne peuvent atteindre; les cultures dites d'hiver leur succèdent quand le Nil se retire des terres qu'il a inondées; enfin les cultures d'été s'opèrent pendant les récoltes de céréales, lorsque le Nil est tout-à-fait baissé: aussi exigent-elles des arrosements artificiels. Nous verrons plus loin ces trois divisions retracées avec leurs caractères physiques, et avec les productions qui leur sont propres, sur un tableau antique que M. Champollion a copié dans les tombeaux des rois de Thèbes; mais ici, j'ai pris les divisions des trois tétrades, les opérations qui s'y rapportent, et jusqu'aux noms qui les désignent, dans le Mémoire sur l'agriculture de l'Égypte que notre confrère M. Girard a publié parmi les travaux de la commission française (1).

J'ai besoin d'insister sur la certitude de l'époque et de la durée que j'attribue ici à la crue du Nil. Car on voit bien que c'est ce phénomène, constant dans l'année solaire, qui va nous servir pour y placer la tétrade des eaux. Le nombre de 100 jours que j'ai adopté pour sa durée, est celui d'Hérodote. Il fixe également l'origine de la crue au solstice d'été. Il nous dit qu'il s'était curieusement informé de ces deux

(1) Mémoire sur l'agriculture et le commerce de l'Égypte, par M. Girard. Description de l'Égypte, tome VI; état moderne, II; pages 492, 499, 515.

choses, et l'on sait combien il est un narrateur fidèle (1). Le scholiaste d'Aratus indique des limites pareilles, mais avec une précision moins numérique (2). Toutefois il place l'origine de la crue à la même date de l'année solaire : car il dit qu'elle commence lorsque le soleil entre dans la *dodécatémorie sacrée du Cancer*, ce qui est précisément le lieu qu'atteint cet astre dans les signes mobiles, au solstice d'été; et une coïncidence aussi importante pour l'Égypte explique suffisamment cette consécration de la dodécatémorie du Cancer, laquelle n'a pu être faite qu'après qu'on eut distingué les signes mobiles des constellations fixes. Ptolémée, ou son pseudonyme, indique aussi la même époque initiale de la crue dans le τετραβιβλος. J'ai dû adopter ponctuellement ces traditions anciennes, parce que, exprimant les idées qui étaient répandues alors, ce sont évidemment elles qu'il faut employer pour une application relative aux temps où on les admettait.

Mais indépendamment de ce motif qui leur mériterait la préférence, elles sont en elles-mêmes très-exactes, peut-être plus exactes pour leur époque que celles qu'on pourrait vouloir aujourd'hui leur substituer d'après des expériences plus précises. Les ingénieurs attachés à l'expédition française ont mesuré avec soin les progrès de la crue du

---

(1) Hérodote, Eutetpe, p. 285.

(2) *Schol. ad Arat. Phen.*, v. 443, p. 302 et 104. En comparant ces deux scolies, on voit que, dans la seconde, il y une omission d'une ligne et demie, après les mots Ἐπιφι μῆνα, laquelle est indiquée par une discordance avec les mois romains, qui disparaît lorsqu'on rétablit la continuité du texte.

Nil au Caire pendant deux années consécutives, et les résultats de ce travail sont consignés dans le grand ouvrage sur l'Égypte (1). La première année d'observations place le maximum de la crue 94 jours, la seconde 105 jours, après le solstice d'été. La moyenne donne 100 jours comme Hérodote. Cette époque du maximum semble devoir être plus sûrement comparable que l'origine même du phénomène. Car les premiers indices de l'accroissement du fleuve sont susceptibles d'être modifiés par les constructions locales établies sur ses rives, plus que ne l'est le maximum de ses eaux. Or, précisément les observations des ingénieurs français se faisaient au Caire, où le fleuve s'étend au loin dans les campagnes; et, d'après les différences de temps qui sont indiquées dans le Mémoire de M. Girard pour l'époque où les terres se découvrent à diverses distances de Syène, on conçoit que les premiers indices d'accroissement du fleuve dans la Basse-Égypte doivent être un peu plus tardifs que dans les parties plus élevées. Aussi ont-ils été postérieurs de quelques jours au solstice dans les observations françaises, effet auquel l'imparfait accès de l'eau dans l'emplacement de leur nilomètre a pu également contribuer. Enfin, précisément parce que la crue du Nil est un phénomène physiquement lié à l'année solaire, il doit éprouver, dans la série des siècles, des modifications dépendantes de celles que cette année elle-même éprouve, non dans sa durée totale, qui est presque constante, mais dans la manière dont elle est partagée par les équinoxes et les solstices; car ce mode de partage influe sur la répartition de la chaleur moyenne entre les différents

(1) Description de l'Égypte, tome VII, p. 564-569.

mois, et, par suite, il doit influer sur les pluies périodiques d'où le Nil reçoit sa crue annuelle. Ces considérations devaient donc me porter à employer de préférence les nombres et les époques généralement assignés pour ce phénomène par les anciens, et surtout par Hérodote. Si j'ai poussé le soin jusqu'à faire entrer en considération les changements qu'a dû y causer le déplacement progressif du périgée solaire, on verra plus loin que cette précaution n'était pas sans nécessité.

Toutefois il ne faut pas se méprendre sur l'usage que je ferai de ces données physiques; je ne compte nullement les employer à fixer des dates de temps. J'ai voulu seulement les bien établir pour montrer la complète concordance de la notation égyptienne avec la succession des cultures, aux époques où l'année vague se trouvait convenablement placée dans l'année solaire. En effet, l'année vague transportant successivement son origine dans toute la série des diverses saisons, il a dû nécessairement se trouver des époques où la tétrade marquée du signe de l'eau, répondait au temps de la récolte, et d'autres où la tétrade de la récolte répondait au temps où les eaux couvraient la terre. Lors de ces discordances, la notation des mois n'avait donc plus qu'un caractère de prévision ou de souvenir pour ceux qui l'écrivaient, et qui la sculptaient sur les monuments. Mais il y avait aussi nécessairement d'autres époques où l'ordre de succession des trois tétrades, avec leurs signes symboliques, exprimait l'état physique réel de l'Égypte. Ces époques qui réalisaient la notation vulgaire, sont essentiellement importantes à reconnaître.

Pour y parvenir, il faut placer l'année vague écrite dans

l'année solaire, et déterminer un point qui leur soit commun. On ne peut pas chercher ce caractère précis dans la tétrade de la végétation, non plus que dans la tétrade de la récolte qui expriment des opérations d'une certaine durée, soumises, au moins en partie, à l'arbitraire de l'homme. Mais le commencement de la crue du Nil, fixé par tous les écrivains d'une manière unanime et invariable au solstice d'été, offre un point commun entre l'année écrite et l'année solaire, à l'époque, ou pour mieux dire aux époques successives où elles se sont numériquement accordées. Alors le premier mois de la tétrade de l'eau, ou le 9e de l'année vague, a dû commencer au jour même du solstice d'été; et conséquemment le premier jour du mois de Thoth suivant a dû arriver 125 jours après ce solstice, du moins lorsque l'année vague a eu 365 jours. Ce caractère suffit pour déterminer les dates de toutes les années, soit vagues, soit juliennes, où la concordance dont il s'agit a eu lieu numériquement. Il restera ensuite à fixer quelle est la plus ancienne de ces époques où l'emploi de la notation, et la forme même de l'année à laquelle elle s'applique, se trouvent encore attestés par des documents jusqu'ici découverts. Ce sont là deux questions distinctes, l'une de calcul, l'autre d'archéologie. Je commence par la première.

Pour la résoudre, il n'est besoin d'aucune hypothèse; ce n'est qu'une pure concordance de calendrier. Tous les chronologistes sont d'accord que l'année vague égyptienne fut rendue fixe par Auguste, dans la 25e année avant l'ère chrétienne, laquelle coïncide avec l'année 4689 de la période chronologique imaginée par Scaliger. Le premier jour du mois de Thoth vague se trouva alors répondre au 29 août de

l'année julienne fixe. Si donc on prend cette époque pour point de départ commun de l'année julienne et de l'année vague, et qu'on les fasse retourner toutes deux en arrière selon leurs lois propres, il est clair que l'on connaîtra également leur concordance pour tout autre instant quelconque. On trouve dans l'Art de vérifier les dates une table de ces résultats relativement au premier jour de Thot, dans toute l'étendue possible des années vagues; et la concordance établie pour ce premier jour donne évidemment celle de tous les autres jours de la même année. Comme cette table nous sera sans cesse nécessaire pour ce qui va suivre, je l'ai rapportée à la fin de ce Mémoire avec quelques légères modifications.

Or la concordance de l'année julienne avec l'année solaire vraie est également donnée pour une époque quelconque, par nos tables astronomiques. Donc, si l'on assigne arbitrairement une date julienne, on obtiendra par ces tables le jour correspondant de l'année solaire vraie. Mais, par la table de concordance mentionnée plus haut, on peut connaître aussi le jour correspondant de l'année vague. On aura donc, par ce moyen, la correspondance des dates solaires avec les dates vagues, aux époques quelconques que l'on voudra considérer. Conséquemment l'on pourra voir si le solstice d'été calculé tombe ou ne tombe pas au premier jour du 9e mois vague, comme cela est nécessaire pour mettre ce neuvième mois en concordance exacte avec le commencement de la crue du Nil.

Par exemple, cherchons cette concordance pour une très-ancienne époque, bien connue des chronologistes et des astronomes qui se sont occupés du calendrier égyptien, je

veux dire pour celle du 20 juillet — 2782 du calendrier julien proleptique, en comptant à la manière des chronologistes, ce qui répond à l'an 1932 de la période chronologique de Scaliger. La table de concordance des calendriers julien et vague nous apprend que ce 20 juillet a coïncidé numériquement avec le premier de Thoth, supposé prolongé jusqu'à cette époque. En outre, par sa date julienne, on voit que ce Thoth a dû être héliaque pour la latitude moyenne de l'Égypte. C'était celui-là même que Fréret voulait donner pour origine à l'emploi effectif de la période sothiaque, quoique, j'ose bien le dire, cette supposition n'ait pas pour elle la moindre autorité. Or, si l'on calcule l'époque julienne du solstice d'été pour cette même année julienne, à l'aide des tables du Bureau des longitudes, en déterminant directement les inégalités séculaires par les formules de la Mécanique céleste, comme l'a bien voulu faire M. Gambart, on trouve que ce phénomène a eu lieu le 17 juillet à $13^h, 45' 17''$ de temps moyen compté de minuit sous le méridien de Paris. En sorte que le 20 juillet, et conséquemment le Thoth vague, suivait alors ce solstice à un intervalle de trois jours. Donc, comme la crue du Nil commence toujours au solstice d'été, la première tétrade de mois, commençant par Thoth, se trouvait, à cette époque, correspondre physiquement à la saison des eaux; et pourtant, si la notation de l'année vague était déja usitée alors, cette tétrade de mois devait s'écrire avec le caractère qui exprime la végétation. Par une conséquence nécessaire, la tétrade marquée du signe des récoltes répondait à la végétation, et la tétrade suivante marquée du

signe de l'eau répondait à la saison des récoltes. De sorte que si la notation était alors employée, elle se trouvait en discordance complète avec l'état actuel de la terre d'Égypte.

Mais, puisqu'à cette époque le Thoth vague suivait le solstice d'été à trois jours de distance, il est clair qu'en remontant dans les années antérieures, il suivait le solstice à une distance plus grande; car, par la brièveté relative de sa période, il anticipe continuellement sur l'année solaire. Ainsi, pour trouver l'époque où le Thoth vague était postérieur de 125 jours au solstice d'été, il faut remonter assez haut, par-delà — 2782, pour que l'excès accumulé des années solaires sur les années vagues produise un écart additionnel de 122 jours. Or l'année solaire, à cette époque ancienne, avait pour durée moyenne $365^j,24253$, de sorte que son excès sur l'année vague était $0^j,24253$ (1). Ainsi, en divisant 122 par cet excès,

(1) D'après les formules contenues dans la Mécanique céleste, tome III, page 113, la durée de l'année équinoxiale moyenne, c'est-à-dire dégagée des inégalités périodiques, a été

en — 250; $365^j,242400$
en — 4250; 365 ,242600,

les jours étant des jours moyens.

La relation de l'année vague à l'année équinoxiale moyenne se conclut aisément de ces nombres pour tout l'intervalle de temps qu'ils embrassent. En effet, si l'on désigne par V la durée de l'année vague contenant 365 jours juste, et par S l'année solaire variable aux différentes époques, on aura

en l'an — 250; $1506\,V = 1505.S + 0^j,1880$,
en l'an — 4250; $1506\,V = 1505.S - 0^j,1130$;

ainsi à la plus ancienne de ces époques 1506 années vagues égalaient

on aura le nombre *d'années vagues* qui satisfait au phénomène : ce nombre est 503. En remontant de cet intervalle dans la table de concordance des deux calendriers julien et vague, à partir du 20 juillet 1782, l'accroissement du nombre des années juliennes entières est le même, c'est-à-dire 503, ce qui conduit à l'année julienne — 2782 — 503 ou — 3285. Mais en même temps, le Thoth vague se déplace; et il passe en effet du 20 juillet au 22 novembre. Pour confirmation, si l'on calcule immédiatement le solstice d'été par les tables astronomiques, pour cette année julienne — 3285, on l'y trouve placé au 20 juillet, conséquemment 125 jours juste avant le premier de Thoth vague comme nous l'avons demandé (1). C'est donc là une des époques numériques où la

---

1505 années solaires moins $\frac{19}{100}$ de jour; et à la plus rapprochée, au contraire, 1506 années vagues surpassaient 1505 années solaires de $\frac{11}{100}$ de jour : on peut donc, pour tous les calculs approximatifs, admettre, sans une erreur sensible, que, pendant tout cet intervalle de temps, 1506 années vagues ont été presque exactement équivalentes à 1505 années solaires. C'est le rapport que j'ai employé. Sa valeur nous montre qu'il fallait qu'il s'écoulât 1506 années vagues complètes, et non pas seulement 1460, pour que le Thoth vague revînt à la même époque de l'année solaire, et ramenât les fêtes annuelles dans les mêmes saisons.

(1) S'il s'agissait ici de calculer un phénomène instantané, tel que l'instant précis du solstice, il aurait fallu à la rigueur employer, pour cette réduction, l'année solsticiale *vraie*, qui après de si grands intervalles aboutit à des instants physiques un peu différents de l'année équinoxiale moyenne, à cause du déplacement du périgée. C'est pour cela que le premier Pachon de la dernière époque — 275 ne coïncide pas aussi rigoureusement avec le solstice vrai que les précédentes dont elle est déduite. Il serait très-facile de l'y ramener, d'après l'heure exacte de ce phénomène

notation de l'année coïncidait avec l'état réel de l'Égypte. Je dis une époque numérique, n'ayant dû chercher ici d'abord que les relations abstraites des nombres entre eux, sans examiner si la notation de l'année était ou n'était pas déja employée alors.

Maintenant, puisque nous avons dit qu'à ces époques anciennes, et jusqu'à peu de siècles avant l'ère chrétienne, 1506 années vagues étaient sensiblement égales à 1505 années solaires moyennes, il est clair qu'en remontant ou en descendant d'une ou plusieurs de ces périodes dans la série des temps, on obtiendra toutes les autres époques possibles où la notation de l'année vague s'est également retrouvée d'accord avec la nature, le solstice d'été revenant en coïncidence

---

telle qu'elle est calculée et insérée dans notre tableau. Mais cette exagération d'exactitude eût été sans utilité pour l'objet qui nous occupe, et je m'en suis dispensé.

Lorsque l'on calcule ainsi des phénomènes astronomiques par les tables, pour des dates que la chronologie assigne, il faut se rappeler que les chronologistes sont dans l'usage de désigner par 1 ou plutôt par —1 la première année qui précède l'instant physique où l'ère chrétienne commence, tandis que les astronomes dans leurs tables marquent 0 cette année-là. Par une conséquence nécessaire, le rang d'une année quelconque, antérieure à l'ère chrétienne, est toujours marqué par une unité de plus dans les dates chronologiques que dans les dates astronomiques. Pour les années postérieures à l'ère chrétienne, les chronologistes et les astronomes comptent les années de la même manière. Le tableau suivant exprime la concordance de ces deux méthodes. On y a marqué de la lettre B les années qui sont bissextiles dans l'une et l'autre manière de compter. En outre, j'y ai joint l'indication des années correspondantes dans la période chronologique de Scaliger. Cette période artificielle, d'un usage très-fréquent en chronologie, procède, comme on sait, par année juliennes in-

avec le premier jour de Pachon vague. Ces époques, réunies à la première que nous venons de déterminer, et exprimées comme elle en dates juliennes, *comptées à la manière des chronologistes,* sont comprises dans le tableau suivant. J'ai joint à chacune la date julienne du Thoth vague tirée de la table de concordance, et les dates également juliennes du solstice d'été, calculées par M. Gambart avec la même précaution déja indiquée de déterminer directement les valeurs des inégalités séculaires par les formules théoriques. Car les tables solaires usuelles étant seulement préparées pour calculer les

---

tercalées, dont la 4713e est supposée finir à l'instant physique auquel l'ère chrétienne commence. Du reste, dans ces trois systèmes, les années correspondantes commencent et finissent en même temps.

Dates des années juliennes commençant au 1er janvier.

Selon les chronologistes.	Selon les astronomes.	Années correspondantes de la période de Scaliger.
etc.	etc.	etc.
— 6	— 5	4708
— 5 B	— 4 B	4709
— 4	— 3	4710
— 3	— 2	4711
— 2	— 1	4712
— 1 B	— 0 B	4713 B
Instant ——— *physique*	——— *où l'ère*	——— *commence.*
+ 1	+ 1	4714
+ 2	+ 2	4715
+ 3	+ 3	4716
+ 4 B	+ 4 B	4717 B
+ 5	+ 5	4718
etc.	etc.	etc.

On voit que dans la manière de compter des astronomes la bissextile s'applique à toutes les années juliennes, antérieures ou postérieures à l'ère, dont le rang est divisible par 4. Cette règle s'applique également

observations astronomiques jusqu'à présent connues, lesquelles sont bien éloignées de remonter à une antiquité si haute, les expressions approximatives qu'on a pu y employer pour les valeurs des inégalités séculaires, donneraient ici des erreurs dont il convient de se garantir par un calcul direct.

ÉPOQUES chronologiques auxquelles la notation de l'année a coïncidé avec l'état physique de l'Égypte.

ANNÉE DE LA PÉRIODE JULIENNE de Scaliger.	ANNÉE DE L'ÈRE CHRÉTIENNE, date chron.	DATE DU THOT VAGUE.	DATE DU SOLSTICE D'ÉTÉ.	TEMPS MOYEN A PARIS compté de minuit.
— 76	— 4790	4 décembre.	1er août.	
+ 1429	— 3285	22 novembre.	20 juillet.	16h. 31'. 59",7.
2934	— 1780	11 novembre.	9 juillet.	6. 13. 57,4.
4439	— 275	31 octobre.	27 juin.	9. 14. 15,8.

Il est possible que ce tableau dépasse l'étendue des temps

---

aux dates des chronologistes pour cette dernière classe d'années. Mais lorsque les dates chronologiques sont antérieures à l'ère, il faut, pour trouver les années bissextiles, retrancher 1 de leur rang et voir si le reste est divisible par 4.

L'une et l'autre manière de compter s'étend sans modification à toutes les années quelconques qui précèdent l'ère. Pour celles qui suivent, il y a une modification brusque en + 1582 : c'est la réforme grégorienne qui, au-delà du 4 octobre de cette année-là, ajoute tout à coup dix jours à la date julienne, et en outre, supprime ultérieurement la bissextile dans toutes les années séculaires dont le nombre de siècles n'est pas divisible par 4, telles que les années séculaires 1700, 1800, 1900 ; la conservant dans l'an 2000. Les tables astronomiques actuelles se construisent conformément à ces conditions, c'est-à-dire que les dates y sont supposées grégoriennes après 1582 indéfiniment.

où l'année vague de 365 jours a été réellement en usage. Le calcul qui nous l'a donné indique seulement des concordances numériques. C'est à l'archéologie qu'il appartient de fixer, parmi ces époques, les limites auxquelles on peut remonter avec certitude, d'après les monuments jusqu'ici connus. Toutefois, la rétrogradation purement numérique de la notation égyptienne amène ici une singulière rencontre. C'est la coïncidence, jour pour jour, du solstice d'été de l'an —3285, avec le 20 juillet julien, conséquemment avec le lever héliaque de Sirius, en Égypte. Pour savoir à quel point cette rencontre était exacte, j'ai calculé la position de Sirius pour cette année-là, au moyen des méthodes les plus précises que l'astronomie puisse fournir (1). J'ai cherché alors quelle longitude cette position assignait au soleil au moment du lever héliaque sous la latitude de 30°, qui était celle de Memphis et d'Héliopolis; car, pour de si anciennes époques, on ne peut pas placer le centre de la religion dans les parties les plus basses de l'Égypte. Enfin, dans ce calcul, j'ai employé l'arc de 11° pour l'abaissement du soleil sous l'horizon, au moment où l'étoile devient visible, ce qui est précisément la valeur adoptée par Ptolémée pour l'Égypte, comme la démontré M. Ideler (2). Avec tous ces soins, j'ai trouvé le soleil exactement solsticial en —3285, le jour du lever héliaque de Sirius à Memphis. Or, que le solstice arrivât aussi cette année-là le 20 juillet julien, c'est ce qui ne fait pas non plus

(1) J'ai employé pour ce calcul les mêmes formules que j'ai données dans mes Recherches sur l'astronomie égyptienne, page 296.

(2) Mémoire sur le calendrier de Ptolémée, par M. Ideler, traduit par Halma, p. 9.

de doute; car M. Bouvard a calculé de nouveau ce phénomène, en introduisant dans les formules les valeurs les mieux rectifiées des masses des planètes, ainsi que le nombre récemment adopté par M. Bessel, pour la constante de la précession ; il n'en est résulté qu'une différence de quelques minutes sur le lieu du soleil au même instant (1). Enfin, la coïncidence de ce 20 juillet julien avec le premier jour de Pachon vague ne souffre pas davantage d'incertitude, étant une simple concordance numérique du calendrier. On doit donc regarder comme indubitable qu'en l'an — 3285, Sirius se leva héliaquement sous le parallèle de Memphis le 20 juillet, le jour même du solstice d'été ; et qu'en même temps la notation égyptienne des mois, d'accord avec les phénomènes solaires, marquait, à ce même jour, au même 20 juillet, le commencement solsticial de la crue du Nil.

Pour bien sentir ce que la rencontre de ces trois faits a de remarquable, il faut considérer que le concours du lever héliaque de Sirius avec le solstice d'été a subsisté, non pas exactement, mais approximativement durant plusieurs siècles, avant et après l'époque de — 3285. Car en 500 ans, par exemple, ces levers n'ont dû s'écarter du solstice que de

(1) Voici, d'après ces calculs de M. Bouvard, les dates juliennes du solstice d'été aux trois époques de coïncidence, exprimées en temps moyen du méridien de Paris :

— 3285 ; 20 juillet à $20^h.38'.30'',5$
— 1780 ; 9 juillet 9 . 6 .53 ,1
— 275 ; 27 juin 10 .57 .44 ,4.

Ces calculs ont été faits d'ailleurs avec les tables du soleil de Delambre rectifiées pour les équations séculaires.

trois ou quatre jours; et, comme leur observation comporte au moins cette limite d'incertitude, il s'ensuit que, pendant cinq ou six siècles, avant et après l'époque précise de — 3285, Sirius pouvait, sans erreur sensible, être considéré comme se levant héliaquement au solstice d'été. Or, que dans tout ce long intervalle, le point précis mathématique du lever héliaque solsticial, soit aussi celui où la notation égyptienne des mois est en concordance rigoureuse avec le soleil, de sorte que le commencement de la crue du Nil s'y trouve exactement écrit pour ce même solstice, sans erreur d'un jour, c'est un accord qui peut difficilement s'attribuer au simple hasard des nombres, et qui offre bien plutôt l'apparence d'un arrangement volontairement établi. Mais alors, pour faire cet arrangement si juste, il devient nécessaire de supposer des observations de levers héliaques et de solstices, suivies long-temps avant l'époque où on le trouve réalisé, c'est-à-dire avant — 3285. Car il n'a pu l'être si exactement que par des moyennes prises entre de nombreux résultats. L'imagination hésite à remonter vers une antiquité de tant de siècles; et cependant l'accord du lever héliaque de — 3285 avec l'indication du solstice dans la notation pour cette même année, n'a pu être établi après coup, puisqu'il faudrait alors qu'en créant la notation de l'année vague, on l'eût exprès disposée de telle sorte, qu'en retournant en arrière, elle remontât juste au lever héliaque de — 3285, ce qui eût été bien plus difficile encore que de l'y adapter au moment même. Quoi qu'il en puisse être, les cinq ou six siècles qui précédèrent et qui suivirent cette époque mémorable, comprennent l'intervalle de temps pendant lequel durent naître en Égypte les traditions qui, associant le lever

héliaque de Sirius avec le commencement de la crue du Nil, firent considérer cet astre comme le principe excitateur des eaux du fleuve, et comme portant avec lui la fécondité. Ce fut alors seulement qu'il put intéresser assez pour devenir l'objet d'un culte qui l'associait à tous les mystères, et le retraçait dans tous les monuments. Ces idées n'avaient pas pu naître à des époques fort antérieures; car alors le lever héliaque de Sirius précédait de plus en plus le commencement même le plus faiblement perceptible de la crue du Nil; et elles ne peuvent pas davantage être nées à des époques fort postérieures, car dès lors le lever héliaque s'éloignant du solstice en sens contraire, retarda graduellement sur ce phénomène, au lieu de le précéder, de manière qu'en — 1780 il lui était déja postérieur de 11 jours, et de 23 jours en — 275 sous les Ptolémées. Il n'y a donc réellement que l'époque de — 3285 qui ait pu, selon la vieille tradition rapportée par Phorphyre, faire considérer par les Égyptiens Sirius comme ayant présidé à la naissance du monde. Ainsi, l'antiquité de la tradition qui nous les a transmises se trouve bornée par la date rigoureuse du phénomène physique qui leur a donné naissance. N'est-il pas frappant de voir la notation si simple, je dirais presque si naïve, de l'année égyptienne, remonter, par ses périodes révolutives, précisément à l'époque exacte de ce phénomène traditionnel?

Toutefois la rigueur du raisonnement exige que nous suspendions ici un moment ces déductions. Nous n'avons, comme je l'ai dit, aucune preuve archéologique qui constate matériellement l'emploi de l'année vague avec ses cinq épagomènes jusqu'à une époque aussi reculée que — 3285. Si, comme les traditions religieuses l'attestent, et, comme cela est très-

vraisemblable, l'année égyptienne a été d'abord de 360 jours, ses révolutions rétrogrades nous conduiraient-elles également au même phénomène où nous mène l'année vague supposée de 365 jours? et y trouverions-nous de même la notation des douze mois en coïncidence avec la nature? Ce sont là des questions qu'il est très-important d'examiner.

Remarquons d'abord que la notation égyptienne n'offre rien que de conforme à une pareille année de 360 jours, divisée en douze mois égaux. Elle s'y applique même mieux, et plus immédiatement qu'à une année de 365 jours, puisque, pour l'adapter à cette dernière, il faut isoler de la notation les cinq épagomènes et les noter par des caractères distincts. Dans ces premiers âges d'une civilisation naissante, une année de 360 jours, divisée en trois tétrades de mois égaux, comme la notation les marque, exprimait, en Égypte, la série annuelle des opérations agricoles avec une fidélité qui a dû long-temps suffire.

D'après la durée de l'année solaire à ces époques anciennes, la notation ainsi appliquée revenait d'elle-même en coïncidence avec le soleil, conséquemment avec le Nil, après des intervalles réguliers de 69 et 70 années de 360 jours, en plaçant un intervalle de 69 entre deux de 70. Cette période, naturellement alternée, est si exacte, qu'elle ne donnerait pas un demi-jour d'erreur après 2000 années solaires (1). Il y avait

---

(1) La démonstration de ces résultats est bien facile. En effet, représentons par s la valeur de l'année solaire moyenne qui, selon la Mécanique céleste, devait être, vers l'an — 2000, $365^{j},2425$, et représentons par v la petite année vague de 360 jours. Nous aurons ainsi

$$v = s - 5^{j},2425;$$

aussi des Thots qui coïncidaient avec le lever héliaque de Sirius; et ils revenaient de même, comme je l'ai dit plus haut,

---

de là on tire, par de simples multiplications,

$$69\,v = 68 . S + 3^{j},5100,$$
$$70\,v = 69 . S - 1,7325.$$

Le second écart est presque exactement la moitié du premier, et de sens contraire; on peut donc les faire servir à se corriger mutuellement. En effet, si l'on prend une fois la première équation et deux fois la seconde, on aura, en les ajoutant,

$$209\,v = 206 . S + 0^{j},0450,$$

et il est évident que cette combinaison donnerait seulement $0^{j},45$ d'erreur sur 2060 années solaires; la période obtenue qui en résulte sera donc ordonnée en petites années vagues comme il suit:

70; 69; 70 | 70; 69; 70 | 70; 69; 70 |

En supposant que la première de toutes ces petites années soit en coïncidence solaire, de sorte que le solstice d'été s'y trouve exactement au premier jour du mois de Pachon, lorsqu'il se sera écoulé 70 années, comprenant 69 solstices d'été, ce phénomène ne se retrouvera pas exactement au premier Pachon de la période suivante; il lui sera postérieur de $1^{j},7325$; mais après 69 autres années vagues écoulées, l'erreur sera en sens contraire; le solstice d'été précédera d'une quantité égale à $+3,5100 - 1,7325$ ou $+1^{j},7775$; et cette avance sera réduite à $0^{j},045$ après les 70 années qui suivront. En continuant ainsi le calcul pour les périodes successives, et tenant toujours compte de l'écart restant au commencement de chaque période, on trouvera le solstice d'été oscillant toujours ainsi à la fin de chacune d'elles autour du premier Pachon vague; et en 2090 petites années vagues, comprenant 2060 solstices, le plus grand écart sera de $+2^{j},1825$; cela arrivera *au commencement* de la dernière période de 70 années, *à la fin* de laquelle l'erreur se trouvera réduite à $+0^{j},45$. Cette différence étant encore insensible dans toutes les applications usuelles, la notation de l'an-

après des intervalles périodiques de 69 et 70 années, mais alternés d'une manière un peu différente, telle qu'il y avait juste sept Thots héliaques en 487 ans. C'est le cycle caniculaire à courte période que j'ai précédemment annoncé. Il montre combien il y a peu de solidité dans les systèmes chronologiques qui se fonderaient sur l'existence des Thots héliaques, aux deux époques uniques de -1322 et -2782. Car ces Thots ne sont en effet uniques que dans l'hypothèse qu'on employât dès lors, en Égypte, l'année de 365 jours; et c'est ce que rien ne peut jusqu'à présent établir, pas même la notation que M. Champollion a découverte, puisqu'elle ne s'adapte que mieux à une année de 360 jours. Au reste, cela même lui donne plus de prix encore en ne mettant aucune borne à son antiquité.

Quoi qu'il en soit, lorsqu'une connaissance plus parfaite de l'année solaire, ou tout autre motif que l'on voudra imaginer, détermina l'adoption d'une année de 365 jours, il n'y eut rien autre chose à faire que d'ajouter à la fin d'une année quelconque, en dehors de la notation primitive, cinq épagomènes, désignés par des signes distincts; après quoi, on laissa courir la nouvelle forme d'année. Le changement put donc se faire de la manière du monde la plus simple, sans science, sans calcul, et toutefois sans jeter dans les rites religieux ni dans les dates un seul jour de discontinuité. A quelle époque s'opéra-t-il? C'est une question sur laquelle on ne peut réunir que des probabilités;

---

née, pendant tout ce long intervalle, devait sembler revenir périodiquement en coïncidence avec l'ordre des cultures; mais elle s'en écartait aussi très-rapidement, et ce fut vraisemblablement le désir de l'y retenir plus long-temps attachée qui fit imaginer les épagomènes.

mais elle est capitale pour toute la chronologie égyptienne. Voyons si les documents découverts par M. Champollion pourraient nous offrir à cet égard quelque indice.

Les dates des Thots héliaques employées implicitement par Censorin et par Théon d'Alexandrie, font remonter l'emploi des 365 jours au moins jusqu'à l'année julienne proleptique 1322; et les caractères des épagomènes découverts par M. Champollion sur certains monuments reculent encore cette époque de plusieurs siècles. Maintenant, lorsqu'on allongea l'année de 360 jours, sans rien changer à la notation usuelle, qui nous est ainsi parvenue dans toute sa simplicité primitive, on dut avoir pour but de rendre cette notation, sinon plus fidèle (elle ne pouvait l'être), du moins plus longtemps concordante avec l'état physique de l'Égypte qu'elle était destinée à représenter. On dut conséquemment lui ajouter les épagomènes à une époque où elle se trouvait en coïncidence, dans l'intention, ou du moins dans l'espérance de l'y maintenir, c'est-à-dire de manière que l'année modifiée qui suivait, conservât cette coïncidence que l'année de 360 jours allait perdre. Ceci nous donne une condition numérique de l'époque à laquelle le raccordement s'est opéré. Car, puisque l'année nouvelle est venue vers nous depuis lors, avec sa période révolutive de 365 jours, il n'y a qu'à la faire retourner en arrière par une computation rétrograde; et lorsque nous la trouverons en coïncidence avec le Nil, nous saurons que c'est là une des époques où le changement d'année a pu s'opérer. La première de ce genre qui se rencontre au-delà de 1322, c'est celle de 1780, qui dépasse à peine de trois siècles l'existence jusqu'ici reconnue des épagomènes sur les monuments. Ce peut donc être là l'époque à laquelle ils ont

été introduits; et pour en trouver une autre caractérisée de la même manière, il faut continuer l'année de 365 jours jusqu'à la coïncidence immédiatement antérieure, c'est-à-dire jusqu'à l'année julienne-3285. Je ne prétends pas décider entre les deux époques. Il serait même impossible d'affirmer mathématiquement que la réforme égyptienne a été réellement effectuée d'après le principe rationnel que je viens de prendre pour base; mais on peut dire du moins que dans ce cas, sa simplicité, son exactitude, auraient été parfaitement conformes à l'esprit habituel de ce peuple, ainsi qu'au sens de la notation qu'il employait. Il est d'ailleurs évident qu'il n'y a rien, dans les concordances du calendrier vague avec le nôtre, qui y répugne en aucune manière, puisque l'on part de ces concordances mêmes pour remonter à l'époque du raccordement.

Concevons donc un moment qu'il en ait été ainsi; et, partant de l'année-1781 ainsi réduite, remontons de là, par une suite d'années vagues de 360 jours, jusqu'à l'époque traditionnelle où le solstice d'été et le lever héliaque de Sirius se trouvaient en coïncidence avec le commencement de la crue du Nil, afin de voir comment la notation de l'année s'y adaptera. Rien n'est plus facile, puisque nous adoptons l'année julienne-1781 pour le point de départ rétrograde des années de 360 jours, et que nous plaçons alors la notation en coïncidence avec l'état de l'Égypte, ce qui met le solstice au premier de Pachon. Car on peut remonter de ce point à toutes les coïncidences antérieures, d'après le rapport qui existe entre l'année de 360 jours et l'année solaire qui règle la crue du Nil. Or, en faisant ce calcul, on est conduit, non pas précisément à l'année julienne-3285, où mène l'année de

365 jours prolongée, mais à-3291, qui n'en diffère que de six ans juliens (1). Ainsi, pour cette date si ancienne, le solstice

---

(1) Pour démontrer ce résultat, nommons toujours V l'année vague de 365 jours, et v celle de 360; la relation de ces nombres donne

$$73\,v = 72\,V;$$

en multipliant les deux nombres de cette égalité par 21, on en tire

$$1533.v = 1512\,V.$$

Cela nous montre que si la petite année vague se trouve une fois en coïncidence avec la grande, Thoth pour Thoth, cette coïncidence se reproduira encore après un intervalle de 1512 V.

Maintenant reportons-nous à l'année vague V qui concorde avec l'ép que julienne — 1780, et admettons que ce soit à la fin du dernier mois de cette année-là que l'on ait ajouté les épagomènes. La petite année v, usitée précédemment, peut donc être censée avoir été alors en coïncidence avec V pendant ses douze mois. Ainsi, en les faisant retourner toutes deux en arrière selon leurs lois propres, le même phénomène de coïncidence devra se retrouver encore après une rétrogradation de 1512 V; de sorte qu'à cette époque antérieure, V et v se confondront de nouveau pendant leurs douze mois. Mais, d'après le tableau des solstices, une rétrogradation de 1506 V est équivalente à 1505 années solaires vraies. L'année V se retrouve donc alors en coïncidence solaire, ce qui y ramène le solstice d'été au premier de Pachon. Conséquemment ce concours n'existe plus à une date antérieure de 6 V, et le solstice d'été s'y trouve précéder le premier Pachon de $1^j,5$, à raison d'un quart de jour à peu près par année. Tel est donc aussi alors son écart du premier Pachon de l'année v; et le lever héliaque de Sirius se trouve placé de même, puisqu'il ne s'écarte pas sensiblement de l'année solaire en si peu de temps. On voit donc qu'en supposant à ces anciennes époques l'usage de la petite année vague de 360 jours, on retrouverait encore la notation des douze mois en concordance solaire vers l'année julienne — 3291, le lever héliaque de Sirius étant sensiblement solsticial; et de là, cette petite année redescendant vers nous, viendrait reprendre en

d'été se serait encore trouvé répondre au premier jour du huitième mois de l'année vague supposée de 360 jours; et le lever héliaque de Sirius n'en aurait mathématiquement différé que d'un jour et demi, ce qui est tout-à-fait insensible pour un phénomène semblable. Voilà donc l'année de 360 jours, qui, rattachée à l'année de 365 par le mode de raccordement le plus vraisemblable, nous ramène encore à l'époque si naturellement traditionnelle pour l'Égypte, où Sirius se levant héliaquement au solstice d'été, présidait au commencement de la crue du Nil. Et la notation égyptienne, conduite ainsi par rétrogradation depuis sa concordance actuelle avec nos dates jusqu'à cette époque primitive, sans discontinuité d'un seul jour, s'y retrouve en exacte coïncidence avec l'état agricole qu'elle était destinée à représenter. Elle y serait également encore, comme on l'a vu plus haut, si l'on prolongeait l'année de 365 jours jusqu'à la coïncidence ultérieure de-3285. Ainsi, toutes les voies nous ramènent concurremment au même terme. Il est vrai que nous prenons ici pour guide le motif rationnel que nous avons donné à l'introduction des épagomènes. Car si l'on voulait supposer un simple raccordement numérique entre les deux formes d'années, sans aucun égard aux coïncidences de la notation, il est clair que, mathématiquement parlant, les épagomènes auraient pu être ajoutés à la fin d'une année quelconque de 360 jours, sans qu'il restât aucun indice de l'époque de leur introduction. Mais alors elle aurait été sans but, puisqu'elle n'aurait pas donné à la notation une coïncidence plus parfaite avec la nature et qu'elle l'en aurait

— 1780 une nouvelle coïncidence, mais cette fois rigoureuse, à laquelle l'addition des épagomènes pourrait s'opérer.

même éloignée. On ne peut guères avec probabilité, supposer que chez un tel peuple, l'addition des épagomènes ait été faite sans motif, et surtout sans choisir une de ces occasions particulièrement favorables où la notation usuelle se trouvait concordante avec la nature; ce qui revenait toutes les 69 ou 70 années, comme nous l'avons expliqué plus haut.

Lors donc que l'année égyptienne se trouva de 365 jours, si, comme nous venons de le dire, elle fut changée à une époque de coïncidence, elle ne s'eloigna plus si rapidement des phases naturelles que la crue du Nil assigne aux cultures de l'Égypte. Mais, par une conséquence nécessaire, quoique, peut-être, on ne sût pas la prévoir alors, une fois écartée de ce phénomène, elle ne devait plus le rejoindre qu'après quinze siècles. Pour la ramener à la coïncidence, quand on la vit s'éloigner, il aurait fallu rompre la continuité de la série des jours, en ajoutant de temps en temps à l'année écrite ce dont elle était trop en avance, exactement l'inverse de ce que nous autres modernes avons fait pour les dix jours de la réforme grégorienne; ou bien, il aurait fallu appliquer périodiquement, comme nous, à l'année vague, une intercalation qui aurait limité ses écarts à des variations insensibles. Or, l'année vague de 365 jours était nécessairement tout-à-fait hors de coïncidence quand on reconnut son écart progressif; et pour que cet écart, qui n'était pas d'un jour en quatre ans, fût devenu indubitable, il fallait qu'elle eût déja accompli un certain nombre de révolutions, peut-être 40 ou 50, ce qui avait ramené autant de fois et périodiquement les mêmes mois, les mêmes jours, conséquemment les mêmes fêtes religieuses, puisqu'ils les attachaient fixément aux jours de l'année vague. Dès lors, les deux genres de réforme qui

auraient pu ramener la notation et la maintenir en coïncidence avec la nature, se trouvaient devenus inadmissibles dans le système de la religion égyptienne, lequel s'était emparé de chaque jour de l'année vague pour y attacher un symbole mythique. Tout ce système eût été bouleversé de fond en comble, si l'on eût interrompu d'une manière quelconque la marche successive des jours. La notation habituelle de l'année, fixée ainsi dans son écart, n'aurait plus jamais offert aucun sens de prévision ou de souvenir. Il fallut donc se résoudre à laisser marcher l'année telle qu'on l'avait admise lors de l'introduction des cinq épagomènes, pour lesquels il avait fallu faire naître autant de nouveaux dieux; sauf à expliquer son dérangement progressif, comme Géminus nous le rapporte, par quelque défaite tirée de la religion. Ces considérations, résultant de la forme même de l'année vague et de sa connexion avec les doctrines religieuses, font parfaitement concevoir la résistance obstinée des Égyptiens à tout changement dans leur année mobile, et à toute intercalation qui l'aurait fixée. Car, ainsi que s'en plaint Jamblique, après l'intercalation alexandrine introduite partout, et devenue irrévocable, une telle perturbation enlevait aux prières toute leur force en ôtant aux jours leurs noms sacrés. Mais peut-être devons-nous à ces préjugés la transmission de temps la plus longue et la plus continue qui ait été notée dans les annales des générations humaines. D'où l'on peut comprendre quel intérêt et quelle persévérance il faut mettre à retrouver, s'il est possible, dans les monuments égyptiens de toutes les sortes, des dates aussi éloignées que celles dont leurs annales religieuses ont pu conserver le souvenir.

Nous venons d'analyser la notation de l'année égyptienne

en elle-même, sans y mêler aucun document étranger. Après avoir reconnu la succession des phénomènes naturels qu'elle exprime, nous en avons remarqué un qui est fixe dans l'année solaire, et il nous a servi de lien pour y rattacher l'année vague, non par aucune hypothèse quelconque, mais par une simple concordance de calendrier. Nous avons vu alors que la notation revenait périodiquement en concordance avec l'état des cultures après de certains intervalles dépendant du nombre de jours 360 ou 365 dont l'année a été successivement composée. En faisant remonter ainsi l'année de 365 jours, soit seule, soit raccordée à l'année de 360, dans la circonstance la plus rationnellement favorable, nous avons été également conduits à une ancienne époque, qui fut particulièrement remarquable pour l'Égypte par la concordance du solstice d'été avec le lever héliaque de Sirius, deux phénomènes qui, depuis séparés, restèrent pour toujours des objets d'observation et même de culte, comme le prouvent les traditions et les monuments. Pour cette époque, que je nommerai primitive ou normale, parce qu'elle put être, qu'elle fut en effet rappelée depuis comme l'origine des temps, nous avons trouvé la notation de l'année en coïncidence parfaite avec l'ordre de succession des cultures qu'elle était destinée à exprimer. Nous allons maintenant reconnaître l'expression de coïncidences pareilles, dans les tableaux antiques que M. Champollion a décrits et qui représentent la série des douze mois avec leurs noms et leurs caractères mythiques. Enfin nous chercherons à discerner si ces tableaux représentent une coïncidence quelconque de la notation avec l'état physique de l'Égypte, ou s'ils ne s'appliqueraient pas plus spécialement à celle de l'époque normale et primitive où Sirius s'accordait avec le solstice pour annoncer l'inondation.

Pour cet examen, il nous sera utile d'avoir sous les yeux le tableau des nombres de jours qui séparaient les équinoxes et les solstices, aux diverses époques que nous aurons ainsi à considérer. Voici ces nombres, tels que M. Gambart les a déduits des tables solaires. Je me suis borné à y conserver les centièmes parties du jour, ce qui est plus que suffisant pour discuter des représentations graphiques; mais j'y ai joint en outre les instants précis du solstice d'été et de l'équinoxe vernal déterminés par M. Bouvard, pour servir au besoin de base à des calculs plus rigoureux. Ces instants sont exprimés en temps moyen, compté au méridien de Paris.

Durées des quatre saisons de l'année solaire pour l'année julienne — 3285.

	j
Intervalle : Du solstice d'hiver à l'équinoxe vernal : Hiver........	92,88
De l'équinoxe vernal au solstice d'été : Printemps....	93,93
Du solstice d'été à l'équinoxe automnal : Été.........	89,70
De l'équinoxe automnal au solstice d'hiver : Automne.....	88,73
De là on déduit :	
Intervalle : Du solstice d'hiver au solstice d'été suivant.............	186,81
Du solstice d'été au solstice d'hiver suivant.............	178,43

Équinoxe vernal le 17 avril à 22^{h}. 19$'$. 20$''$; T. M. à Paris, compté de minuit, correspondant au 27 Toby vague, même heure.

Solstice d'été, le 20 juillet à 20^{h}. 38$'$. 30$''$; correspondant au 1er Pachon vague, même heure.

Durées des quatre saisons de l'année solaire pour l'année julienne — 1780.

	j
Intervalle : Du solstice d'hiver à l'équinoxe vernal : Hiver........	91,67
De l'équinoxe vernal au solstice d'été : Printemps....	94,30
Du solstice d'été à l'équinoxe automnal : Été.........	90,96
De l'équinoxe automnal au solstice d'hiver : Automne.....	88,31
D'où l'on déduit :	
Intervalle : Du solstice d'hiver au solstice d'été suivant............	185,97
Du solstice d'été au solstice d'hiver suivant..........	179,27

Équinoxe vernal le 6 avril à 1^{h}. 52$'$. 50$''$, correspondant au 27 Toby vague, même heure.

Solstice d'été, le 9 juillet à 9^{h}. 6$'$. 53$''$; correspondant au 1er Pachon vague.

Durée des quatre saisons de l'année solaire pour l'année julienne — 275.

		j
Intervalle :	Du solstice d'hiver à l'équinoxe vernal : Hiver........	90,35
	De l'équinoxe vernal au solstice d'été : Printemps....	94,07
	Du solstice d'été à l'équinoxe automnal : Été.........	92,23
	De l'équinoxe automnal au solstice d'hiver : Automne.....	88,59
De là on déduit :		
Intervalle :	Du solstice d'hiver au solstice d'été suivant.............	184,42
	Du solstice d'été au solstice d'hiver suivant............	180,82

Équinoxe vernal le 25 mars à 9^h. 14'. 50"; correspondant au 26 Toby, même heure.
Solstice d'été, le 27 juin à 10^h. 57'. 44"; correspondant à la veille du 1er Pachon vague, ou au 30 Pharmouti, même heure.

Les trois époques auxquelles ces nombres se rapportent sont celles de trois coïncidences de la notation avec l'année solaire. Ainsi, pour placer la notation dans ces années, il faut concevoir le solstice d'été coïncident avec le premier jour du mois de Pachon; car tel est le caractère physique et numérique qui a été employé pour déterminer spécialement les trois époques dont il s'agit.

On voit qu'à ces trois époques l'intervalle du solstice d'hiver au solstice d'été suivant a été plus grand que l'intervalle du solstice d'été au solstice d'hiver qui suivait : mais la différence a été inégale.

Elle s'est trouvée en	— 3285 de	8^j 38
	— 1780	6^j 70
	— 275	3^j 60

Ce phénomène tient au déplacement du périgée solaire dont la longitude était :

En	— 3285	6^s	13°	31'	57"	Le jour du solstice d'été.
	— 1780	7	8	41	54	
	— 275	8	4	5	34	

Le périgée se déplaçant, l'ellipse solaire se trouve partagée par la ligne des équinoxes et des solstices en quatre secteurs d'inégale surface, ce qui produit l'inégalité du temps employé par le soleil à les parcourir. On voit qu'en 1780, le grand axe de l'ellipse approchait beaucoup de faire avec la ligne des équinoxes, un angle de 45°. Cette circonstance, qui rend la durée du printemps un maximum, a déterminé ici sa durée presque constante, pendant les trente siècles que nos trois époques embrassent.

Tableau des mois à Edfou.

Edfou, autrefois *Apollonopolis magna,* n'est plus aujourd'hui qu'un village de la Thébaïde, situé, selon les observations de Nouet, par 24° 58′ 43″ de latitude boréale, et 30° 33′ 44″ de longitude à l'orient de Paris. C'est là qu'existe encore, mais à demi enseveli sous les décombres, un ancien temple tout couvert de scupltures, parmi lesquelles se trouve le tableau des mois que nous allons discuter, et qui est représenté fig. 1, d'après une copie dessinée sur les lieux par Champollion lui-même.

L'axe du temple, relevé à la boussole par la commission d'Égypte, se dirige à peu près du sud au nord. Le tableau des mois fait partie d'une frise continue, sculptée au-dessus d'un portique faisant face au sud. Lorsque le spectateur regarde cette frise, ayant la figure tournée vers le nord, elle lui présente une suite de personnages qui marchent dans un même sens, de sa droite vers sa gauche, conséquemment de l'est vers l'ouest, dans le sens du mouvement diurne du ciel. La portion de la scène qui occupe la moitié de gauche

n'a pas encore été interprétée; mais, sur la moitié de droite, Champollion a reconnu, en partant de la gauche ou de l'extrémité ouest, d'abord les trente jours du mois personnifiés avec leurs noms propres; puis, en revenant vers l'est, les douze mois, aussi avec leurs noms et les personnages qui y président comme la fig. 1 les représente; enfin trois figures de femme, de taille beaucoup plus haute, se tenant par la main, et la dernière de droite se retournant comme pour rejoindre les premiers personnages de la scène. Le nom de ces trois femmes, *déesses du ciel,* et leur taille plus grande, semblent indiquer les trois saisons égyptiennes, complétant ainsi le tableau des divisions de l'année (1).

J'oublie un moment les concordances périodiques que nous venons de découvrir entre l'état agricole de l'Égypte et la notation usuelle de l'année vague. Je ne vois d'abord ici qu'un tableau, dans lequel les douze mois égyptiens personnifiés, sont rangés à la suite les uns des autres, dans l'ordre successif qui compose une année complète, commençant au mois de Thoth et finissant à Mésori. Les noms mêmes des mois écrits dans cet ordre, à côté des figures, ne laissent aucun doute sur leur correspondance avec chacune d'elles. D'après la disposition de celles-ci sur le portique, leur marche suit le mouvement

(1) La série complète des personnages qui composent cette frise est représentée dans le grand ouvrage sur l'Égypte, Ant. tome II, pl. 58. Mais la nouveauté tout-à-fait inconnue du sujet ne doit faire chercher dans ce dessin que la disposition générale des figures et leur ordre de succession. Car les caractères hiéroglyphiques, et même les formes mythiques propres aux personnages, ne pouvaient être sentis et copiés avec exactitude que par une personne qui, comme Champollion, en reconnaissait les moindres traces par l'intelligence préalable qu'il avait de leur valeur.

diurne du ciel, et ainsi les mois se trouvent placés les uns derrière les autres dans l'ordre même suivant lequel le soleil les parcourt, par son mouvement propre en sens opposé.

En discutant les caractères mythiques de ces personnages, « M. Champollion trouve, au mois de Pachon, l'une des plus « grandes divinités de l'Égypte, le dieu Chons, troisième « personne de la première triade divine, émané de la lumière « primitive et type primordial des troisièmes personnes de « toutes les triades secondaires. » Ce personnage, enveloppé de bandelettes, ne pouvant se mouvoir, lui paraît, d'après les considérations archéologiques qui lui sont propres, exprimer le soleil arrêté à un solstice, spécialement au solstice d'été.

Cette interprétation entraîne aussitôt une relation de position, que l'astronomie exige dans les quarante siècles antérieurs à l'ère chrétienne. L'intervalle d'un solstice d'été au solstice d'hiver précédent n'a jamais été moindre de 184 jours, ni plus grand que 187. Quand donc, pour une quelconque de ces époques, vous placez le solstice d'été dans le mois de Pachon, le neuvième de l'année vague, il vous faut, par nécessité, mettre le solstice d'hiver à six mois et quelques jours en arrière; conséquemment dans le second mois et la seconde figure, si vous placez le solstice d'été du 1 au 6 du mois de Pachon, mais dans la troisième figure, si vous le reculez plus loin dans Pachon, fût-ce d'un seul jour. Or, précisément au second mois, celui de Phaophi, le tableau présente un personnage également enveloppé de bandelettes, symbole de la privation de mouvement. M. Champollion y reconnaît le dieu Phta, Harpocrate, troisième personne de la seconde triade divine, conséquemment d'une triade inférieure, où il est l'analogue du dieu Chons. Mais ici, il est représenté dans le *Naós* où l'on place les images funéraires. Il exprime donc,

d'après M. Champollion, le soleil solsticial, abaissé d'un ordre entier dans la vie divine, et mort, c'est-à-dire parvenu au solstice d'hiver, où un nouveau soleil va renaître pour le remplacer. Le tableau et l'interprétation de M. Champollion se retrouvent donc tous deux satisfaire à la condition d'intervalle que ces anciens temps exigent entre le solstice d'été et le solstice d'hiver précédent. En outre, d'après la relation astronomique de ces deux points, le lieu du solstice d'été dans le mois de Pachon ne peut plus varier que du 1 au 6, dans la position de l'année vague qu'il représente. Aussi, lorsque vous répétez une nouvelle série des douze mois à la suite de la première, comme on l'a fait fig. 2, en y admettant les épagomènes, vous ne trouvez dans le tableau que quatre personnages, exprimant 120 jours, entre le mois de Pachon qui contient le solstice d'été de la première année, et le mois de Phaophi qui contient le solstice d'hiver suivant. En effet, l'intervalle de ces deux solstices n'a pas été moindre que 178 jours, ni plus grand que 181 : si vous en retranchez les 120 jours des quatre figures intermédiaires, avec les épagomènes, en tout 125 jours, il vous restera au moins 53 jours et au plus 56 à répartir entre les deux mois de Pachon et de Phaophi, pour y placer vos deux solstices, ce qui exige encore que l'un réponde au commencement de Pachon, et l'autre à la fin de Phaophi, à quelques jours près, comme nous l'avions déja reconnu précédemment d'après la considération d'une seule année. Il ne peut donc rester aucune incertitude sur cette circonstance. Or, un solstice d'été qui tombe dans les premiers jours de Pachon de l'année vague, fait par cela même coïncider le commencement de la crue du Nil avec le commencement de ce premier mois de la tétrade des eaux. Dès lors tout le

reste de la notation s'accorde avec les phases successives des cultures que l'inondation développe. Les trois tétrades de mois se trouvent correspondre physiquement aux idées qu'elles expriment. Puisque le tableau d'Edfou place ainsi le solstice d'été, il représente nécessairement l'année vague dans une telle correspondance. Il met nécessairement la notation usuelle en coïncidence avec le Nil. Il exprime donc un état de choses qui a eu lieu dans une des années juliennes proleptiques—275,—1780,—3285, en supposant l'année vague de 365 jours employée alors. Si l'année était de 360 jours, le tableau exprime encore une coïncidence, mais les époques qu'il peut représenter, quoique ayant les mêmes caractères, sont bien plus multipliées.

A toutes ces époques l'intervalle du solstice d'hiver à l'équinoxe vernal suivant a été au plus de 93 jours, au moins de 90. Puisque le tableau met le solstice d'hiver dans les derniers jours du mois de Phaophi, qu'occupe la seconde figure, les 90 ou 93 jours excédants vont se terminer dans la troisième figure suivante, ou dans la cinquième de l'année, c'est-à-dire dans le mois de Tôby. Conséquemment vous devez trouver à ce mois l'indication de l'équinoxe vernal.

C'est aussi, en effet, ce que M. Champollion y reconnaît, et ce que tout le monde y peut reconnaître avec lui, tant les caractères employés dans le tableau sont expressifs. On trouve à ce mois, la figure du dieu générateur Ammon-Horus, tenant à la main un cône de fleurs de dattiers mâles, les mêmes que l'on suspend dans les plantations de dattiers femelles pour les féconder; emblème doublement significatif pour exprimer à la fois l'influence du printemps sur la nature, et l'époque précise de la révolution solaire, où s'opère la fécondation des plantes.

En outre, dans le tableau, comme dans la notation, ce mois Tôby ouvre la tétrade des récoltes qui, pour les céréales, commencent en Égypte à la fin de mars, conséquemment très-peu de jours après l'équinoxe vernal, puisque, dans notre calendrier fixe, cet équinoxe ne s'écarte pas de plus d'un jour du 21 mars. Je prends cette date agricole, comme toutes les autres, dans le Mémoire de M. Girard. L'équinoxe vernal, dans le tableau des mois du Rhamesseum, que nous examinerons tout à l'heure, est encore plus matériellement caractérisé.

Une particularité mythique que M. Champollion a remarquée et qu'il ne faut pas omettre, c'est que, dans la théogonie égyptienne, le dieu générateur Ammon-Horus, qui préside ici à l'équinoxe vernal, est le premier et le dernier des diverses périodes de générations divines, formant ainsi le passage de l'une à l'autre. On a vu tout à l'heure le solstice d'hiver représenté par le dieu d'un ordre inférieur, analogue au dieu supérieur du solstice d'été. Ces diverses périodes de générations divines, dérivant successivement les unes des autres, avec une exacte correspondance de personnages engendrés, sembleraient ainsi n'exprimer rien autre chose que la succession indéfinie et toujours semblable des parties du temps (1).

---

(1) Clément d'Alexandrie, que sa patrie et sa science rendaient familier avec tous ces symboles, définit le temps par ces belles paroles : Indefessum tempus, perenni fluento plenum circuit, ipsum seipsum pariens. Clément d'Alexandrie, Strom. V, pag. 563, dernière édit. de Sylburg. Parmi les titres que les sculptures hiéroglyphiques donnent le plus généralement au dieu Ammon Horus, on trouve le groupe composé d'un taureau et d'un vautour, accompagné d'un segment de sphère et d'un serpent ; ce qui, selon la grammaire de Champollion, se traduit littéralement par « le mari de sa mère. » C'est le *sese ipsum pariens* de Clément.

Ayant prouvé que le tableau d'Edfou représente nécessairement la notation de l'année vague dans une de ses coïncidences avec l'état agricole de l'Égypte, il me reste à rapporter, d'après M. Champollion, diverses particularités physiques ou mythiques qui y sont indiquées, et qui conviennent spécialement à une telle coïncidence.

La première, c'est que dans le mois de Phaophi, qui répond alors au solstice d'hiver, le dieu Phta est représenté monté sur une coudée, instrument de mesure. En effet tous les témoignages anciens et modernes nous apprennent que le débordement du Nil fait presque toujours disparaître les limites des propriétés, et ainsi, lorsque les eaux se sont retirées, un nouvel arpentage devient nécessaire. M. Girard ne marque pas précisément la date usuelle de cette opération, quoiqu'il eût pu vraisemblablement le faire, la constance de l'usage devant résulter de la constance de la cause. Mais il remarque que l'arpentage annuel des champs s'exécute lorsque les blés sont déja en pleine végétation; et l'on comprend la nécessité de cet usage, puisqu'il faut d'abord se hâter de semer lorsque les eaux se retirent, et qu'ensuite il faut laisser à la terre boueuse le temps de se ressuyer, avant de pouvoir y opérer facilement. Or, puisque, dans une coïncidence de la notation, le premier mois de la tétrade de la végétation commence au temps où le blé est levé, le tableau qui indique l'arpentage dans le mois suivant, n'a rien que de conforme au sujet général qu'il exprime. Le dieu Chons, placé au solstice d'été, n'a point de coudée sous ses pieds; cela eût été, en effet, un contre-sens; puisqu'alors les champs commencent à se couvrir d'eaux, il n'y a pas d'arpentage à faire.

Un autre caractère des époques que nous considérons, c'est

le personnage à tête de grenouille, que le tableau place au mois d'Épiphi, le troisième de la tétrade des eaux. Ce mois se trouve donc alors le troisième de la crue du Nil, et sa fin correspond presque au maximum du débordement. Cette abondance d'eaux limoneuses, échauffées par une ardente chaleur, favorise le développement d'une multitude innombrable de grenouilles qui, sortant du fleuve la nuit, et s'éloignant à quelque distance sur le sol sablonneux du désert, s'y trouvent frappées, dès le matin, par les rayons brûlants du soleil, et se hâtent par myriades de regagner les eaux, comme M. Champollion lui-même a eu l'occasion de le remarquer dans son dernier voyage. Si l'on consent à ne voir ici que l'expression naïve des premiers aperçus d'une société naissante, on ne trouvera pas l'emblème mal choisi, pour désigner le mois de l'année où le fleuve se répand le plus loin dans les campagnes. Placez le solstice à tout autre mois, ou placez l'année écrite à une autre époque que celle d'une coïncidence, le signe n'aura plus ni vérité, ni application; mais où ils l'ont mis, il est juste et caractéristique.

M. Champollion nous signale encore deux autres particularités singulières, relatives au mois de Mechir et de Phamenoth. Leurs noms sont écrits à leur rang, comme pour tous les autres, mais leur place est occupée, dans le tableau d'Edfou, par deux truies, et dans celui du Rhamesseum, dont je parlerai tout à l'heure, par deux chacals en repos. Ces figures d'animaux portent des légendes particulières, les mêmes dans les deux tableaux. La légende relative au mois de Mechir signifie *grande chaleur*, celle du mois de Phamenoth *petite chaleur*, et il suit le précédent. On ne peut pas voir dans ces expressions une indication de température. L'idée serait

trop abstraite, conséquemment trop moderne. D'ailleurs, le maximum de la température annuelle ne tombe pas dans ces deux mois, qui répondent à avril et mai quand la notation est en coïncidence comme les tableaux le supposent. Ce maximum se trouve entre juillet et août, d'après les observations thermométriques de Nouet, que M. de Humboldt a publiées. Enfin, si la plus grande chaleur tombait physiquement dans Mechir, la moindre ne pourrait pas se trouver dans Phamenoth, qui le suit immédiatement. Les légendes doivent donc exprimer quelque circonstance plus simple et plus accessible aux sens physiques. C'est ce que nous découvrirons en effet, en analysant le tableau du Rhamesseum, dont les diverses parties offrent des correspondances marquées, par lesquelles on peut mieux juger de leurs relations.

M. Champollion a reconnu, sur les sculptures du tableau d'Edfou, les cartouches d'Évergète II, de Philométor et d'Épiphane (1), ce qui ne les fait remonter qu'à 250 ans avant l'ère chrétienne. Mais, comme il le remarque dans une note qu'il m'a remise: « Ces noms, inscrits sur le portique où le « tableau se trouve, ne prouvent rien contre l'antériorité « de construction du pronaos, et surtout du temple, dont « l'intérieur est entièrement obstrué. On doit supposer, au « contraire, qu'ici, comme dans tous les autres monuments « de la Haute-Égypte appartenant à l'époque des Lagides, « les sculptures du sanctuaire et des chambres du naos pro- « prement dit remontent aux prédécesseurs d'Évergète II et « d'Épiphane qui étaient Philopator, Évergète Ier et Phila- « delphe, le grand restaurateur des monuments égyptiens.

(1) Lettres écrites d'Égypte par M. Champollion, Ire éd., p. 40; 2e p. 109.

« Cette succession de travail de plusieurs souverains est « constatée pour beaucoup de monuments d'une importance « bien moindre, et d'une bien moindre étendue que le temple « d'Edfou ; et l'on comprend qu'il a fallu presque nécessai- « rement la durée de plusieurs règnes pour élever la masse « d'un tel édifice, et en couvrir les murailles de sculptures « et d'inscriptions. Sur le seul mur qui environne le naos, « et qui ne doit pas être considéré comme partie essentielle « du temple même, la commission française a reconnu plus « de cinquante mille pieds carrés de surface sculptée. Qu'on « juge d'après cela de quelle magnificence l'intérieur devait « être ! »

Si les remarques qui précèdent ne déterminent pas la date précise du temple d'Edfou, elles en reculent, avec une grande probabilité, les premières constructions au moins jusqu'au temps de Philadelphe, 285 ans avant l'ère chrétienne. Or, nous avons vu que l'année 275 a été une des époques où la notation de l'année vague s'est trouvée en coïncidence. Il était donc très-naturel qu'on mît une circonstance aussi rare au nombre des particularités astronomiques que l'on se proposait de sculpter sur le portique du temple d'Edfou; et il serait également simple qu'on eût continué ou même formé ce dessin 60 ans plus tard encore, lorsque le portique fut sculpté sous Épiphane et Évergète II. Car, à ces époques, l'année de 365 jours étant en usage, la coïncidence de sa notation avec l'année solaire se maintenait sans un écart notable pendant un assez long intervalle de temps. Et au temps d'Épiphane, cette coïncidence était encore trop proche pour être oubliée, d'autant que son existence récente devenait, pour ainsi dire, physiquement sensible à chaque date vague

que l'on écrivait. Mais il se pourrait encore que le tableau d'Edfou ne fût pas l'expression particulière de cette dernière coïncidence, qu'il n'eût pas même été fait dans l'intention de la mentionner, et qu'on y eût seulement reproduit les caractères habituels des mois, tels qu'ils étaient consacrés par la religion, depuis la coïncidence primitive où la notation prit nécessairement son point de départ. Sans prétendre nullement décider cette question intentionnelle, je me bornerai à tirer de ce qui précède quelques résultats positifs, dont la connaissance et l'application nous seront continuellement utiles dans l'étude des monuments où l'année égyptienne est figurée.

D'abord la distribution des deux solstices et de l'équinoxe vernal, entre les douze mois égyptiens personnifiés, s'accorde parfaitement avec les phases correspondantes de l'année solaire vraie, dans les trente ou quarante siècles antérieurs à notre ère; de sorte que le seul emploi ordinal de ces personnages-mois atteste déja une connaissance assez précise des phases dont il s'agit. Secondement, les caractères mythiques de ces mêmes personnages, et les attributs matériels ou emblématiques qui leur sont affectés, se rapportent avec beaucoup de justesse aux diverses époques de l'année solaire que chacun d'eux figure; et, enfin, les caractères hiéroglyphiques qui les désignent dans la notation écrite, sont également bien appropriés à leur signification physique absolue. Maintenant, lorsqu'une pareille notation, avec ou sans les personnages qui l'accompagnent, est employée pour exprimer, non plus *une seule année solaire vraie*, mais une succession continue de périodes conventionnelles, contenant chacune douze mois de trente jours avec cinq épagomènes, comme étaient les

années civiles en Égypte, la différence de durée qui existe entre de semblables périodes et l'année solaire vraie doit, si petite qu'elle soit, séparer progressivement leurs phases nominales des phases réelles, les dédoubler, pour ainsi dire, si dans l'origine elles avaient été coïncidentes, jusqu'à ce qu'enfin l'écart total, étant devenu égal à une période conventionnelle entière, la coïncidence primitive se rétablira de nouveau pour être aussitôt suivie d'une nouvelle séparation. Ce sont là ces grandes alternatives que nous avons signalées, et qui ont ramené l'année vague égyptienne en coïncidence avec l'année solaire vraie, aux époques juliennes -275, -1780, -3285. Mais, pendant tout cet espace de temps, les personnages-mois, outre leur emploi courant dans l'année vague, pouvaient encore servir de signes symboliques pour désigner la phase physique de l'année solaire vraie dont ils offraient l'emblème; car, par exemple, au milieu de la plus complète discordance, le dieu générateur Ammon-Horus pouvait très-bien être employé comme signe figuratif de l'équinoxe vernal vrai et actuel, lorsque peut-être dans l'année vague courante, sa place conventionnelle l'avait amené au temps de l'inondation. Ce double rôle, fixe et mobile, des personnages-mois, aurait été absolument pareil à celui que nous donnons nous-mêmes aux signes du zodiaque; car nous les employons sous les mêmes noms, comme fixes pour désigner les constellations zodiacales fixes, et comme mobiles pour désigner les divisions ou douzièmes parties du zodiaque mobile, qui ont autrefois coïncidé avec ces constellations-là, avant que le déplacement progressif des équinoxes les eût dédoublés. Or, que les Égyptiens eussent pu employer à deux usages pareils leurs personnages-mois, c'est une chose qu'il

est fort essentiel de reconnaître; car c'eût été pour eux un moyen très-simple de marquer des époques absolues de l'année solaire vraie; et une telle indication qui se trouverait accompagnée d'une date vague, donnerait aussitôt par le calcul sa date absolue. Nous devrons en conséquence être fort attentifs à rechercher si les monuments présentent des indices d'un semblable usage, qui eût été si simple alors et serait aujourd'hui si utile pour nous.

Tableau des mois sculptés au plafond d'une des salles du Rhamesseum à Thèbes.

On voit, parmi les ruines de Thèbes, les restes d'un immense palais que ses proportions colossales, sa magnificence, la multitude des inscriptions qui le décorent, les grandes scènes militaires, politiques, religieuses, sculptées sur ses murailles, signalent depuis une longue suite de siècles à l'admiration des voyageurs. Toutefois le nom du prince auquel avait appartenu tant de puissance et tant de gloire restait ignoré et enseveli dans la nuit du temps, lorsqu'enfin Champollion, reconnaissant ses insignes royaux sculptés en mille endroits de l'édifice, le rendit, pour ainsi dire, à la lumière, et montra qu'il était celui d'un des plus grands rois de la XVIII[e] dynastie égyptienne, le pharaon Ramsès III, qui existait vers l'an 1500 avant notre ère. Dans une des salles de cet édifice qui précédait la bibliothèque, on avait sculpté au plafond un tableau astronomique, que Champollion a fait dessiner sous ses yeux dans son voyage d'Égypte, en copiant lui-même les légendes hiéroglyphiques qui l'accompagnaient. Ce dessein est fidèlement reproduit dans notre planche II, avec les légendes que j'ai copiées et mises en place par le

calque sur les manuscrits de Champollion. Parmi les diverses bandes longitudinales et parallèles dont le tableau se compose, la seconde, à partir du bas, est occupée par les douze personnages divins représentant les mois auxquels le roi Rhamsès, désigné par son nom et son prénom royal bien connus, fait successivement des offrandes. Au-dessus de chaque mois, suivant leur ordre, quoique non pas toujours exactement dans la perpendiculaire correspondante, on a sculpté les caractères hiéroglyphiques que leur assigne la notation écrite. Outre l'interposition répétée du personnage royal, la série des douze personnages-mois se trouve partagée à son milieu par un cynocéphale assis sur un nilomètre, et elle est en outre une fois interrompue entre Pharmouti et Pachon pour recevoir le prénom royal de Rhamsès, orné des deux insignes dont la réunion forme le diadème sacré appelé le *pschent.* Quel que puisse être le but de ces interruptions et de ces emblèmes, ceux-ci sont évidemment distincts des personnages-mois. Nous extrairons donc d'abord isolément la série de ces seuls personnages, en conservant l'ordre que le tableau leur assigne, afin de l'étudier à part. Nous obtenons ainsi la fig. III, pl. I, dans laquelle le nom correspondant de chaque mois a été écrit par Champollion, tel que l'indique le tableau même.

Ici d'abord la série des mois ne se présente pas continue comme à Edfou. Elle se trouve coupée en deux semestres par le cynocéphale, ayant à sa droite le mois de Thoth, à gauche Mésori, le premier et le dernier de l'année. A partir de ces deux-là, tous les autres sont placés dans chaque semestre suivant leur ordre naturel de succession. Ainsi, pour rétablir la continuité qui n'est troublée qu'en apparence par

ce mode de division, il faut lire d'abord la série de gauche en allant de Thot jusqu'à Méchir, puis de là revenir à la série de droite en la commençant par Phaménoth et terminant à Mésori. Ou, si l'on veut, on peut lire les deux séries consécutivement, de droite à gauche à la manière égyptienne, en commençant par Phaménoth; et alors on aura le dernier semestre d'une année, suivi par le premier semestre de l'année qui lui succède, l'interposition du cynocéphale indiquant peut-être l'interposition des épagomènes qui les séparent, jointe toutefois à quelque circonstance inconnue pour laquelle il a été placé hors du milieu du cadre qui lui appartient. D'une manière ou d'une autre le cercle entier de l'année se trouve complet. Reste donc à examiner les caractères physiques et mythiques des personnages attachés à chaque mois. Or, on les retrouve ici les mêmes qu'à Edfou, sauf quelques modifications légères que nous allons signaler d'après Champollion.

Il n'y a aucune observation particulière à faire sur la moitié de gauche : le solstice d'hiver s'y trouve dans Phaophi, l'équinoxe vernal dans Toby, comme à Edfou, et tous deux caractérisés de la même manière : ce dernier encore plus énergiquement. Du reste, les divinités figurées y sont exactement les mêmes, excepté pour le mois de Méchir, où la truie est remplacée par un chacal en repos : un changement pareil a été fait pour Phaménoth. Mais les légendes attachées aux nouveaux symboles sont restées les mêmes; *grande chaleur* à Méchir, à Phaménoth *petite chaleur*. Dans la série de droite, le personnage attaché au mois de Pachon porte encore sur sa légende le nom du dieu Chons, comme à Edfou; mais ici il est représenté sous la forme d'Ammon-Ra, son

père, premier membre de la même triade divine. D'après les inscriptions qui existent encore, et que M. Champollion a pu lire dans le Rhamesseum, où se trouve le tableau des mois que nous analysons, cet édifice avait été élevé par Rhamsès III en l'honneur de ce même Ammon-Ra, roi des dieux, dont les inscriptions le déclarent le fils symbolique et le représentant sur la terre (1). Parmi les légendes qui expriment les dons particuliers que font à Rhamsès les divinités protectrices du palais, il faut remarquer celle de Thoth, le dieu du temps et des sciences : « J'inscris à ton nom les attributions royales du soleil (2) » : en effet, le tableau porte le cartouche prénominal de Rhamsès inscrit entre les mois de Pharmouti et de Pâchon; et, au-dessus de ce cartouche, le soleil est représenté versant des torrents de lumière égaux des deux côtés de la barque qui porte son disque. Ces accessoires semblent expliquer suffisamment la substitution du roi des dieux Ammon-Ra lui-même pour présider sous le nom de Chons au mois solsticial symbolique, que le dieu Thoth vient, pour ainsi dire, de dédier à Rhamsès (3).

---

(1) Lettres écrites d'Égypte par Champollion, 14[e], p. 273, 2[e] édit.

(2) Ibid., p. 276.

(3) Des recherches ultérieures que j'ai pu faire sur les dessins mêmes que Champollion avait rapportés d'Égypte, m'ont découvert le motif présumable pour lequel le cartouche royal de Rhamsès III se trouve ici inséré d'une manière si spéciale entre les mois de Pharmouti et de Pâchon. Sur ce cartouche, contenant le prénom du roi, les insignes de la royauté sont remplacés par deux attributs particuliers relatifs à une grande cérémonie, à la fois politique et religieuse, qui s'accomplissait par les souverains de l'Égypte à l'époque déterminée de l'équinoxe vernal vrai. Le soleil à rayons égaux qui correspond au cartouche royal complète par cette égalité même

L'équinoxe vernal et les deux solstices se trouvent donc distribués entre les douze personnages-mois de ce tableau du Rhamesseum précisément comme ils le sont à Edfou. Ainsi les mêmes démonstrations s'y appliquent et conduisent à des conséquences pareilles. C'est-à-dire, en premier lieu, qu'une telle distribution des deux solstices et de l'équinoxe vernal

---

le caractère du soleil arrivé ainsi dans l'équateur, où « il prend la domination des régions supérieures et inférieures du ciel, comme le pharaon la prend sur les régions supérieures et inférieures de l'Égypte », similitude exprimée ainsi par les légendes mêmes qui accompagnent la cérémonie de la prise du pschent, sculptée dans le palais de Rhamsès III. Cette cérémonie fut aussi célébrée avec une grande magnificence sous le règne de Rhamsès IV, surnommé Meiamoun, son quatrième successeur, comme le prouve une immense composition sculptée sur les murailles du palais de ce dernier prince, où la cérémonie dont il s'agit est représentée rigoureusement avec les mêmes rites et les mêmes légendes qu'au Rhamesseum. Mais dans le palais de Rhamsès IV, une inscription qui s'est heureusement conservée, donne la date de cette seconde célébration, qui eut lieu le premier de Pachon vague; de sorte que ce jour fut l'époque remarquable où, par l'effet du déplacement progressif de l'année vague dans l'année solaire, la commémoration du solstice d'été normal ou primitif de la notation se trouva coïncider avec l'équinoxe vernal vrai. De là résulte la date absolue de la scène représentée dans ce tableau de Rhamsès-Meiamoun, laquelle remonte ainsi à l'an 1397 avant notre ère. Or, par une conséquence nécessaire, dans les temps antérieurs, l'équinoxe vernal vrai précédait le premier Pachon vague; et, d'après l'intervalle de 90 ans que la discussion des listes de Manethon donne, entre Rhamsès III et Rhamsès IV, la rétrogradation dont il s'agit devait être d'environ vingt jours à l'époque du premier de ces deux princes, ce qui porte l'équinoxe vernal vrai et la prise du pschent sous son règne, entre Pharmouti et Pachon vague, précisément comme l'indique ici l'insertion de son cartouche royal entre ces deux mois avec les insignes propres à la cérémonie de la prise du pschent.

dans une série de douze mois est exactement conforme aux phases vraies de l'année solaire dont elle prouve ainsi la connaissance. Secondement, que l'appropriation de ces personnages-mois, aux désignations qui leur sont affectées par la notation hiéroglyphique, ne peut être réalisée physiquement qu'à une des époques où cette notation coïncidait avec l'ordre naturel des cultures déterminé par le débordement du Nil, conséquemment aux époques de —1780 ou —3285, si l'année de 365 jours était en usage jusqu'à cette dernière; car on n'a plus à considérer ici la coïncidence de —275, le monument lui étant sans aucun doute antérieur d'un grand nombre de siècles. Si l'on suppose que l'année de 365 jours ne remonte pas au-delà de —1780, la notation des mois pourra remonter encore au-delà de cette date, autant que l'année de 360 jours elle-même; mais la fréquence des retours de celle-ci à la coïncidence multipliera les époques où la notation aura pu commencer à être mise en usage; et elle ne donnera plus une limite aussi éloignée que —3285 pour la date la plus récente à laquelle cette introduction ait pu avoir lieu.

Bien d'autres détails encore excitent la réflexion dans ce précieux monument. Ce n'est pas, comme à Edfou, une simple exposition ordinale des divisions du temps rangées par saisons, mois et jours; ici la construction du tableau, sans être précisément géométrique, présente des marques de relation évidentes entre ses diverses parties. On y voit bien, comme à Edfou, des suites de personnages qui pourraient aussi représenter des jours (1); mais ils sont bornés à un certain nom-

(1) C'était l'opinion de Champollion; mais la comparaison de cette par-

bre qui n'est pas celui d'un mois; et, en outre, ils sont partagés en deux groupes inégaux d'une manière évidemment intentionnelle. Tout le tableau est coupé par des divisions transversales perpendiculaires à sa longueur; et, dans la division propre à chaque mois, on trouve des légendes hiéroglyphiques mêlées d'étoiles qui semblent exprimer des particularités astrologiques ou astronomiques relatives à certains groupes d'étoiles pour ces mois-là. En un mot, tout montre une disposition raisonnée dont il faudrait deviner le secret.

Je suis loin de me flatter de pouvoir résoudre complétement cette antique énigme. Elle n'offre point d'éléments de construction rigoureux que l'on puisse saisir, et le sens des détails symboliques qu'elle renferme n'est pas assez clair pour que l'on puisse directement l'interpréter. Il faut attendre que M. Champollion ait lu dans ces détails tout ce qui peut s'y lire, avant de prétendre expliquer toute la scène que le tableau représente; néanmoins, sans devancer témérairement cette assistance indispensable, on peut, je crois, signaler dès à présent quelques conditions de relation qui seront utiles, soit pour guider l'archéologie elle-même, soit pour établir les caractères d'époque présente ou antérieure que peut fournir le monument (1).

---

tie du tableau avec d'autres monuments analogues me semble rendre beaucoup plus probable que les personnages dont il s'agit représentent des divisions du ciel, tant supérieur qu'inférieur, ou, si l'on veut, les génies correspondants à ces divisions.

(1) Si je m'exprimais ainsi à l'époque où Champollion existait, combien ne dois-je pas me tenir encore plus réservé aujourd'hui que je suis privé

Une difficulté de cette recherche c'est le mode de représentation par développement que l'on a été forcé d'employer pour adapter le tableau à une surface plane, telle que le plafond de la salle où l'on voit ces sculptures. Cette méthode était habituelle aux Égyptiens, comme le prouvent une infinité de leurs monuments où la voûte céleste est figurée par un corps de femme démesurément allongé, dont les pieds et les mains s'appuyent sur la terre et dont le torse droit, rendu ainsi horizontal, est parsemé d'étoiles sur toute sa longueur. Le caractère même par lequel ils écrivaient hiéroglyphiquement le ciel, confirme la généralité de cet usage symbolique; car ce caractère offre l'image d'une ligne droite horizontale ou d'un plafond plan. Mais un tel mode de représentation, appliqué aux phénomènes astronomiques, altère nécessairement une foule de leurs particularités les plus apparentes. En effet, les mouvements célestes sont naturelle-

---

de son secours ! Toutefois je n'aurai pas l'inutile vanité de taire les inductions qui me paraîtront résulter naturellement du sujet, et être appuyées d'indications vraisemblables. Je les rapporterai, au contraire, mais seulement comme des éléments de discussion utiles, que les études archéologiques devront s'efforcer de constater ou d'infirmer. Je n'ai rien négligé de ce que celles-ci pouvaient offrir de sécours dans leur état actuel. M. Champollion-Figeac m'a ouvert la grammaire inédite de son frère toutes les fois que j'ai eu besoin de la consulter ; et l'un des disciples les plus zélés comme les plus habiles de Champollion, M. Salvolini, m'a donné sur le sens des légendes toutes les indications que l'on peut aujourd'hui obtenir, soit par la connaissance des signes dont la valeur a été fixée par Champollion, soit à l'aide des notions malheureusement fort incomplètes encore que nous avons sur le système astrologique et psychologique des anciens Égyptiens; deux fondements indispensables pour l'interprétation de leurs monuments astronomiques.

ment circulaires. Les jours s'accomplissent par la révolution circulaire du ciel, les mois par le mouvement circulaire du soleil dans les douze portions du même cercle qui compose l'année. On peut bien figurer ces phénomènes d'une manière conventionnelle par développement sur une surface plane, en substituant la succession longitudinale à la circulaire, surtout si l'on marque par des signes convenus les points extrêmes par lesquels les deux bouts de la série doivent se rejoindre, pour rentrer dans leur position naturelle; mais, si l'on n'est pas habitué à transporter en pensée les phénomènes sur cette sorte de projection; surtout si, comme c'est le cas où nous sommes, on ignore la nature du sujet astronomique que le tableau exprime, la représentation par développement longitudinal rend l'énigme encore plus difficile. Il faut donc essayer d'abord de détruire cet obstacle. Pour cela, il faut rendre aux tableaux plans et longitudinaux des Égyptiens la circularité qu'ils leur ont ôtée en les aplatissant. Il faut les replier circulairement sur eux-mêmes, en laissant l'observateur au centre, de manière à en reformer la voûte céleste; ce qui se fait très-simplement en les calquant sur un papier transparent, et enroulant ce calque sur la circonférence d'un tambour circulaire, de manière que leur commencement et leur fin se rejoignent. Ce procédé, appliqué aux deux lignes de mois du temple d'Edfou et du Rhamesseum, achève bien de montrer, comme nous l'avons remarqué plus haut, que leur distribution ne diffère qu'en apparence; car elle redevient identiquement la même quand les deux tableaux sont ainsi enroulés.

Indépendamment de cette considération naturelle, le tableau du Rhamesseum offre à ses extrémités longitudinales

deux indices positifs de raccordement, qui montrent bien que, pour l'interpréter, il faut le concevoir ramené ainsi à la forme circulaire. Ces indices se trouvent aux deux extrémités de la bande longitudinale qui contient les deux séries de personnages que Champollion supposait devoir représenter des jours. En effet, si l'on part du milieu de cette bande, où l'on a encadré un tableau particulier au-dessus du cynocéphale assis, on voit d'abord, tant à droite qu'à gauche, les personnages dont il s'agit, portant sur leurs têtes des dénominations particulières, toutes différentes les unes des autres; mais arrivé aux deux derniers personnages, on découvre entre eux une relation évidente; car le dernier de gauche porte sur sa tête deux cartouches royaux contenant l'un le nom, l'autre le prénom du roi Rhamsès; tandis que le dernier personnage de droite, qui est sans cartouche, porte pour désignation particulière le seul prénom royal non encadré. N'est-ce pas exprimer clairement que ce dernier personnage doit se concevoir rejoint au premier, avec appropriation du cartouche qui se rapporte à sa dénomination, de manière à représenter simultanément deux jours éponymes du roi, comme le voulait Champollion, par analogie avec l'inscription de Rosette qui fixe aussi des jours éponymes à Épiphane? Quoi qu'il en puisse être, ces deux personnages extrêmes, séparés en apparence dans le tableau longitudinal, se rejoignent en effet, et se replacent l'un à côté de l'autre, lorsque l'on rétablit la circularité.

Mais la circularité est semblable à elle-même dans toutes les parties de sa durée. Lorsque nous avons rétabli les douze mois dans leur situation révolutive, il faut orienter ce système, c'est-à-dire déterminer, par exemple, si le premier mois

Thoth doit avoir Phaophi après lui à l'est ou à l'ouest, dans le cercle équatorial. Ensuite, supposant que le tableau caractérise spécialement une époque de l'année, il faut placer la série révolutive dans la position particulière où elle se trouve naturellement à cette époque, c'est-à-dire qu'il faut savoir, par exemple, quelle division du cercle doit être alors à l'horizon oriental.

Dans le tableau d'Edfou, lorsqu'il est enroulé, tous les personnages, saisons, mois et jours, marchent dans un même sens; ce doit donc être naturellement celui du mouvement diurne, et l'orientation s'en déduit : alors la série des mois Thoth, Phaophi, Athor, etc., se trouve placée d'elle-même dans l'ordre suivant lequel le soleil les parcourt en vertu de son mouvement propre, dirigé d'occident en orient.

Dans le tableau du Rhamesseum, les personnages qui représentent les mois ont alternativement la face tournée dans des sens contraires, pour recevoir l'offrande que fait à chacun d'eux le roi Rhamsès. On ne peut donc en rien conclure pour la direction de leur marche générale. Une inversion analogue existe aussi dans les deux groupes de personnages qui représentent des jours ou des divisions du ciel; mais il n'y en a pas dans la bande qui désigne des constellations. La marche de toutes les figures, dieux, hommes, animaux, y est uniforme; elle indique donc le mouvement diurne. En orientant le tableau d'après ce caractère, la série des mois successifs se trouve d'elle-même placée, comme à Edfou, dans l'ordre suivant lequel le soleil les décrit.

Reste à arrêter la série dans une position absolue, en déterminant, par exemple, la division qui doit être à l'horizon oriental. Cette dernière particularité paraît devoir nous être

indiquée dans le tableau du Rhamesseum, par les deux chacals en repos, placés comme symboles aux deux mois extrêmes de la série longitudinale, ceux de Méchir et de Phaménoth; le premier portant pour légende *grande chaleur*, le second *petite chaleur*. En effet, en parlant des formes allégoriques usitées chez les Égyptiens, Clément d'Alexandrie nous apprend que deux chiens sont les symboles des deux hémisphères supérieur et inférieur, comme étant censés les gardiens du cercle qui les sépare (1); et cela est confirmé par l'auteur du traité d'Isis et d'Osiris, qui nous dit : « Le cercle « qui sépare les deux hémisphères inférieur et supérieur, et « que l'on appelle horizon d'après cette propriété même, est « invoqué sous le nom d'Anubis, et est symboliquement repré- « senté par un chien; le chien ayant la faculté de voir la nuit « aussi bien que le jour (2). Champollion remarque à ce sujet, dans son *Système hieroglyphique*, page 155, « que les écri- « vains grecs, auxquels le chacal était étranger, ne l'ont jamais « bien distingué du chien, avec lequel, en effet, il offre beau- « coup de ressemblance. » Maintenant, lorsque les deux extrémités du tableau longitudinal du Rhamesseum sont réunies circulairement, les deux chacals placés comme symboles aux mois extrêmes de Méchir et de Phaménoth se rejoignent; et, d'après les témoignages qui précèdent, ils semblent devoir désigner les divisions de la série des mois qui doivent être placées à l'horizon. En effet, leurs deux légendes, *grande chaleur, petite chaleur,* deviennent alors intelligibles, comme

---

(1) Strom., lib. V, tome III, p. 59, ed. 8°.

(2) De Iside et Osiride, page 453, Ed. de Reiske.

désignant l'un des mois, celui de Méchir, pour être placé au-dessus de l'horizon du côté du jour et de la chaleur, l'autre au-dessous du côté de la nuit ou du froid. D'après l'orientation précédemment donnée au tableau, ces dernières conditions se trouvent remplies en mettant les mois Méchir et Phaménoth à l'horizon oriental; et elles ne peuvent l'être que de cette manière, car si on les plaçait à l'horizon occidental, l'intention des légendes serait intervertie (1).

Par cet arrangement, le cynocéphale assis se trouve amené à l'horizon occidental. On a au-dessus de l'horizon les six personnages-mois correspondants à la première moitié de l'année, soit vraie, soit mobile, et comprenant les indices réels ou symboliques du solstice d'hiver et de l'équinoxe vernal. Sous l'horizon se trouvent les six personnages-mois du second semestre, comprenant le solstice d'été vrai ou fictif. Rien n'y mentionne particulièrement l'équinoxe automnal; et en effet, comme il coïncidait toujours avec le milieu presque exact de la crue du Nil, au moment où les eaux couvraient la terre, il était sans aucun intérêt pour eux.

Lorsque le tableau est ainsi rendu à la circularité, l'irrégularité des intervalles compris entre les personnages-mois

---

(1) M. Salvolini m'a fait voir depuis, que cette disposition est confirmée par les monuments, et ils sont en grand nombre, où les deux chacals, assis et opposés, sont représentés comme des objets d'adoration. Dans tous ces tableaux, le chacal de gauche porte l'indice de l'orient, et souvent celui de la flamme; tandis que celui de droite porte le symbole de l'occident. L'application de cette règle à notre tableau du Rhamesseum exige donc qu'on replie, comme je l'ai fait, le chacal de droite par-dessous l'horizon inférieur, quand le tableau est rendu à la circularité.

ne les distribue pas sur chaque demi-conférence, dans les situations relatives exactes que leur assigne leur égale valeur de douzièmes de l'année. En rétablissant l'égalité des divisions dans chaque hémisphère, on a l'arrangement représenté figure 5, lequel, pour plus de simplicité, a été borné à une année de 360 jours. Ceci n'est même réellement qu'une reproduction circulaire du mode de partage, qui, dans le tableau longitudinal, a placé aux limites extrêmes les mois de Méchir et de Phaménoth.

J'ai long-temps cherché à deviner le motif rationnel qui avait pu faire choisir ainsi particulièrement ces deux mois pour les mettre aux deux bouts de la bande longitudinale, plutôt que tout autre couple de mois consécutifs, qui dans le même système de développement plane auraient également compris entre eux tous les autres. La seule différence qui en fût résultée, eût été d'amener les deux mois ainsi choisis, à l'horizon oriental dans la restitution circulaire, au lieu d'y amener les mois de Phaménoth et de Méchir. Ces deux-ci, ou plutôt les personnages qui les figurent, exprimaient donc quelque circonstance particulière pour l'indication de laquelle il convenait qu'ils fussent placés ainsi. Mais alors une telle application exigeait qu'ils fussent employés dans leur acception absolue de mois vrais solaires, ou comme désignant spécialement certains points du ciel, et non pas dans le sens indéfini de mois vagues, qui les fait successivement répondre à toutes les phases de l'année vraie. Il reste donc à chercher, dans les relations de ces deux mois avec les autres phases de l'année solaire, la circonstance phénoménale remarquable que leur fixation à l'horizon oriental pouvait exprimer.

Cette circonstance, qui est en effet très-remarquable, m'a

été indiquée par le tableau d'Edfou. Dans ce tableau, construit du temps des souverains grecs, les deux chiens ont été traduits par deux truies placées justement aux mêmes mois et accompagnées des mêmes légendes ; et, de même qu'au Rhamesseum, la truie qui porte pour légende *grande chaleur* se trouve au-dessus de l'horizon oriental, tandis que l'autre avec sa légende *petite chaleur* se trouve sous ce même horizon, lorsque les deux tableaux enroulés sont arrêtés dans une situation pareille. Or, on sait que chez les Grecs, les hyades dérivaient leur nom vulgaire, aussi bien du mot ὗς, porc, que de ὕειν, pleuvoir; et c'est probablement par une dérivation de cet usage que les Romains les appelaient *succulæ*, les petites truies. Même on peut dire que leur nom grec commençant par un υ, il était conforme au système hiéroglyphique de les figurer par un objet naturel dont le nom grec commençait aussi par cette même lettre. Ceci m'a fait soupçonner que ce groupe, si renommé de toute l'antiquité, pouvait bien avoir eu avec les grandes coïncidences de l'année égyptienne quelque relation de position astronomique, que le tableau du Rhamesseum aurait voulu signaler, et qui exigeait qu'on mît Méchir et Phaménoth à l'horizon oriental. J'ai donc calculé les positions de son étoile principale, Aldébaran, et aussi celle de la principale η du groupe des pléiades, pour les années juliennes -3285, -1780, -275, que nous avons vu être des époques de coïncidence, et aussi pour l'année -1500, vers laquelle on doit présumer que le tableau du Rhamesseum a été construit. Or, qu'ai-je trouvé par ces calculs? D'abord, rien de spécial ni de remarquable pour les trois dernières époques. Mais, à la coïncidence antérieure de -3285, à cette coïncidence pré-

cise de la notation égyptienne, on voit se réaliser une concordance astronomique, rappelée depuis comme origine dans une foule de traditions anciennes, non de l'Égypte seulement, mais aussi de l'Asie, laquelle place l'équinoxe vernal dans les étoiles Taureau, le solstice d'été dans celles du Lion, et l'équinoxe d'automne dans le Scorpion. Car premièrement, le calcul amène ici l'équinoxe vernal juste dans les hyades tout près d'Aldébaran, sur le front même du Taureau de nos cartes modernes, ce qui entraîne les deux autres positions cardinales du Lion et du Scorpion comme conséquences. Et en outre, pour montrer que ceci n'est pas une rencontre fortuite, un hasard de calcul inobservé, lorsque ce point vernal du ciel venait se coucher à l'horizon occidental de Thèbes en -3285, les situations respectives de l'équateur, de l'écliptique, de l'horizon et du Taureau céleste de nos cartes, portant *sur son front* l'équinoxe vernal, étaient, d'après le calcul, telles que les représente la fig. 6, c'est-à-dire tout-à-fait identiques avec la scène encadrée que renferme le tableau du Rhamesseum au-dessus du cynocéphale assis. Car d'abord la situation de la tête du Taureau, relativement à l'horizon, offre de part et d'autre une similitude complète. Puis, cette déesse du ciel si exactement droite et parallèle aux bandes longitudinales, dans la position d'une personne qui se laisse doucement et verticalement descendre, n'est-ce pas là une fidèle représentation de la ligne zodiacale, de l'écliptique, qui en effet à Thèbes, dans cet instant précis, se trouvait presque rigoureusement perpendiculaire à l'horizon? Or, pour qu'on ne se méprenne point sur la signification astronomique de cette divinité, son nom est écrit droit au-dessus d'elle en une ligne de signes exacte-

ment verticale ; et ce nom, tel que Champollion me l'avait lu sur un autre monument dont je parlerai tout à l'heure, et tel que M. Salvolini me l'a traduit sur celui-ci, sans connaître l'interprétation précédente, c'est précisément la déesse Scorpion, caractérisée surabondamment par deux déterminatifs, dont l'un est l'image d'un reptile en général, et l'autre celle du Scorpion lui-même, auquel est joint le disque solaire. En outre, parallèlement à la direction générale de mouvement ainsi indiquée, on voit le lion étendu, la tête tournée vers l'occident, comme il se trouve en effet placé dans le ciel, à l'époque de cette scène. Au-devant de ces symboles, parallèlement à l'horizon, se voit la figure Typhonienne que le traité de Plutarque fait généralement considérer comme l'image de notre grande Ourse. Elle est ici transportée hors de sa place céleste, pour un but emblématique qui nous est inconnu ; mais du reste, elle est placée relativement à l'horizon dans une situation renversée précisément pareille à celle que la grande Ourse se trouvait avoir au même instant dans le ciel. Enfin, une marque plus décisive et qui ôterait seule au besoin toute incertitude, c'est que la présence actuelle de l'équinoxe vernal dans la tête du Taureau *se voit matériellement écrite* dans cette tête même, ou plutôt sur le fruit ovoïde et mystique du perséa qu'on y a encadré; et elle s'y trouve écrite par deux groupes de caractères hiéroglyphiqes heureusement aussi simples qu'indubitables, l'un étant l'épervier surmonté d'un disque, image du soleil sous la forme d'Horus, l'autre l'assemblage de deux signes qui se retrouvent sans cesse dans les cartouches royaux, ainsi que dans les enveloppes des momies, et dont le sens, fixé incontestablement par Champollion dans son

Système hiéroglyphique, page 188, se prend également dans les deux acceptions différentes d'*engendrant* et d'*engendré.* La réunion de ces deux groupes place donc littéralement, dans la tête du Taureau céleste, les symboles de la génération du soleil, ou plus précisément celle du dieu Horus, qui préside à l'équinoxe vernal vrai; et l'on peut même ajouter que le double sens du caractère engendrant et engendré a ici une explication spécialement propre, puisqu'il rappelle le titre mystique de « mari de sa mère », ou *sese ipsum pariens,* qui est universellement donné au dieu Horus générateur, sur les monuments (1).

---

(1) Voulant constater l'expression précise d'une désignation si remarquable, je l'ai soumise à M. Salvolini, qui a bien voulu en faire l'analyse grammaticale. La note qu'il m'a remise à ce sujet, et que je joins ici, confirme le sens général que j'avais soupçonné; mais la forme de la tête de l'animal représenté paraît à M. Salvolini devoir être plutôt rapportée à la vache divine génératrice du soleil, et l'une des plus anciennes divinités de l'Égypte, qu'au taureau divin. On verra plus loin que ces deux symboles ont pu s'échanger l'un dans l'autre; car la même scène se trouve figurée dans un monument encore plus ancien, le tombeau de Menephta Ier, et les caractères physiques du Taureau y sont indubitables.

« En appliquant à ce groupe les doctrines établies « par feu Champollion pour la lecture des écritures sacrées égyptiennes, « il peut être traduit par *la génératrice d'Harphré*, c'est-à-dire *du soleil.*

« L'analyse grammaticale fixe parfaitement ce sens. Le signe *m* n'est « ici qu'une abréviation très-usuelle dans les textes hiéroglyphiques de « toutes les époques, celle du mot *mes*, lequel s'écrit , transcrip-

La réunion de tant de détails spécialement propres à la circonstance astronomique que nous signalons, suffit sans

---

tion exacte de la racine copte MES, *generare, gignere, nasci.* Les exemples qu'on pourrait citer de cette abréviation sont très-nombreux : je me limite à indiquer celui qui nous est offert par les inscriptions du Typhonium d'Edfou, où il est justement fait mention de la vache emblème d'Hathor, la même dont la tête me paraît figurée sur le plafond de Rhamesseum, que nous examinons. Dans les inscriptions d'Edfou, la déesse Hathor est plusieurs fois qualifiée de , c'est-à-dire, *vache grande génératrice du soleil.* Or, les mêmes inscriptions offrent dans d'autres endroits cette même phrase écrite de la manière suivante : . On peut citer en outre un des titres que reçoit la déesse *Netpé* (l'Urania), dans les inscriptions des caisses de momies, où elle est constamment figurée : cette déesse y est nommée *grande génératrice des dieux*, titre qui tantôt s'écrit tel que nous venons de l'offrir, et tantôt de la manière suivante : Il est inutile de citer particulièrement les caisses de momies qui portent ces variantes : d'ailleurs, ces mêmes groupes se trouvent cités par Champollion, dans le *tableau général* qui accompagne son *Précis hiéroglyphique*, sous le n° 347. Au reste, cette abréviation n'a rien d'extraordinaire dans le système des écritures égyptiennes : l'étude des textes a démontré que les Égyptiens avaient, dès une époque très-reculée, affecté certains signes phonétiques de leur écriture à la représentation des sons de certains mots, de préférence à d'autres signes homophones. Il s'ensuivit que les scribes ont pu souvent n'écrire que par initiale ces

doute pour prouver l'intention qu'on a eue de la rappeler dans le tableau du Rhamesseum; et cette intention est aussi bien suffisamment justifiée par la relation que le calcul nous a découverte entre l'état du ciel qu'elle désigne, et l'époque, vraisemblablement primordiale, où la notation de l'année égyptienne se trouva en coïncidence avec l'année solaire, en -3285. Or, maintenant nous pouvons ajouter que la représentation dont il s'agit ne fut pas l'effet d'une intention capricieuse ou accidentelle; car la même scène astronomi-

---

« termes consacrés, sans crainte de nuire à la clarté et à l'intelligence des « textes, où on les reconnaissait toujours par leur spécialité.

« Le signe qui, dans notre phrase, vient après l'abréviation du mot *mes*, « n'est qu'un homophone habituel de la consonne *t;* il désigne ici « l'*article singulier du genre féminin*, de même que dans le copte. Il est dé- « montré dans la *grammaire hiéroglyphique* de Champollion, que cet ar- « ticle se présente presque constamment, comme ici, *à la suite* des noms: « d'où a résulte qu'un nom totalement privé de cet article est, par cela « même censé appartenir au genre masculin. Tel peut être le cas de l'in- « scription tracée, dans le tombeau de Menephta I[er], au-des- « sus du *taureau*, qui figure à la place de la *tête de vache* dans une scène « astronomique pareille à celle du Rhamesseum. Néanmoins il serait facile « de citer des cas où, par exception à cette règle, l'article féminin soit « devant, soit après des mots qui appartiennent à ce dernier genre. Je ne « dois pas négliger cette observation, pour en conclure que rien ne s'op- « pose à ce que notre phrase, soit telle qu'elle est tracée au Rha- « messeum, soit telle que nous la lisons dans le tombeau de Mene- « phta, puisse aussi être interprétée *la naissance ou génération du soleil*.

« Le *disque solaire*, accompagné de l'image de l'*épervier*, symbole connu « du dieu *Phré*, est l'expression tropico-figurative du nom de ce même « dieu.

F. SALVOLINI. »

que, avec le Scorpion, le Taureau et le Lion intermédiaire, figurés comme constellations célestes, en présence du symbole Typhonien, celui-ci dans une situation transversale, toute cette scène, dis-je, était aussi représentée au plafond d'une des salles du tombeau de Menephta Ier, découvert par Belzoni, comme on en peut juger par la gravure qui en a été faite, sans aucune connaissance du tableau du Rhamesseum, puisque celui-ci n'était pas encore découvert. Que le Lion et le Taureau du tombeau de Menephta soient des symboles célestes, cela est évident pour le premier, dont le corps est tout enveloppé d'étoiles qui en suivent les contours. Pour le Taureau, cela est plus évident encore, s'il est possible, car il porte sur la partie gauche de la face un petit disque circulaire, comme on en voit sur tous les personnages-constellations, et qui répond justement ici au groupe des hyades, dont Aldébaran est la principale, tandis que, sur la croupe, on voit un autre disque semblable, par lequel les pléiades sont sans doute désignées. Sur quoi j'ajouterai qu'à l'époque de la coïncidence dont il s'agit, en -3285, les pléiades se levaient héliaquement à Thèbes, le jour même de l'équinoxe vernal placé dans la tête du Taureau céleste, comme Sirius se levait aussi héliaquement alors, le jour précis du solstice d'été placé dans le Lion, de sorte qu'il n'a jamais existé une réunion de circonstances astronomiques aussi remarquable. Le tableau de Menephta ne présente pas la figure matérielle du Scorpion comme celui du Rhamesseum. Mais on y voit, comme dans celui-ci, une déesse-constellation, placée à l'opposé du Taureau, portant son nom propre écrit littéralement *déesse Scorpion,* avec les mêmes caractères qu'au Rhamesseum; et pareille-

ment, au-dessus du Taureau céleste, qui est ici un taureau indubitable, il y a écrit, *le générateur,* ou *la génération* d'Horus soleil, exactement par les mêmes signes qu'au Rhamesseum, sauf l'article déterminatif, *le* ou *la*, qui ne s'y trouve point et qui est souvent supprimé par abréviation sur les monuments (1). A droite et à gauche de la scène précédente, il y a encore, comme au Rhamesseum, des personnages-constellations dont le caractère est ici indubitable, à cause des disques répartis sur les diverses parties de leur corps; ils sont en même nombre qu'au Rhamesseum et répartis de même, neuf à droite et onze à gauche, comme dans notre planche 2. On n'a plus, il est vrai, la suite continue des douze mois pour indiquer que le tableau de Menephta doit être conçu replié circulairement comme la voûte céleste; mais cela est *écrit* textuellement sous le milieu du taureau par un groupe hiéroglyphique, composé du bras étendu et de la ligne ondulée, que Champollion m'avait traduit comme signifiant *se retourner,* de même que M. Salvolini me l'a interprété aussi sur le tableau du Rhamesseum, où le même signe se retrouve, sans que je lui eusse fait connaître l'interprétation de Champollion, et sans que ni lui ni Champollion pussent avoir aucune idée des conséquences qu'on devait tirer de cet indice. Or, l'application en devient bien évidente, par ce qui précède. Car, dans le monument de Menephta, il se trouve placé sous le milieu du corps du taureau, entre les hyades et les pléiades, précisément où il faut couper le tableau et le replier sur lui-même, pour mettre ces deux groupes d'étoiles dans leur position na-

(1) Voyez plus haut la note de M. Salvolini.

turelle à l'époque que la scène représente, c'est-à-dire la tête du taureau avec les hyades au-dessus de l'horizon occidental, les pléiades au-dessous. Et dans le monument du Rhamesseum, le même signe est écrit au-dessus du personnage céleste qui semble percer la tête du taureau avec une lance, précisément aussi où d'autres indices nous ont conduit à replier le tableau pour placer cette partie à l'horizon occidental. Cette identité de représentation, dans deux monuments vraisemblablement séparés par un intervalle de plus d'un siècle, prouve donc que la scène astronomique dont il s'agit était, à ces deux époques, un fait consacré par les souvenirs, soit scientifiques, soit religieux. Or, en effet, les membres de la commission d'Égypte l'ont encore vue figurée sur d'autres plafonds des tombes royales de Thèbes, et ils l'ont retrouvée aussi dans les salles du temple d'Hermonthis, élevé par Cléopâtre pour célébrer la naissance de son fils Césarion; dans les deux cas avec des caractères d'une telle similitude et d'une telle évidence, qu'ils ont été conduits par cela seul à voir dans ces tableaux ce qu'ils sont en effet, c'est-à-dire une représentation commémorative de l'époque où l'équinoxe vernal se trouvant dans le Taureau, le solstice d'été était dans le Lion, l'équinoxe d'automne dans le Scorpion (1). Mais on ne pouvait alors prouver cette interprétation, ni lui donner un fondement rationnel. Il était impossible, en effet, de deviner le motif qui intéressait les Égyptiens à cette circonstance astronomique, avant que Champollion nous eût découvert cette singulière notation de l'année vague,

(1) Voyez le Mémoire de M. Jomard, sur le temple d'Hermonthis. Ant. vol. II; et aussi les planches 68 et 82 des monuments astronomiques.

qui la met périodiquement en coïncidence avec l'année solaire à des époques très-distantes, au nombre desquelles, et très-vraisemblablement à son origine, se trouve précisément l'année -3285, qui réalise la concordance astronomique représentée avec tant de continuité sur les monuments.

Il reste à montrer comment l'intention de rappeler ce phénomène mémorable de la présence de l'équinoxe vernal sur la tête du Taureau, en -3285, a exigé, dans le tableau du Rhamesseum, que l'on coupât la série des douze mois à ceux de Méchir et de Phaménoth, et qu'on amenât ainsi ces mois à l'horizon oriental, le premier au-dessus, l'autre au-dessous. Pour cela il faut se rappeler que la représentation continue des douze personnages-mois, telle qu'elle existe dans ce tableau, n'offre de réalité physique qu'à une époque de coïncidence. Et il paraît bien manifeste qu'ici on a voulu spécialement la disposer pour une telle époque, considérée comme un point de départ fixe, puisque le cartouche royal qui porte les indices de l'équinoxe vernal vrai pour le temps où le tableau a été construit, n'est pas figuré au mois de Toby, mais en Pharmouthi et Pachon, où l'avait porté son mouvement dans l'année vague. Maintenant si la coïncidence représentée était celle de -3285, la tête du Taureau qui contenait alors l'équinoxe vernal dans le mois de Toby, se serait trouvée avec ce mois à l'horizon oriental, au lieu de Méchir. Il faut donc qu'on ait eu en vue la coïncidence suivante, celle de -1780. Or, depuis l'année -3285 jusqu'à -1780, le point qui marquait l'équinoxe vernal avait rétrogradé sur l'écliptique, de manière qu'il était loin de se trouver alors sur le front du Taureau. Il fallait donc ôter de l'horizon l'équinoxe vernal vrai de -1780, pour y ramener cet ancien

équinoxe de -3285; et comment fallait-il le mouvoir? il fallait le reporter vers l'occident, c'est-à-dire le remonter sur l'horizon d'une quantité égale au déplacement physique qu'il avait éprouvé. C'est justement ce que l'on a fait dans le tableau du Rhamesseum, en plaçant à l'horizon oriental les mois de Méchir et de Phanémoth, le premier au-dessus, le second au-dessous de ce plan. Car par là, comme on le voit dans notre simple réduction des mois en douzièmes d'années, l'équinoxe vernal vrai qui tombe à la fin de Toby vrai, se trouve reporté de 30° vers l'occident; et, en effet, le déplacement exact de ce point sur l'écliptique mobile, entre -3285 et -1780, avait été de 20° 32′ 42″; de sorte qu'à cette seconde coïncidence le soleil ne l'atteignait qu'en Méchir. Par une conséquence nécessaire, le groupe des hyades qui le caractérisait, se levait alors simultanément avec le soleil vers le 20 Méchir; puis, avant le soleil ou héliaquement, après s'être dégagé des rayons de cet astre, vers le 6 Phanémoth, en prenant comme Ptolemée 11° pour l'abaissement vertical du soleil sous l'horizon, au moment des levers héliaques. On pouvait donc alors, très-proprement, désigner ces deux mois par un symbole commun, affecté d'une indication différente de chaleur, comme exprimant *les hyades brûlantes,* et *les hyades tempérées.* Cette désignation symbolique n'aurait plus été exacte pour le tableau d'Edfou, exécuté postérieurement à la coïncidence de -275, si l'on avait voulu de même y prendre cette dernière coïncidence pour point de départ. Car à cette époque de -275, la rétrogradation continuée du point équinoxial vers l'occident avait reculé le lever solaire ou brûlant des hyades quelques jours au-delà de Méchir, sans avoir toutefois fait sortir de Phanémoth leur lever hé-

liaque ou tempéré; de sorte que ce dernier mois renfermait les deux phénomènes. Mais il est probable que le tableau d'Edfou avait seulement pour but de reproduire les caractères des mois consacrés par un usage constant et par les anciennes traditions, c'est-à-dire tels qu'ils avaient été établis depuis la coïncidence de -1780, à laquelle vraisemblablement furent établis les épagomènes (1). Alors, en effet, il était juste de désigner ces deux mois, Méchir et Phanémoth, par un même symbole, celui des hyades, en y joignant les indices d'une grande et d'une moindre chaleur. Cette identité de symbole employée pour les deux mois dont il s'agit, et exclusivement propre à eux seuls, nécessite bien cette identité d'application physique que nous leur trouvons; et elle fait également concevoir pourquoi, dans le tableau

(1) La chronologie du Syncelle, relative aux anciens rois d'Égypte, donne à ce sujet une induction singulièrement remarquable par son accord aussi exact qu'imprévu avec l'époque de coïncidence de — 1780. Le Syncelle dit que les épagomènes furent établis en Égypte par le 32e roi appelé Aseth, dont il fixe l'époque à l'an du monde 3716......... 3716

Or, suivant le même système chronologique, le Syncelle place le roi chaldéen Nabonassar en l'an du monde........................ 4747

Différence, ou intervalle écoulé depuis l'introduction des épagomènes en Égypte jusqu'à Nabonassar............................... 1031

Distance de Nabonassar à l'ère chrétienne d'après le canon de Ptolémée.. 747

Somme ou date de l'introduction des épagomènes antérieurement à l'ère chrétienne... 1778

N'est-il pas surprenant de voir le nombre conclu du Syncelle approcher si juste de la coïncidence de —1780? la différence de deux années ne supposerait sur le solstice de cette ancienne époque qu'un demi-jour d'erreur.

du Rhamesseum, le roi Rhamsès III, faisant des offrandes à tous les autres personnages-mois, n'en offre cependant qu'à un des deux symboles, celui de Méchir, et n'en fait point à Phanémoth, ces deux symboles représentant la même divinité dans deux relations successives avec le soleil.

Il résulte de ce qui précède qu'à l'époque du tableau du Rhamesseum, c'est-à-dire 1500 ans avant notre ère, les Égyptiens avaient déja, et probablement depuis plusieurs siècles, la connaissance matérielle du déplacement que les points équinoxiaux éprouvent dans le ciel avec le temps; qu'ils savaient qu'à une époque antérieure, celle-là même de -3285 où leur notation écrite avait été en coïncidence avec l'année solaire, l'équinoxe vernal s'était trouvé placé sur le front du Taureau céleste; et d'après cela, on conçoit aisément pourquoi dans leurs cérémonies relatives à un pareil équinoxe, on voit toujours figuré comme objet de culte, et comme l'image vivante du dieu générateur Horus sur la terre, un taureau blanc ayant sur sa tête le disque solaire et la coiffure même de ce dieu générateur qui présidait à l'équinoxe vernal, ou plutôt qui en était le symbole mythique. Enfin on voit combien il importe de s'attacher à découvrir les tableaux astronomiques qui peuvent rester encore en Égypte, de les dessiner fidèlement dans leurs proportions réelles, avec toutes les légendes hiéroglyphiques qui les accompagnent, et surtout de chercher à lire ces légendes, en poursuivant la route ouverte par Champollion. Car, d'après ce que nous montre le seul tableau du Rhamesseum, qui était inconnu avant Champollion, nous voyons que les éléments principaux du mouvement du soleil sont là observés et notés depuis une antiquité immense, de

sorte qu'il peut y exister des documents qui seraient d'une excellente application pour confirmer nos tables solaires, et pour éclairer encore d'autres parties de notre astronomie actuelle, si nous parvenions à les déchiffrer.

Les rapports remarquables qui ont ainsi existé entre la situation des hyades, des pléiades, et celle de cet ancien équinoxe, ont pu sans doute suffire pour faire dès lors réunir ces deux groupes d'étoiles en une seule constellation, objet d'une attention particulière. Mais par quel motif lui aurait-on donné le nom de Taureau? Cela est très-facile à comprendre d'après la liaison constante, perpétuelle, de l'équinoxe vernal avec le commencement des récoltes de céréales en Égypte. Cette époque de l'année est donc aussi celle où commence le battage des grains, qui, depuis un temps immémorial et aujourd'hui encore, s'opère en faisant fouler aux pieds par des bœufs les gerbes étendues sur une aire dans les champs mêmes. L'Egypte est donc alors couverte de ces travaux, et l'on conçoit qu'on a bien pu en donner le nom aux astres qui en donnaient le signal; ainsi a pu être formé le taureau céleste. Cette relation d'idées semble confirmée par un curieux tableau que M. Champollion a trouvé à Biban-el-Moulouk dans le tombeau de Rhamsès IV. Il représente les douze divisions de l'année agricole offrant successivement leurs dons à Rhamsès. La figure qui répond au sixième mois, conséquemment à Méchir, porte pour légende L'Égypte-Tête-de-Bœuf, et semble faire ainsi allusion à l'usage que nous venons d'indiquer; car l'équinoxe vernal vrai est, comme nous l'avons vu, fixé au 25 de Toby dans l'année normale, ce qui met le fort de la récolte dans le mois suivant, qui est Méchir. Je m'étais proposé de décrire ici tout ce tableau et

de montrer avec quelle fidélité il représente la série des productions naturelles ou les particularités de l'état physique de l'Égypte, pendant les douze mois d'une année où la notation est en coïncidence. Mais quelque curieuse que pût être cette comparaison, elle nous aurait trop éloignés de notre but actuel, c'est-à-dire de la discussion des procédés chronologiques, à laquelle je me hâte de revenir.

Le sens d'orientation que nous avons donné au tableau du Rhamesseum place sous l'horizon l'image du disque solaire représentée dans la bande supérieure, de manière à diriger les rayons de ce disque vers l'horizon oriental. Outre les conditions obligées que nous imposaient à cet égard les légendes des mois de Phaménoth et de Méchir, le plafond même sur lequel le tableau est sculpté présente une particularité d'une nature fort singulière, que M. Champollion a judicieusement notée et qui semble indiquer matériellement ce choix. C'est une sorte de soupirail qui, s'ouvrant à l'extrémité du tableau longitudinal qu'occupe le mois de Phaménoth, se dirige de là obliquement vers le ciel, de manière à laisser arriver la lumière supérieure sur cette extrémité. Or, quand le tableau est ramené à la circularité, et orienté comme nous l'avons fait, ce soupirail se trouve également renversé et placé à l'horizon oriental, sous une inclinaison inverse de celle qu'il avait au plafond; et comme il y amenait la lumière du haut vers le bas, il semble maintenant indiquer sa route du bas vers le haut, c'est-à-dire la faire partir de l'hémisphère inférieur où le soleil se trouve, pour la jeter vers l'horizon oriental.

Je n'ai pas découvert jusqu'ici ce que signifient les deux groupes de personnages, l'un de onze, l'autre de neuf, qui

marchent en sens contraire dans une même bande longitudinale au-dessus de la bande des mois. Je ne puis également me hasarder à interpréter les personnages ou animaux emblématiques placés dans la bande supérieure, et qui par les étoiles dont ils sont environnés ou couverts, comme par les légendes qui les accompagnent, toutes contenant des étoiles, semblent désigner autant de constellations du ciel égyptien. Champollion y reconnaissait au-dessus du mois de Thoth, la déesse Isis qui lui paraissait désigner Sirius; et cette interprétation semble incontestable, puisqu'elle résulte du nom même écrit au-dessus de la tête de ce personnage, lequel signifie *Isis Thoth,* accompagné d'une étoile comme déterminatif. Cela semble indiquer clairement l'astre d'Isis, c'est-à-dire Sirius, dans sa relation ordinaire, astrologique ou religieuse, avec le mois de Thoth vague. Mais alors cette constellation, et conséquemment toutes celles qui la précèdent ou la suivent dans la même bande longitudinale, quoique vraisemblablement figurées dans leur ordre naturel de levers ou de couchers relatifs, ou peut-être de passages au méridien, ne devront pas être considérées non plus comme en correspondance astronomique nécessaire avec les personnages-mois placés au-dessous de chacune d'elles; et l'on ne pourra connaître si quelque lien les y rattache, qu'en parvenant à interpréter les légendes qui les entourent. Ceci pourrait déja donner matière à des conjectures qui ne seraient pas sans vraisemblance, sur la signification de plusieurs des personnages qui se suivent dans la bande longitudinale que nous examinons. Mais comme on n'en déduirait aucune preuve de temps ou de position qui fût assez précise pour

vérifier les suppositions qu'on pourrait ainsi faire, je m'abstiendrai de les mentionner.

On peut se former des idées plus fixes sur la nature des personnages qui sont figurés au nombre de treize dans chacune des deux bandes longitudinales qui terminent le tableau à ses *extrémités supérieures et inférieures*. D'après les caractères mythiques reconnus par Champollion, la similitude de ces personnages dans chaque bande, leur attitude d'adoration, l'étoile placée au-dessus de leur tête, les désignent comme représentant des heures; et même on peut remarquer, d'après ces mêmes recherches de Champollion, que les treize de la bande inférieure, qui sont du sexe mâle, représentent des heures de jour, tandis que les treize de la bande supérieure, qui sont toutes des femmes, représentent des heures de la nuit. D'après l'orientation que nous avons été conduit à donner au tableau quand nous l'avons rendu à la circularité, tous ces personnages-heures, tant de nuit que de jour, ont la face tournée vers l'orient, comme attendant l'arrivée du dieu qu'ils doivent adorer, et se prosternant vers le côté du ciel où il doit successivement paraître. La disposition particulière de ces deux bandes, spécialement appropriée au sens des personnages, celle de la bande des constellations dirigée en sens contraire pour son but propre, l'inversion alternative admise entre les personnages-mois pour un autre but, tout cela confirme ce que Champollion avait déja remarqué sur plusieurs tableaux égyptiens, divisés comme celui-ci par bandes longitudinales, mais représentant des sujets d'une interprétation plus facile, c'est que chaque bande doit être étudiée à part, pour son sens propre, sans une relation nécessaire de position géométrique entre les

personnages de bandes différentes; circonstance qui sans doute rend l'interprétation plus difficile, mais qu'il faut pourtant connaître, pour ne pas s'épuiser vainement à invoquer de pareilles relations, et à chercher les moyens d'y satisfaire. Dans notre tableau, par exemple, c'est probablement par un effet de cette indépendance que les indications des mois, écrites au-dessus de la bande des constellations, ne sont pas placées dans les verticales mêmes des personnages-mois auxquels elles se rapportent dans l'usage habituel; et alors, ces noms écrits désignent peut-être les mois d'une certaine année déterminée à laquelle se rapportent les documents astronomiques insérés dans le même cadre, année qui serait tout-à-fait indépendante de la série des personnages-mois. Par cette raison n'ayant pas trouvé dans le dessin fait sur les lieux, ni dans les manuscrits de Champollion, de noms de mois écrits au-delà de Paoni, je n'ai point complété la série des douze noms, et j'ai laissé les cadres suivants vides. Car, à la vérité, il se peut que ces noms aient été détruits par le temps, mais il se pourrait aussi qu'ils n'eussent jamais été écrits, et qu'ils n'eussent jamais dû l'être, la nature des documents astronomiques tracés dans les cadres étant suffisamment indiquée par leur expression même, ou se rapportant à toute autre chose qu'à des mois.

Maintenant on peut se demander pourquoi, dans notre tableau, on a représenté les heures au nombre précis de treize, tant de la nuit que du jour. Je n'y saurais soupçonner de motif raisonnable que l'intention d'indiquer la longueur du plus long jour et de la plus longue nuit de l'année, à l'extrémité la plus australe de l'empire d'Égypte, dans cette île de Méroé qui est, en effet, un climat de treize heures, et

que Ptolémée a prise pour le terme le plus austral de sa table des climats habités. Je me borne à présenter ceci comme une conjecture possible. Mais si elle venait ultérieurement à se confirmer par la lecture des légendes qui accompagnent notre tableau, il faudrait en conclure que les Égyptiens, au temps de Rhamsès III, savaient distinguer les heures équinoxiales des heures temporaires, ce qui ne permettrait pas de dédaigner les éléments astronomiques que leurs monuments pourraient nous fournir, pour vérifier nos tables actuelles, qui sont loin d'avoir été assujetties à des documents si éloignés.

Rien ne serait plus utile à cet égard que des indications d'éclipses, et il est comme impossible qu'ils n'en aient pas observé et enregistré dès ces anciennes époques, puisque leur notation même de l'année employait dès lors le croissant lunaire comme signe de mois, et que, sur les plus anciens monuments, comme sur les plus modernes, on voit au nombre de leurs personnages divins un dieu Lune, caractérisé tel par son nom écrit, ainsi que par le disque et le croissant qui lui sont affectés comme attributs spéciaux, quoiqu'ils se trouvent aussi fréquemment appliqués à des personnages solaires. D'ailleurs, l'ancienneté des observations d'éclipses chez les Égyptiens est attestée par Aristote d'une manière formelle. Toutefois l'emploi du croissant comme signe de mois est le seul symbole lunaire que j'aie pu reconnaître dans notre tableau du Rhamesseum; et M. Salvolini n'y a rien trouvé non plus dans les légendes hiéroglyphiques que l'on pût supposer avoir la lune pour objet. La scène astronomique sculptée dans le tombeau de Menephta I[er] n'offre également que des symboles solaires, du moins dans la limite de nos interprétations actuelles. Les plus anciens indices que

l'on ait jusqu'ici de ce genre d'observations consistent en deux passages que M. Salvolini a remarqués dans le grand rituel funéraire conservé au musée royal de Turin, et qu'il a interprétés par les principes de Champollion d'une manière non douteuse : le premier est le titre du 15e chapitre, IIIe partie, 1ère section; il porte :

« *Livre des cérémonies du 30 méchir, lorsque la lune est pleine le 30 méchir.* »

Le second est le titre du chapitre 10 de la même section; il porte :

« *Livre des cérémonies, lorsque la lune est pleine le 1er du mois.* »

Suivant une note que M. Salvolini m'a remise en me communiquant ce document précieux, « Le premier passage est « reproduit sur tous les exemplaires de la même partie du « rituel que l'on possède dans différents musées de l'Eu- « rope. On sait que ces exemplaires d'un seul et même « texte, plus ou moins étendu, plus ou moins ancien, con- « sistent dans un rouleau de papyrus qui accompagne con- « stamment le corps embaumé des défunts; leur antiquité « relative peut être établie par des circonstances diverses. « Pour l'exemplaire du musée de Turin, par exemple, « l'époque est incontestable; car il porte le cartouche royal « d'un Pharaon de la 20e dynastie, ce qui le place entre le « XIe et le XIIIe siècle avant notre ère; mais on en connaît « d'autres qui sans doute remontent à des époques bien plus « éloignées de nous. Le musée de Leyde en possède les plus « nombreux exemplaires; quoiqu'ils ne portent point de car-

« touche royal, quiconque est tant soit peu habitué à la « paléographie égyptienne ne peut manquer de les rapporter « à un temps fort peu éloigné de la 18e dynastie, si ce n'est « à cette dynastie elle-même, c'est-à-dire entre le XVe et le « XVIIIe siècle antérieurs à notre ère. La comparaison ma- « térielle des actes publics portant des dates de cette dynastie « paraît établir ce fait. Une circonstance remarquable en « faveur de l'antiquité des exemplaires du rituel conservés à « Leyde, c'est qu'ils sont presque tous palimpsestes, c'est-à- « dire qu'ils ont été employés une seconde fois dans des « temps fort postérieurs pour écrire sur leur revers des « extraits du rituel qui ont servi pour d'autres défunts. »

Lorsque l'on a compris le sens de la scène astronomique encadrée dans le tableau du Rhamesseum, il est impossible de n'être pas frappé de la similitude ou plutôt de la parfaite identité qu'elle présente avec les monuments asiatiques appelés mythriaques, du nom du dieu Mythra, ou le soleil, auquel ils étaient consacrés. Dans ces monuments, qui sont toute la reproduction plus ou moins légèrement variée d'un même type (1), le personnage divin Mythra, emblème du soleil, est toujours représenté domptant un taureau abattu vers l'horizon occidental, et le perçant de son poignard asiatique, tandis que le Scorpion commence à sortir de dessous l'horizon oriental, précisément comme dans le tableau égyptien du Rhamesseum, le dieu-soleil Phré, placé dans le Lion au haut du ciel, perce à l'occident la tête du Taureau de sa lance, tandis que le Scorpion se montre à l'orient; et il ne peut

(1) Il y en a plusieurs au Musée des Antiques de Paris. L'un même est dans la première cour d'entrée.

pas non plus y avoir de doute sur la signification astronomique de la scène mythriaque, car l'orient et l'occident y sont presque toujours figurés à gauche et à droite par des emblèmes sensibles, tels que des personnages symboliques portant des flambeaux, l'un élevé, l'autre renversé; ou encore des arbres chargés, l'un de fleurs, l'autre de fruits; et souvent aussi, dans le haut du tableau, le soleil lui-même est représenté dans son char, gravissant à l'orient la voûte céleste, tandis que la lune descend à l'occident vers l'horizon. Fréret, qui s'est occupé de ces monuments dans un mémoire spécial sur le culte de Mythra, paraît disposé à y voir une scène astrologique l'exaltation du soleil dans le Taureau. Mais d'abord cette idée d'exaltation, telle qu'on la trouve dans les auteurs d'astrologie, et telle que Fréret l'adopte, semble supposer un zodiaque complet, et même un zodiaque mobile, ce qui n'est peut-être pas le cas des monuments mythriaques, et ce qui du moins n'est certainement pas indiqué dans le tableau égyptien qui présente la même scène. En outre, cela n'expliquerait pas la présence constante du Scorpion à l'Orient, non plus que beaucoup d'autres détails également caractéristiques, par exemple, la queue du taureau mythriaque toujours terminée en épis, ce qui est parfaitement vrai pour l'Égypte, où la récolte des céréales commence à l'équinoxe vernal. Un membre actuel de l'Académie des inscriptions, M. Lageard, a considéré les monuments dont il s'agit sous un point de vue qui semble plus complet, en cherchant à établir qu'ils rappellent symboliquement une époque astronomique réelle, celle où l'équinoxe vernal avait été dans le Taureau, le solstice d'été dans le Lion, l'équinoxe automnal dans le Scorpion; mais l'étendue astro-

nomique de ces constellations laissait une incertitude de plus de deux mille ans sur le lieu où l'on devait y placer l'équinoxe, et conséquemment aussi sur l'époque précise que les monuments désignaient. La comparaison avec les tableaux égyptiens lève cette incertitude, et rattache la tradition représentée à l'époque même où l'équinoxe vernal se trouvait dans les hyades, tandis que l'équinoxe automnal était près d'Antarès, ce qui remonte à la même année 3285, où la notation égyptienne se retrouve en coïncidence solaire. Maintenant quelle a été la source primitive de cette allégorie solaire ? Est-elle née d'abord chez les Égyptiens, en commémoration du fait réel, et passée de là chez les Chaldéens, auxquels, en effet, les inscriptions des monuments mythriaques attribuent le dogme qu'elle exprime ? ou ceux-ci l'ont-ils donnée aux Égyptiens qui en auraient fait le fondement de leur notation de l'année ? C'est un point de critique chronologique important à éclaircir. Malheureusement ceux des monuments mythriaques qui sont les mieux caractérisés par des symboles astronomiques ne peuvent pas le décider, étant tous des ouvrages romains du temps des empereurs ; de sorte que, pour suivre plus loin les vestiges de cette tradition chez les Chaldéens, il faut les chercher dans les formes religieuses qui ont pu s'y rattacher, ou dans les étymologies tirées des mots qui s'y rapportent, deux genres de preuves d'une application très-délicate. Toutefois, il ne faut pas repousser de semblables indications d'une manière trop absolue ; car, si les 1900 années d'observations chaldéennes envoyées par Callisthène à Aristote pendant l'expédition d'Alexandre sont véritables, ce dont nous n'avons aucune raison de douter aujourd'hui, on arrive à un temps assez voisin de la première

coïncidence égyptienne, pour qu'il demeure encore incertain si la réunion de phénomènes astronomiques auxquels elle remonte, on pourrait dire qu'elle exprime, ont été observés primitivement chez les Égyptiens ou chez les Chaldéens, et lequel des deux peuples les a transmis à l'autre. Quant à ce qu'ils aient été réellement observés, c'est un fait qui résulte de l'exactitude même avec laquelle la notation et les monuments des Égyptiens s'y adaptent; et si cette notation a été établie postérieurement aux observations, de manière à y satisfaire par un arrangement rétrograde, comme la justesse même de son accord avec elles semble le déceler, il lui restera encore une antiquité assez haute, puisqu'on l'a trouvée écrite sur des monuments qui ont aujourd'hui au moins quarante siècles d'existence, et d'une existence indubitable, étant constatée par les séries des cartouches sur lesquels sont inscrits les noms des rois.

L'ancienne communication d'idées qui a dû exister entre les Chaldéens et les Égyptiens se trouvant ainsi décelée par l'identité des traditions et des allégories appliquées chez ces deux peuples au souvenir d'une même époque astronomique conservé dans leurs dogmes, j'ai cherché si l'on retrouverait des traces d'idées analogues dans l'astronomie des Chinois, qui remonte aussi à une antiquité du même ordre. Les missionnaires qui dans les deux derniers siècles étaient parvenus à s'établir à la Chine nous ont transmis à cet égard une foule de documents qui sans eux ne nous auraient jamais été connus. Il y avait parmi ces missionnaires des hommes très-savants, que leurs connaissances astronomiques et leur habileté élevèrent successivement jusqu'à la présidence du tribunal des mathématiques et à la confiance de l'empereur; de

sorte qu'ils ont eu à leur disposition les archives historiques et les registres originaux des anciennes observations qu'une parfaite intelligence du langage leur donnait tous les moyens d'étudier. On a connu ainsi qu'il existait là une population de deux à trois cents millions d'individus, constitués depuis plus de quatre mille ans en corps de nation, ayant pour toute cette étendue de temps des annales régulières, continues, classées par des cycles périodiques de jours et d'années qui fixent la chronologie dans tout cet intervalle d'une manière certaine; ayant de tout temps observé les mouvements du soleil et de la lune, noté les éclipses, donné aux phénomènes célestes une importance et une attention spéciales; et avec cela n'ayant fait dans l'astronomie exacte presque aucuns progrès, y étant même ignorante au point de ne pouvoir calculer d'avance avec quelque sûreté les retours annuels des cérémonies publiques prescrites par les rites, et de se voir réduite à appeler pour ces calculs des bonzes indiens, des mahométans, des Persans ou des chrétiens. Une telle limitation, si infranchissable, est sans doute un phénomène moral bien remarquable et dont il est curieux de chercher la cause. Elle me paraît avoir résidé presque tout entière dans l'usage ancien et constant qui a existé à la Chine de rapporter les mouvements du soleil, de la lune et des planètes à l'équateur par ascension droite et distance polaire, au lieu de les rapporter à l'écliptique comme l'ont fait les anciens Égyptiens et après eux les Grecs. Car le plan de l'écliptique n'éprouvant, même après beaucoup de siècles, que de très-petits déplacements qui devaient être absolument insensibles aux observations anciennes, les lois des mouvements révolutifs s'y présentent simples et dans leur

évidence naturelle, modifiée seulement par la rétrogradation de leur commune origine équinoxiale; tandis que l'équateur, au contraire, changeant continuellement de position dans le ciel, et y prenant parmi les étoiles des directions très-différentes après peu de siècles, ses variations, mêlées aux lois propres des mouvements planétaires que l'on y rapporte, compliquent celles-ci de manière qu'il devient beaucoup plus difficile de les discerner. Ajoutons à cela que, par une suite de la même idée, les Chinois ont construit leur zodiaque sur l'équateur même, ou, pour mieux dire, par ascensions droites, divisant le contour entier des cercles horaires en vingt-huit constellations, d'intervalles inégaux tout-à-fait bizarres, puisque quelques-unes, par exemple, ont plus de trente degrés d'étendue, tandis que d'autres immédiatement consécutives n'ont que un ou deux degrés. Ce sont les missionnaires qui nous ont transmis ces particularités, en indiquant même les étoiles qui marquent les limites de chaque constellation dans les catalogues chinois; mais maintenant que, par les travaux de Rémusat et de M. Julien, l'étude de la langue chinoise commence à être accessible en France, on peut prendre une connaissance immédiate de tous ces documents, dans les ouvrages originaux imprimés au Japon et à la Chine. C'est ce que mon fils a fait pour moi en les extrayant des deux Encyclopédies chinoise et japonaise que la Bibliothèque royale possède, et qui, imprimées en 1607 et 1713, sont antérieures à la propagation de l'astronomie européenne dans les calculs chinois, comme le prouvent d'ailleurs les formes et les expressions mêmes qui y sont employées. Or, non-seulement ces ouvrages montrent les figures et les étendues des 28 constellations équatoriales, telles

que les ont rapportées les missionnaires, mais on y retrouve aussi le nom particulier du groupe d'étoiles qui sert à chacune d'elles de déterminatif et qu'il nous a été facile d'identifier avec les étoiles correspondantes de nos cartes, soit d'après les écrits des missionnaires, soit d'après les coordonnées équatoriales, exprimées dans l'ouvrage chinois. Maintenant, pour retrouver l'idée antique qui a présidé originairement à ce partage bizarre du ciel par des intervalles inégaux d'ascension droite, j'ai renversé la manière habituelle que l'on avait prise de traiter la question; et, considérant, par exemple, les déterminations des deux équinoxes et des deux solstices, rapportées dans le plus ancien livre chinois, le Chouking, déterminations qui remontent à plus de vingt-trois siècles avant l'ère chrétienne, je n'ai pas voulu les employer pour conclure cette époque, à quoi elles sont peu propres par l'indétermination trop large des expressions dans lesquelles elles sont énoncées; mais trouvant dans la chronologie chinoise le temps précis de l'empereur Yao, sous lequel elles ont été faites, temps qui, pour le commencement de son règne, est authentiquement fixé à 2357 ans avant l'ère chrétienne, soit par les éclipses, soit par les cycles, de manière qu'on pourrait à peine y supposer une erreur de quelques années, je suis parti de cette donnée certaine, et, au moyen des formules de la Mécanique céleste, j'ai calculé la position de l'équateur, de l'écliptique, des solstices et des équinoxes qui y répondaient, ce que l'on peut faire aujourd'hui, même pour une si grande distance, sans avoir à craindre plus de quelques minutes d'erreur. Or, le ciel du temps d'Yao étant ainsi reconstruit, non-seulement j'y ai trouvé les solstices et les équinoxes exactement dans les astérismes où le Chouking les place, mais encore, en me

reportant au procédé par lequel ces observations ont été faites, et qui est aussi indiqué dans le Chouking, je suis parvenu à me rendre compte du principe rationnel qui avait déterminé les limites et les étendues en apparence si bizarres de ces divisions, alors équatoriales, du ciel étoilé; de manière que j'ai pu assigner *à priori* le commencement et la fin de la plupart d'entre elles, ainsi que les amplitudes variables qu'on leur trouve dans les catalogues chinois de diverses époques, toutes ces choses étant autant de conséquences naturelles et calculables du principe de division primitif et du déplacement progressif éprouvé ensuite par l'équateur dans le ciel. Ce n'est pas ici le lieu d'entrer dans ces détails, mais je me borne à les énoncer pour en déduire deux faits qui appartiennent à la question philosophique traitée dans ce mémoire: le premier c'est que les plus anciennes observations astronomiques mentionnées dans les livres chinois remontent seulement à vingt-quatre siècles avant l'ère chrétienne, et sont ainsi postérieures de neuf siècles à la position primitive des solstices et des équinoxes rappelée par la notation et les tableaux sculptés des Égyptiens; le second fait c'est que le mode de division du ciel chinois, par ascensions droites, le choix de leurs constellations, et les dénominations qui les désignent n'ont aucun rapport quelconque avec le système astronomique égyptien, quoique l'époque où on les trouve formées fût encore assez voisine de l'époque égyptienne pour que l'on pût y appliquer les mêmes emblèmes et les mêmes allégories. Car en 2357 l'équinoxe vernal se trouvait dans les pléiades, lesquelles en Égypte étaient comprises avec les hyades dans le Taureau céleste, comme on le voit sur les monuments égyptiens; de même le solstice d'été

tombait dans le Lion précisément sur Regulus, et l'équinoxe automnal se trouvait dans les dernières étoiles occidentales du Scorpion. Or, les livres chinois n'offrent absolument rien qui soit relatif à ces symboles : bien plus, la plus brillante des étoiles du Scorpion, Antarès, est comprise dans une division chinoise différente de celle où l'équinoxe automnal se trouvait alors, et où le Chouking l'a en effet placé. Il n'y a donc rien là qui puisse faire supposer une transmission de méthodes ou de traditions qui se seraient propagées des Égyptiens aux Chinois ; au contraire, les deux systèmes d'idées semblent tout-à-fait indépendants. Si donc on découvre entre ces deux peuples quelques autres analogies, comme le culte du ciel, celui des ancêtres, l'assimilation des rois au soleil, l'emploi des symboles figuratifs dans l'écriture primitive, il faut admettre qu'ils ont été conduits également à ces usages par la seule pente naturelle de l'esprit humain; ou que s'ils les ont puisés dans une ancienne communauté de patrie ou de race, ces relations ont dû précéder le phénomène astronomique qui est devenu l'origine des traditions et de la notation égyptiennes, c'est-à-dire qu'elles ont dû être antérieures à l'année julienne — 3285.

Appréciation des moyens que les Égyptiens ont pu employer pour lier leur année vague à l'année solaire vraie. Usage des périodes de trente ans.

Dans le commencement de ce Mémoire, j'avais prouvé, par le simple calcul arithmétique, que la notation de l'année vague égyptienne découverte par M. Champollion, embrassant une durée sensiblement différente de l'année solaire, devait dans sa marche révolutive s'accorder parfois avec elle,

puis la quitter, puis revenir de nouveau avec elle en coïncidence. D'après la concordance connue du calendrier julien avec l'année vague égyptienne et avec l'année solaire, j'ai déterminé les époques précises auxquelles ces coïncidences ont dû arriver dans les deux suppositions d'une année de 365 jours et d'une année de 360, rattachées l'une à l'autre par un lien rationnel.

Je me suis proposé ensuite d'examiner si, comme cela était infiniment vraisemblable, les Égyptiens avaient remarqué ces coïncidences, s'en étaient rendu compte et les avaient constatées sur leurs monuments. J'ose croire que la discussion à laquelle je viens de soumettre les tableaux d'Edfou et du Rhamesseum établit suffisamment tous ces points.

Il reste maintenant à montrer quel usage ils pouvaient faire de cette connaissance.

Je dis d'abord qu'ils pouvaient se servir de ces coïncidences comme d'une ère naturelle, aussi positivement fixée que celle dont nous faisons usage dans notre calendrier actuel. En effet, sachant qu'à l'époque d'une coïncidence le jour du solstice d'été, par exemple, doit toujours concorder avec le premier de Pachon vague, ce qui n'exige pas que la coïncidence ait été effectivement observée, il n'y a qu'à examiner ensuite dans quel mois et à quel quantième de l'année vague arrivent tous les autres solstices d'été quelconques; et le nombre de jours ainsi écoulés depuis le premier de Pachon rangera l'année dont il s'agit dans le grand cycle naturel de 1505 années solaires, que l'intervalle de deux coïncidences embrasse.

Ou bien encore ils pouvaient, et avec plus d'exactitude, opérer de la même manière, en prenant l'équinoxe vernal

pour point de départ, puisqu'ils avaient distingué et spécialisé cette époque de l'année solaire, comme le montrent les caractères de personnifications qu'ils y avaient attachés, et comme on peut en juger encore en la voyant signalée dans le tableau astronomique du Rhamesseum, ainsi que dans plusieurs autres scènes sculptées sur les murailles de ce même palais, et dans celui de Rhamsès Meiamoun.

Avant d'appliquer cette méthode à des exemples qui montreront combien elle est simple, il sera utile de chercher s'il n'y avait pas chez les Égyptiens quelque période usuelle qu'ils auraient pu employer pour mesurer ce déplacement progressif du solstice d'été, ou de l'équinoxe vernal, dans l'année vague; car si nous leur trouvions quelque période de ce genre, il est évident que ce serait la première qu'il conviendrait d'éprouver.

Or, qu'ils eussent des périodes d'années dont ils faisaient ainsi spécialement usage, c'est ce qui est attesté par une foule de monuments. Ces périodes, comme M. Champollion l'a prouvé par l'interprétation du texte hiéroglyphique de la pierre de Rosette, ramenaient des assemblées plus ou moins solennelles, qu'ils appelaient du nom de panégyries. Celles que l'on appelait les grandes panégyries revenaient périodiquement après des intervalles de 30 années vagues, et l'un des titres généraux des rois d'Égypte à toutes les époques était: « Seigneur des périodes de 30 ans, comme représentant « le dieu Phta (le dieu soleil) qui les préside. » Cette qualification donnée à Épiphane dans l'inscription de Rosette n'est que la répétition d'un usage consacré par le temps, et que l'on trouve reproduit sur une foule de monuments de toutes les époques. Il importe même de remarquer que ces

périodes de 30 ans étaient pour eux une sorte de grande unité de temps, comme l'est pour nous le siècle, et qu'ils s'en servaient de même dans un sens indéfini, pour exprimer de longues suites d'années. Parmi les personnages qui sont représentés dans le Rhamesseum, offrant leurs vœux au roi Rhamsès, la reine sa femme prie Ammon-Ra, le roi des dieux « d'accorder à ce prince une vie « stable et pure, dont les années se comptent par pério- « des de panégyries. » En outre, d'après ce que M. Champollion a fait voir, le signe symbolique des panégyries est toujours attaché, dans les tableaux, au signe symbolique d'une série d'années, lequel est une branche de palmier marquée de plusieurs feuilles qui représentent autant de crans. Une pareille branche avec un seul cran exprime l'idée générique *année*. Dans les tableaux historico-mythiques, on voit toujours le dieu Thoth, le dieu du temps et des sciences, qui marque avec son style un des crans du sceptre panégyrique : on n'a pas jusqu'ici songé à compter le nombre précis de ces crans, mais il faudra désormais y faire attention, car, plus on étudie les monuments égyptiens, plus on voit qu'on n'y a introduit aucun détail qui ne soit l'expression d'une idée.

Il est donc indubitable que, dans tous les temps, sous les plus anciens pharaons, comme sous les Lagides, les Égyptiens ont attaché une spécialité particulière aux périodes de trente ans vagues ; qu'ils en faisaient une des attributions constantes du soleil, et de leurs rois, images vivantes de ce dieu sur la terre. Y avait-il dans ce nombre quelque relation simple de l'année vague à l'année solaire, qui pût s'associer à leur notation écrite ? C'est un point qu'il convient d'examiner.

Considérons d'abord l'année vague de 365 jours : l'année solaire moyenne a ces époques anciennes était, d'après les formules de la Mécanique céleste, $365^j,24257$. Ainsi, la fraction 0,24257 exprime son excès sur l'année vague. En la prenant 30 fois, on a pour excès total $7^j,2771$, qui, répété quatre fois, produit $29^j,1084$. D'après cela, si l'on part numériquement d'une époque où le solstice d'été se trouvait au premier de Pachon, on voit qu'après chaque période de 30 années vagues, ce phénomène retarde presque rigoureusement de $7^j \frac{1}{4}$; de sorte que, pour le placer toujours exactement, il suffit de le faire retarder, pour les trois premières périodes, de 7 jours juste, et de 8 à la quatrième. Voilà donc une sorte d'intercalation alexandrine, mais bien plus exacte ; car elle ne laisse que $0^j,1084$ d'erreur en 120 années vagues, ou $1^j,084$ en 1200, tandis que dans ce même intervalle de temps l'intercalation julienne en produit 8,916, ou environ neuf fois davantage ; et enfin, cette petite erreur d'un jour pourrait même aisément se détruire en augmentant le retard ordinaire d'un jour de plus après 1200 ans.

Maintenant, supposez qu'une suite d'observations d'ombres solaires ait fait reconnaître et mesurer ce déplacement progressif du solstice d'été, ou de l'équinoxe vernal, dans l'année vague écrite, ainsi que la loi extrêmement simple à laquelle il est soumis, laquelle n'est que l'expression immédiate du fait même. Alors si, à une époque quelconque, on veut commencer à placer les années vagues dans le grand cycle solaire que la marche de la notation embrasse, rien ne sera plus facile. Car le point numérique de départ du cycle étant la coïncidence du solstice d'été, par exemple, avec le premier jour du mois de Pachon vague, il n'y a qu'à déterminer par

observation le jour où ce phénomène arrive dans l'année vague courante actuellement écrite; et, s'il se trouve tomber, par exemple, au 29 de Pachon vague, on en conclura que cette année est la 120ᵉ du cycle; s'il tombe 58 jours après le premier de Pachon, elle en sera la 240ᵉ, et ainsi de suite, à raison de 29 jours pour 120 ans. Chaque retour de l'année solaire au solstice d'été vous donnera ainsi une occasion nouvelle de déterminer par rétrogradation l'origine proleptique du cycle vague; et, en prenant une moyenne entre ces déterminations, vous la connaîtrez bientôt avec exactitude, puisqu'une erreur d'un quart de jour sur l'instant du solstice ne la déplacera guère que d'une année. Et même vous pourrez rendre cette détermination proleptique encore bien plus prompte et plus exacte, si, comme il est inévitable, la continuité des observations du soleil vous a fait connaître avec quelque approximation la marche annuelle de cet astre dans l'écliptique; car alors vous pourrez employer cette marche connue pour réduire toute position quelconque observée de cet astre à la phase que vous aurez choisie pour point de départ, précisément comme nous le faisons aujourd'hui pour déterminer les erreurs constantes de nos tables près des équinoxes et des solstices, en réduisant à ces points des observations qui en sont distantes et que l'on fait ainsi également concourir à leur détermination. Une fois cette origine proleptique ainsi obtenue, toutes les autres années qui suivront pourront être placées dans le cycle, sans aucune nouvelle détermination de valeurs absolues, d'après la seule loi de la période, en faisant le retard du solstice de 7 jours pour trois panégyries de 30 ans vagues, et de 8 pour la quatrième. Et si, par des observations prolongées, on s'apercevait

que ce déplacement n'est pas rigoureusement de 29 jours justes pour 120 années vagues, le fait même montrerait encore à corriger cette petite erreur sans aucun dérangement dans les dates, ni dans la marche du calendrier usuel, en augmentant seulement le retard du solstice d'un jour pour 1200 années vagues, après quoi il n'y aurait pas d'intercalation ni de calendrier moderne qui fût plus exact.

Un avantage spécial de cette méthode et qui en rend l'invention bien facile quand on écrit l'année vague avec la notation égyptienne, c'est d'abord que le calendrier usuel continue de marcher toujours sans altération pendant qu'on s'étudie à le rattacher à l'année solaire; et qu'en outre le lien principal de ce raccordement, je veux dire la période de déplacement de l'équinoxe vernal ou du solstice dans l'année vague écrite, n'exige pas que l'on détermine l'instant absolu de ces phénomènes, mais seulement l'intervalle de leurs retours, ou plus généralement le nombre de jours vagues qui s'écoulent entre deux retours semblables du soleil à une même hauteur, dans un vertical constant, qui peut ne pas être le méridien. Or, que les Égyptiens fussent en état d'exécuter ces opérations depuis une très-haute antiquité, c'est ce qui ne peut être mis en doute, si l'on songe que, selon le témoignage de Géminus et de Clément d'Alexandrie, confirmé par des monuments matériels que nous possédons encore, ils avaient la connaissance et l'usage du gnomon, dont ils se servaient pour observer les solstices; et même Clément dit que cet instrument était porté par le chef des hiérogrammates dans les cérémonies publiques, comme le symbole principal de ses attributions sacrées (1).

---

(1) On sait que les hiérogrammates étaient une division de l'ordre sa-

Ayant donc la certitude, par ces documents et par une foule d'autres indices, que la caste des prêtres égyptiens était adonnée par devoir religieux à des observations de ce genre, qu'elle y employait de pareils instruments, et qu'elle les a continuement appliqués pendant de longues suites de siècles, en vertu de son institution même, à l'étude des mouvements du soleil, on concevra que cette caste a pu, a dû même nécessairement reconnaître le déplacement progressif du sol-

---

cerdotal chargée des études scientifiques liées à la religion. Clément d'Alexandrie nous apprend que le chef des hiérogrammates devait posséder à fond l'écriture hiéroglyphique, la cosmologie, la géographie, les lois des mouvements du soleil, de la lune, des planètes, et la connaissance des phases du Nil; d'où l'on peut bien voir que les Égyptiens, comme l'atteste aussi Hérodote, connaissaient depuis une très-haute antiquité les relations des phases de leur fleuve avec le soleil, relations particulièrement solsticiales, et qui font amplement comprendre les grandes représentations de cérémonies solaires sculptées sur leurs plus anciens monuments. Selon Clément d'Alexandrie, dans les actes publics de la religion, le chef des hiérogrammates porte à la main un livre et une règle, tandis que devant lui marche le directeur des horoscopes (autre opération astronomique), tenant une horloge et une feuille de palmier, symbole de l'astronomie (probablement comme numératrice des années). Or, précisément M. Champollion a découvert dans le musée de Turin les restes d'une pareille règle, signe des fonctions d'un hiérogrammate : elle était en basalte noir d'une grande dureté, parfaitement poli. Un des bouts seulement subsiste et porte sur sa tranche le commencement d'une inscription sculptée en hiéroglyphes d'un style très-pur, indice certain d'une très-haute antiquité. On y lit le nom et le titre de l'hiérogrammate Thotha ou Thotoés. Cette inscription se continuait sur la portion de la règle aujourd'hui enlevée; mais l'extrémité qui nous reste est de beaucoup la plus précieuse, puisqu'elle se termine par un véritable instrument d'astronomie. C'est un parallélipipède rectangle, d'environ 55 millimètres de hauteur, dont un des

stice d'été dans l'année vague écrite, et s'apercevoir qu'il était en trente ans vagues de 7 jours 6 heures, ou de 29 jours juste en 120 années. Une fois ce résultat reconnu, il devenait facile de fixer toutes les années vagues dans le cycle de la notation, ou plutôt, elles s'y fixaient d'elles-mêmes par les périodes de trente années, sans qu'il y eût besoin d'aucune autre intercalation; car c'était là, de toutes les intercalations, la plus naturelle et la plus parfaite. A la vérité, il aura fallu assigner physiquement l'origine com-

---

angles dièdres supérieurs est percé obliquement tout près de son bord en forme d'un petit tuyau très-fin, propre à passer un style; de manière que le tout forme un véritable gnomon en miniature; et pour qu'il n'y ait pas de doute sur cette destination, l'image en pied du dieu Soleil Phré est sculptée sur une des faces latérales et tournée vers l'astre. Le plan vertical dans lequel l'observation de l'ombre doit être projetée, ou l'azimut du rayon transmis, est d'abord limité généralement par deux petites rides verticales très-légères, laissées en relief des deux côtés du trou où le style s'insérait; mais il l'est définitivement, avec la recherche de précision la plus évidente, par une petite ligne verticale d'une finesse excessive, tracée du centre même du petit trou. Quoique ce débris si précieux, si bien travaillé, ne fût vraisemblablement, dans sa petitesse, qu'un signe de fonction, il prouve que les prêtres qui le portaient n'ignoraient point les conditions géométriques de lignes et de surfaces qui peuvent donner à de tels instruments toute l'exactitude qu'ils comportent quand ils sont construits en grand; et ceci donne lieu de penser que l'on pourrait encore aujourd'hui retrouver des traces de semblables appareils dans les anciens édifices astronomiques de l'Égypte, si l'on s'avisait de les y chercher. Les notions que Champollion avait conservées de cette règle hiérogrammatique, lorsqu'il me la fit connaître, m'avaient fait d'abord supposer qu'elle pouvait indiquer un gnomon à trou, ce qui eût été un fait bien remarquable pour l'histoire de l'astronomie égyptienne, et nous aurait dû donner une haute idée de la précision des résultats qu'elle avait pu obtenir. Mais, ayant

mune de ces périodes, c'est-à-dire déterminer d'une manière absolue le jour et l'instant de la phase solaire, équinoxe ou solstice qu'on aura voulu leur donner pour point de départ. Cela pourrait entraîner quelque incertitude, si la détermination dont il s'agit devait être déduite d'une observation unique effectuée matériellement à l'époque même où l'origine des périodes doit être placée. Mais, comme nous l'avons dit plus haut, cette origine peut être conclue proleptiquement de toutes les observations qui se succèdent dans la série des années vagues, de sorte que le résultat moyen obtenu de cette manière, après moins d'un siècle, peut être fort exact; et ainsi, pour lui assurer ces avantages, il suffira de retarder de ce peu de temps l'emploi historique et chronologique des périodes panégyriques; ce qui ne portera aucun retard, aucune altération dans la série des usages civils ou religieux, puisque l'année vague poursuit inalté-

---

écrit à M. le professeur Plana, de Turin, pour le prier de vouloir bien m'envoyer une copie exacte du monument même, il a eu l'extrême obligeance de remplir ce désir de la manière la plus complète par les dessins géométriques qui sont joints à ce Mémoire, Pl. IV, et qui représentent ce fragment antique sous toutes ses faces, avec ses véritables dimensions. Par les détails qu'il y a joints sur la configuration intérieure du trou, il m'a paru évident qu'elle n'offre ni la régularité, ni la forme qui eussent été nécessaires pour admettre directement un rayon solaire de manière à pouvoir l'observer. Elle semble donc avoir été simplement destinée à recevoir un style oblique, comme dans tous les anciens cadrans antiques que nous connaissons. Ainsi les gnomons à trou, beaucoup plus exacts, sont et restent une invention moderne. M. Plana a déterminé graphiquement l'obliquité qu'avait dû avoir le style dans ce petit monument, et il a trouvé qu'il y formait, avec l'horizon, un angle de 46°. 3'. 20''.

rablement sa marche ordinaire, pendant que l'on prépare et que l'on fixe l'époque physique primordiale où le grand cycle solaire commence. Si, aux détails que nous venons de donner, on ajoute qu'en effet, pendant de longues suites de siècles les Égyptiens ont solennisé l'époque de l'équinoxe vernal et celle du solstice d'été, l'une et l'autre si importantes pour leur agriculture, qu'ils célébraient surtout ces phénomènes par des cérémonies plus générales à des époques périodiquement distantes de l'intervalle juste qui assigne, pour le déplacement progressif des phases solaires, un nombre entier de jours, on sentira qu'il est comme impossible qu'ils n'aient pas reconnu ce déplacement, qu'ils n'en aient pas matériellement constaté la quantité, comme nous venons de le dire; et ainsi ils auront pu arriver directement, sans calcul, et par la seule force de leur science en cheveux blancs, comme ils le disaient eux-mêmes, à connaître la longueur exacte de l'année solaire, en jours, beaucoup plus tôt et plus exactement que Ptolémée et même Hipparque. Car avec le retard additionnel d'un jour en 1200 ans vagues, notre année grégorienne actuelle n'est pas plus précise.

Or, cette manière de mesurer, et non pas de corriger le déplacement progressif de l'année solaire dans l'année vague, c'est précisément ce que leur attribue Strabon dans un passage auquel jusqu'ici on ne pouvait donner aucun sens exact, mais qui en présente un très-fidèle lorsqu'on l'applique aux idées que nous venons d'exposer. Après avoir parlé des grandes connaissances que l'on supposait aux anciens prêtres de Thèbes en astronomie et en philosophie, Strabon ajoute : « C'est d'eux que vient l'usage de régler le temps, non « par la révolution de la lune, mais sur celle du soleil. Ils

« ajoutent aux douze mois de trente jours chacun, cinq « jours tous les ans; et comme il reste encore, pour com« pléter la durée de l'année, une certaine portion de jour, « ils en forment une période composée d'un nombre de jours et « d'années suffisant pour que les parties excédantes, étant « ajoutées, fassent un jour. Ils attribuent à Hermès toute « leur science en ce genre. » Ce passage de Strabon n'a aucune justesse lorsqu'on l'applique, comme on a toujours voulu le faire, à une intercalation quadriennale. En effet, il dit qu'après avoir ajouté les cinq épagomènes, il reste encore une certaine fraction de jour : ce ne pouvait pas être le quart de jour que Strabon connaissait et que les Grecs possédaient bien avant son époque. C'était donc une fraction différente, telle que celle qui en effet complète l'année solaire exacte. Mais ceci devient plus évident encore lorsqu'il ajoute : « ils en forment une « période composée d'un nombre entier de jours et d'années « suffisant pour que les parties excédantes, étant ajoutées, fas« sent un jour. » En effet, si la fraction additionnelle eût été un quart de jour, il n'aurait pas fallu un nombre entier *de jours et d'années* pour former la période égyptienne; il aurait fallu simplement quatre années vagues, comme Strabon le savait, et il n'aurait pas pris le soin de remarquer une forme d'intercalation qui n'avait rien de nouveau pour lui. Par la même raison, il n'eût pas eu besoin de mentionner ce jour ajouté, s'il l'eût été à la quatrième année seulement, lui qui voyageait en Égypte trois ans après l'application de l'intercalation julienne à l'année alexandrine. Mais le détail qu'il nous donne devient parfaitement juste si on l'applique au déplacement de l'année solaire dans l'année vague mesuré par des périodes de trente ans, avec addition d'un jour à la fin de la

quatrième, comme tout conduit à croire que le faisaient les Égyptiens. Et c'est précisément aussi ce que Théodore de Gaza leur attribue dans le passage suivant, que j'emprunte à la traduction de Petau : « Primi omnium Ægyptii ad so-« lem duodecim mensibus usi videntur; et iis quidem tri-« cenariis, et quinque dies quotannis adjecisse; particu-« lamque diei excurrentem ad supplementum totius anni, « ex multis annorum circuitibus coacervatam, in unum « diem conjecisse (1). » Cette loi si simple de la rétrogradation des phases solaires dans une année vague de 365 jours, se présente avec une telle évidence, que les anciens Persans, qui avaient aussi une année de cette sorte, l'ont connue, et employée, non pas dans les usages civils, pour lesquels ils laissaient aussi l'année vague suivre continûment son cours, mais dans leur calendrier ecclésiastique, où l'on voit qu'ils ajoutaient, tous les 120 ans, un mois supplémentaire, afin de ramener les fêtes en coïncidence avec les phases solaires, contrairement à la pratique des Égyptiens, qui les laissaient circuler indéfiniment dans toutes les saisons avec les jours vagues auxquels chacune d'elles était attachée. On ne sait pas si ce mois additionnel des Persans était de 30 jours comme les mois vagues ordinaires, ou s'il était seulement de 29 jours, comme l'exige la vraie valeur de l'année solaire ancienne. Mais s'ils l'eussent fait de 29 jours, ils n'auraient pas eu un jour entier d'écart après 1200 ans vagues comprenant 10 révolutions de 120 ans chacune; et en y joignant la seule modification de faire le dixième mois supplémentaire égal à 30 jours au lieu de 29,

(1) Th. de Gaza, *in Petav. doctrinâ temporum*, p. 160.

ils auraient obtenu une restitution aussi exacte que l'est aujourd'hui celle de notre intercalation. Maintenant nous savons que les Égyptiens n'ont pas dû opérer ainsi, puisque tous les témoignages historiques attestent qu'ils laissaient leurs fêtes circuler constamment avec l'année vague; mais il est comme impossible, qu'étant depuis tant de siècles attachés à l'observation des phases solaires, ils n'aient pas reconnu les lois si simples, si évidentes de leur déplacement dans l'année vague, au moyen desquelles ils pouvaient toujours très-exactement, et sans aucune observation nouvelle, assigner le jour vague auquel chacune d'elles répondait.

Or, non-seulement cette détermination des phases solaires leur était facile; mais, en outre, ayant des personnages symboliques pour les exprimer, et aussi pour exprimer chaque jour du mois, ils pouvaient, en joignant ces symboles à leur notation des dates vagues, écrire très-simplement, et d'une infinité de manières, la place de chaque année vague dans le grand cycle solaire que la révolution complète de la notation embrassait. Pour fixer ceci par un exemple, supposons que, dans une certaine année vague, l'équinoxe vernal vrai observé, ou calculé par les périodes de 30 ans, se fût trouvé coïncider avec le premier jour du mois de Pachon, et tomber dans tel ou tel quart de ce jour-là. Il n'y avait qu'à écrire cette date même 1er Pachon, avec le quart de jour assigné, et y joindre le nom ou le symbole hiéroglyphique du dieu Horus générateur, lequel présidait à l'équinoxe vernal vrai. L'année vague, ainsi caractérisée, se trouvait fixée dans les grands cycles de manière à ne pouvoir être confondue avec aucune autre; car, dans chaque cycle de 1506 années égyptiennes, il n'y en a qu'une seule où l'équinoxe vernal se soit trouvé coïncider, dans de pareilles limites, avec

le premier jour du mois de Pachon. Et il nous serait également facile, avec cette donnée, de trouver la date julienne correspondante; car, à l'origine de chaque cycle l'équinoxe vernal ayant lieu le 27 Toby à une heure connue, pour l'amener de là jusqu'à la fraction assignée du 1er Pachon, il faudra le déplacer de tout cet intervalle à raison de 29 jours pour 120 ans vagues; et si c'est, par exemple, 93 jours plus une heure, une telle rétrogradation exigera 385 années pareilles, écoulées depuis l'origine du cycle. Or, en consultant la table de concordance placée à la fin de ce Mémoire, on voit que dans le premier cycle, qui commence à l'année julienne —3285, un tel intervalle de rétrogradation conduit à l'année julienne —2900; et dans le second, commençant à —1780, le même intervalle mène à —1395. De là, avec la date du Thoth, donnée par la table, on déduira aisément le jour julien qui coïncide avec le 1er Pachon dans chacune de ces deux années. Il ne resterait donc plus qu'à choisir entre les trois cycles celui qui peut convenir à la date vague écrite, ce qui est toujours facile par les concordances historiques dans des limites aussi larges. Il faut toutefois faire attention que je présente ceci uniquement comme un exemple possible des procédés que les Égyptiens pouvaient employer pour rattacher leur année vague à l'année solaire, et écrire ainsi des dates absolues. Car leurs personnages divins et leurs emblèmes religieux pouvant leur servir de signes d'époque, puisqu'ils étaient la plupart tirés des phénomènes solaires, ils avaient à leur disposition une infinité de combinaisons différentes pour fixer ainsi les dates vagues, de sorte que s'ils l'ont fait, comme cela est très-probable, l'interprétation seule des monuments étudiés sous ce point de vue, peut nous apprendre quel procédé ils ont adopté pour y parvenir.

Les considérations précédentes s'appliquent à l'année vague, supposée de 365 jours: mais lorsque cette année n'avait que 360 jours, pouvait-on employer les mêmes périodes de panégyries solaires, ou a-t-il fallu, en modifiant l'année par les épagomènes, changer aussi les retours périodiques de ces grandes solennités? Une telle mutation eût été bien contraire à l'esprit de ce peuple si constant dans ses usages; mais elle n'a été nullement nécessaire, comme on va le voir.

Cela tient à ce que les deux années vagues de 360 jours et de 365 ne diffèrent entre elles que par un nombre entier de jours. La fraction excédante de l'année solaire reste donc la même. Or, puisque étant prise 30 fois, elle produit à peu près $7^{j}\frac{1}{4}$, et 29 jours étant prise 120 fois, il s'ensuit qu'après cette période d'années vagues de l'une ou de l'autre sorte, le déplacement absolu des phases solaires est également d'un nombre entier de jours; seulement ce nombre diffère; et, pour l'année de 360 jours, il est de 150 jours plus fort, ce qui le porte à 179, ou presque exactement une demi-année. Tel était donc le déplacement primitif des phases solaires après 120 ans vagues, ce qui le rendait encore plus facile à reconnaître, s'il est possible, étant d'un mois et demi juste, ou 45 jours pour les trois premières périodes de 30 ans vagues, et de 44 jours seulement pour la quatrième, s'ils ont connu alors assez bien l'année solaire pour faire cette petite correction d'un jour après 120 ans. Mais, qu'ils la fissent ou non, cela ne modifiait que peu l'utilité que les périodes de trente ans pouvaient leur offrir pour suivre dans l'année vague les phases solaires. Elles conservèrent cette utilité lorsqu'ils les appliquèrent à la nouvelle forme d'année modifiée par l'addition des épagomènes; seulement les intervalles des panégyries

devinrent physiquement un peu plus longs qu'auparavant, puisqu'il y avait cinq jours de plus dans chacune des trente années vagues qui les séparaient. Du reste, il ne fallut rien changer à la notation, qui continua de s'appliquer seulement aux douze mois de trente jours, les épagomènes étant notés en dehors d'elle par des signes distincts; de sorte que tous les usages civils et religieux qui avaient été primitivement attachés à cette notation purent être intégralement conservés.

Les relations simples que nous venons de découvrir ici entre l'année solaire et l'année vague, ne pouvaient être suggérées que par la connaissance de sa notation écrite, puisqu'elles se fondent sur le grand cycle naturel que cette notation renferme. Mais elles s'y appliquent si bien, qu'il suffirait de deux dates solsticiales, ainsi exprimées, l'une dans l'année de 365 jours, l'autre dans celle de 360, pour les rattacher l'une à l'autre, et constater l'époque précise de l'introduction des épagomènes. En outre, dans l'année de 365 jours que nous devons croire la plus riche en faits historiques, elles pourront servir à lier ensemble des dates relatives qui sans elles auraient paru séparées, ce qui nous conduira peut-être à obtenir des dates absolues. Les inscriptions de toute espèce que M. Champollion a lues et copiées en Égypte, les nombreux manuscrits qu'il en a rapportés, les registres sacerdotaux qu'il y a découverts, nous donnent l'espoir de rallier les indications de temps que ces débris renferment, sachant la relation écrite qui les unissait. Enfin la détermination des époques de coïncidence de la notation avec l'année solaire, et la connaissance de l'importance que les Égyptiens attachaient à ces époques remarquables, fera concevoir un grand nombre de leurs usages, dont on ne comprendrait pas autrement le motif ou

l'objet. Pour donner une idée de ces rapprochements, j'en citerai quelques exemples.

Lorsque Strabon voyagea en Égypte du temps d'Auguste, les prêtres égyptiens étaient déja considérablement déchus de leur savoir et de leur antique importance. Les détails que nous venons d'exposer dans ce Mémoire sur les relations de l'année vague écrite avec les cérémonies religieuses, et même avec la nature des dieux égyptiens, feront aisément concevoir que la fixation de l'année alexandrine dut porter une atteinte fondamentale à tous les rites et à tous les exercices de la religion. En effet, l'année égyptienne fut fixée par Auguste, dans la 25e année avant l'ère chrétienne, conséquemment 250 ans juliens après l'époque de la dernière coïncidence entre la notation écrite et l'année solaire. On sait que cette année-là le Thoth vague coïncida avec le 29 août julien. Or, puisqu'en — 275 le solstice d'été se trouvait en coïncidence avec le premier de Pachon vague, il est clair que, retardant de 29 jours en 120 ans vagues, il devait, après 250 ans juliens, être retardé dans l'année vague d'environ 60 jours et demi, ce qui l'amenait à la fin de Paoni. La notation était donc hors de coïncidence, mais seulement d'à peu près deux mois; de sorte que Épiphi et Mesori, par exemple, appartenaient encore à la tétrade de l'eau, avec le signe de laquelle on les écrivait. Mais Thoth, qui s'écrivait avec le signe de la végétation, appartenait encore physiquement à la tétrade de l'eau. Dès que l'année égyptienne fut ainsi fixée, elle conserva pour toujours cet écart de position où on l'avait prise; et lorsque, quelques siècles après, des auteurs grecs et romains voulurent écrire sur les dogmes de la religion égyptienne déja tombée en décadence, ils ne trouvèrent plus le fil ni le motif rationnel d'une foule de cérémonies qui, se faisant

constamment à un jour marqué de l'année vague, s'étaient arrêtées avec elle à une époque solaire déterminée. Lorsque le phénomène naturel auquel elles étaient liées primitivement, pour les époques de coïncidence, ne se trouvait pas d'une nature trop précise, on en pouvait encore rendre à peu près raison malgré le dérangement de l'époque; mais, pour ceux qui répondaient à des phases solaires attachées à une date de jour, le motif était impossible à découvrir. Tout ce que je viens de dire est arrivé, par exemple, à l'auteur du Traité d'Isis et d'Osiris, traité si précieux et si souvent consulté. J'en citerai un exemple remarquable (1): «Le 22e jour du mois de Phaophi,» dit-il, « après l'équinoxe d'automne, ils célèbrent une fête qu'ils « disent être celle de la naissance des bâtons du soleil. Par « quoi ils veulent faire entendre que soleil a besoin comme de « soutien et de force, parce que, lançant ses rayons plus « obliquement vers nous, sa chaleur et sa lumière commen- « cent à décroître ». Il y a dans ceci deux choses distinctes, une date positive, celle de la fête célébrée le 22 Phaophi, et ensuite l'interprétation propre à l'auteur. Que la fête se fît au 22 Phaophi vague, cela est confirmé par un registre sacerdotal que M. Champollion a découvert dans le palais de Rhamsès IV, à Medinet-Habou; car, le 23 Phaophi, ce registre marque une fête panégyrique qui est célébrée en l'honneur d'Ammon dans sa panégyrie de Thèbes, où nous avons vu qu'il représentait le soleil solsticial. Maintenant, quand l'auteur du Traité d'Isis et d'Osiris ajoute que cette fête a lieu après l'équinoxe d'automne, il dit vrai pour l'année égytienne devenue fixe, parce qu'en effet l'équinoxe d'automne se trou-

(1) De Iside et Osiride, p. 466. Ed. de Reiske.

vait arrêté au 27 de Thoth, trois jours avant Phaophi. Mais il est tout-à-fait en erreur pour le principe de la fête, dont la date, le 22 Phaophi, rappelait précisément, numériquement, l'avant-veille du jour du solstice d'hiver, dans la coïncidence primitive de l'année — 3285; car alors ce solstice était arrivé exactement le 24 Phaophi. Quant à l'explication du motif de la fête, qui était que le soleil avait besoin de bâtons pour se soutenir, cela était beaucoup plus exact que ne le croyait l'auteur du traité; puisque, selon l'expression figurée des rites, cet astre était ce jour-là si vieux qu'il allait mourir pour renaître le lendemain. Le même Traité d'Isis et d'Osiris renferme beaucoup d'autres indications analogues relatives à certains jours de l'année vague, lesquelles ne peuvent s'interpréter rationnellement que de cette manière, en les rapportant soit au soleil, soit à l'état du Nil lors des coïncidences de la notation. Il y aurait aussi vraisemblablement des rapports analogues entre les jours marqués Egyptiaci, dans le calendrier romain, et les phases naturelles auxquelles ils se rapporteraient dans une année de coïncidence; et l'on en rencontrerait vraisemblablement aussi, qui pourraient être très-précieuses, dans les écrits des premiers chrétiens qui combattaient les superstitions païennes. Voici, par exemple, un passage de ce genre, qui se trouve dans l'ouvrage de Moïse de Choren, et que St.-Martin a signalé avec raison, dans le Journal asiatique, comme offrant un document d'antiquité remarquable. Moïse avait été envoyé à Alexandrie, dans le cinquième siècle de notre ère, pour étudier à fond la langue grecque, et se mettre en état de traduire en arménien les ouvrages des Pères. Arrivé en Égypte, il visita Alexandrie, et se félicitant

de voir dans cette ville célèbre les superstitions du culte ancien remplacées par les vérités et les fêtes pures du christianisme, « on n'y célèbre plus, dit-il, le 25 Tybi, cette « vaine fête où des bêtes de somme étaient couronnées, où « l'on offrait des sacrifices à des serpents, etc... Mais le 11 de « ce mois on y célèbre la manifestation du Seigneur, et l'on y « chante les louanges des martyrs (chrétiens). » St.-Martin remarque avec raison que les mois mentionnés par Moïse appartenant à l'année alexandrine fixe, le 11 Tybi d'alors répondait au 6 janvier julien, jour de l'Épiphanie, ce qui explique la dernière partie de la phrase. Mais l'application qu'il veut faire de cette même année fixe à la date de l'ancienne fête égyptienne, l'empêche d'en découvrir le motif véritable; et, réduit à le supposer, il conclut que ce devait être une grande solennité célébrée en l'honneur de Sérapis, « fait, ajoute-t-il, dont l'antiquité ne nous avait pas transmis « la connaissance.» Mais la date de cette solennité, le 25 Tybi, devient significative et évidente quand on la rapporte à l'année vague telle qu'elle existait en Égypte lorsque l'ancienne fête fut instituée. Car, précisément parce que le 25 Tybi était alors vague, il devait correspondre successivement à toutes les phases de l'année solaire vraie; et ainsi il ne pouvait avoir une application physique actuelle, mais simplement une application commémorative rappelant quelque particularité relative aux époques de coïncidence. En effet, le 25-26 Toby est la date même qui marquait le jour de l'équinoxe vernal à la dernière coïncidence qui précéda la fixation de l'année alexandrine. Ainsi, la fête célébrée était la fête vague établie en commémoration de ce jour : de sorte qu'il était naturel qu'on y montrât le bœuf Apis couronné des symboles divins, et qu'on y offrît des sacrifices aux

autres divinités sous leurs diverses formes symboliques. Ceci complète bien ce que nous avons tiré tout à l'heure de Plutarque sur la célébration d'une autre fête commémorative vague, à la date nominale du solstice d'hiver.

Je termine ce long Mémoire par deux réflexions. La notation de l'année vague que M. Champollion nous a fait connaître, est peut-être le plus ancien monument de temps et de numération qui soit resté dans la mémoire des hommes. Sa simplicité est telle qu'elle n'a exigé que des yeux et de l'intelligence pour être établie. Mais sa contexture même et la série des idées qu'elle exprime, se rapportant toutes aux phases du Nil, montrent qu'elle est propre à l'Égypte et qu'elle n'y a pas été importée de quelque autre pays où elle aurait été usitée antérieurement. Cette notation était alors l'expression naïve, mais exacte pourtant et numérique, de la succession et de la durée des phénomènes que le débordement périodique du Nil amenait pour l'agriculture. Elle est restée fidèle depuis pendant tous les siècles qu'on l'a employée; et, en la comparant aux observations de notre temps, nous avons vu qu'elle l'est encore aujourd'hui même. Nous devons donc en conclure que dans tout cet intervalle qui embrasse à présent cinq mille années, le gonflement du Nil s'est opéré constamment à la même époque de l'année solaire, et qu'il a amené une masse moyenne d'eau sensiblement égale, par les mêmes périodes d'accroissement et de diminution, puisqu'il a duré et dure encore le même temps. Ainsi les pluies périodiques de la Haute-Éthiopie, qui en sont la source, se sont aussi régulièrement répétées tous les ans avec de simples variations d'intensité accidentelles; et par conséquent depuis cette ancienne époque la masse atmosphérique paraît être restée dans un état physique et dynamique, permanent.

NOTES.

Note I.

TABLE de concordance des années vagues égyptiennes avec les années intercalées du calendrier julien.

ANNÉE ÉGYPTIENNE.	THOTH.	ANNÉE JULIENNE.	ANNÉE ÉGYPTIENNE.	THOTH.	ANNÉE JULIENNE.	ANNÉE ÉGYPTIENNE.	THOTH.	ANNÉE JULIENNE.
+ 1	22 nov.	—3285 B.	+ 161	13 oct.	—3125 B.	+ 321	3 sept.	—2965 B.
5	21	3281	165	12	3121	325	2	2961
9	20	3277	169	11	3117	329	1	2957
13	19	3273	173	10	3113	333	31 août.	2953
17	18	3269	177	9	3109	337	30	2949
21	17	3265	181	8	3105	341	29	2945
25	16	3261	185	7	3101	345	28	2941
29	15	3257	189	6	3097	349	27	2937
33	14	3253	193	5	3093	353	26	2933
37	13	3249	197	4	3089	357	25	2929
41	12	3245	201	3	3085	361	24	2925
45	11	3241	205	2	3081	365	23	2921
49	10	3237	209	1	3077	369	22	2917
53	9	3233	213	30 sept.	3073	373	21	2913
57	8	3229	217	29	3069	377	20	2909
61	7	3225	221	28	3065	381	19	2905
65	6	3221	225	27	3061	385	18	2901
69	5	3217	229	26	3057	389	17	2897
73	4	3213	233	25	3053	393	16	2893
77	3	3209	237	24	3049	397	15	2889
81	2	3205	241	23	3045	401	14	2885
85	1	3201	245	22	3041	405	13	2881
89	31 oct.	3197	249	21	3037	409	12	2877
93	30	3193	253	20	3033	413	11	2773
97	29	3189	257	19	3029	417	10	2869
101	28	3185	261	18	3025	421	9	2865
105	27	3181	265	17	3021	425	8	2861
109	26	3177	269	16	3017	429	7	2857
113	25	3173	273	15	3013	433	6	2853
117	24	3169	277	14	3009	437	5	2849
121	23	3165	281	13	3005	441	4	2845
125	22	3161	285	12	3001	445	3	2841
129	21	3157	289	11	2997	449	2	2837
133	20	3153	293	10	2993	453	1	2833
137	19	3149	297	9	2989	457	31 juil.	2829
141	18	3145	301	8	2985	461	30	2825
145	17	3141	305	7	2981	465	29	5321
149	16	3137	309	6	2977	469	28	2817
153	15	3133	313	5	2973	473	27	2813
157	14	3129	317	4	2969	477	26	2809

ANNÉE ÉGYPTIENNE.	THOTH.	ANNÉE JULIENNE.	ANNÉE ÉGYPTIENNE.	THOTH.	ANNÉE JULIENNE.	ANNÉE ÉGYPTIENNE.	THOTH.	ANNÉE JULIENNE.
+ 481	25 juil.	—2805 B.	+ 681	5 juin.	—2605 B.	+ 881	16 avril.	—2405 B.
485	24	2801	685	4	2601	885	15	2401
489	23	2797	689	3	2597	889	14	2397
493	22	2793	693	2	2593	893	13	2393
497	21	2789	697	1	2589	897	12	2389
501	20	2785	701	31 mai.	2585	901	11	2385
505	19	2781	705	30	2581	905	10	2381
509	18	2777	709	29	2577	909	9	2377
513	17	2773	713	28	2573	913	8	2373
517	16	2769	717	27	2569	917	7	2369
521	15	2765	721	26	2565	921	6	2365
525	14	2761	725	25	2561	925	5	2361
529	13	2757	729	24	2557	929	4	2357
533	12	2753	733	23	2553	933	3	2353
537	11	2749	737	22	2549	937	2	9349
541	10	2745	741	21	2545	941	1	2345
545	9	2741	745	20	2541	945	31 mars.	2341
549	8	2737	749	19	2537	949	30	2337
553	7	2733	753	18	2533	953	29	2333
557	6	2729	757	17	2529	957	28	2329
561	5	2725	761	16	2525	961	27	2325
565	4	2721	765	15	2521	965	26	2321
569	3	2717	769	14	2517	969	25	2317
573	2	2713	773	13	2513	973	24	2313
577	1	2709	777	12	2509	977	23	2309
581	30 juin.	2705	781	11	2505	981	22	2305
585	29	2701	785	10	2501	985	21	2301
589	28	2697	789	9	2497	989	20	2297
593	27	2693	793	8	2493	993	19	2293
597	26	2689	797	7	2489	997	18	2289
601	25	2685	801	6	2485	1001	17	2285
605	24	2681	805	5	2481	1005	16	2281
609	23	2677	809	4	2477	1009	15	2277
613	22	2673	813	3	2473	1013	14	2273
617	21	2669	817	2	2469	1017	13	2269
621	20	2665	821	1	2465	1021	12	2265
625	19	2661	825	30 avril.	2461	1025	11	2261
629	18	2657	829	29	2257	1029	10	2257
633	17	2653	833	28	2453	1033	9	2253
637	16	2649	837	27	2449	1037	8	2249
641	15	2645	841	26	2445	1041	7	2245
645	14	2641	845	25	2441	1045	6	2241
649	13	2637	849	24	2437	1049	5	2237
653	12	2633	853	23	2433	1053	4	2233
657	11	2629	857	22	2429	1057	3	2229
661	10	2625	861	21	2425	1061	2	2225
665	9	2621	865	20	2421	1065	1	2221
669	8	2617	869	19	2417	1069	29 fév.	2217 B.
673	7	2613	873	18	2413	1070	28	2216 C.
677	6	2609	877	17	2409	1074	27	2212

ANNÉE ÉGYPTIENNE.	THOTH.	ANNÉE JULIENNE.	ANNÉE ÉGYPTIENNE.	THOTH.	ANNÉE JULIENNE.	ANNÉE ÉGYPTIENNE.	THOTH.	ANNÉE JULIENNE.
+1078	26 fév.	—2208 C.	+1278	7 janv.	—2008 C.	+1466	21 nov.	—1821 B.
1082	25	2204	1282	6	2004	1470	20	1817
1086	24	2200	1286	5	2000	1474	19	1813
1090	23	2196	1290	4	1996	1478	18	1809
1094	22	2192	1294	3	1992	1482	17	1805
1098	21	2188	1298	2	1988	1486	16	1801
1102	20	2184	1302	1	1984	1490	15	1797
1106	19	2180	1303	1	1983	1494	14	1793
1110	18	2176	1304	1	1982	1498	13	1789
1114	17	2172	1305	1	1981 B.	1502	12	1785
1118	16	2168	1306	31 déc.	1981 B.	1506	11	1781
1122	15	2164	1310	30	1977	1510	10	1777
1126	14	2160	1314	29	1973			
1130	13	2156	1318	28	1969			
1134	12	2152	1322	27	1965			
1138	11	2148	1326	26	1961			
1142	10	2144	1330	25	1957			
1146	9	2140	1334	24	1953			
1150	8	2136	1338	23	1949			
1154	7	2132	1342	22	1945			
1158	6	2128	1346	21	1941			
1162	5	2124	1350	20	1937			
1166	4	2120	1354	19	1933			
1170	3	2116	1358	18	1929			
1174	2	2112	1362	17	1925			
1178	1	2108	1366	16	1921			
1182	31 janv.	2104	1370	15	1917			
1186	30	2100	1374	14	1913			
1190	29	2096	1378	13	1909			
1194	28	2092	1382	12	1905			
1198	27	2088	1386	11	1901			
1202	26	2084	1390	10	1897			
1206	25	2080	1394	9	1893			
1210	24	2076	1398	8	1889			
1214	23	2072	1402	7	1885			
1218	22	2068	1406	6	1881			
1222	21	2064	1410	5	1877			
1226	20	2060	1414	4	1873			
1230	19	2056	1418	3	1869			
1234	18	2052	1422	2	1865			
1238	17	2048	1126	1	1861			
1242	16	2044	1430	30 nov.	1857			
1246	15	2040	1434	29	1853			
1250	14	2036	1438	28	1849			
1254	13	2032	1442	27	1845			
1258	12	2028	1446	26	1841			
1262	11	2024	1450	25	1837			
1266	10	2020	4454	24	1833			
1270	9	2016	1458	23	1829			
1274	8	2012	1462	22	1825			

Explication et usage de la table précédente.

Cette table donne immédiatement la date julienne du Thoth vague pour chacune des années égyptiennes, comprises entre les années juliennes proleptiques —1777, —3285. Cet intervalle comprenant plus de 1460 ans juliens, embrasse une révolution complète de l'année vague dans la julienne, de sorte qu'on peut étendre aisément l'usage de la table à toutes les époques, en s'appuyant sur cette périodicité. Les années égyptiennes notées dans la première colonne, sont comptées à partir de la coïncidence de la notation égyptienne avec l'année solaire, en l'an julien —3285, et elles viennent de là graduellement vers nous. Cette première année julienne —3285 est bissextile, et le premier jour du mois de Thoth vague y concorde avec le 22 novembre. Les trois suivantes —3284, —3283, —3282 sont conséquemment communes, et le Thoth vague y répond à cette même date de jour. C'est pourquoi on n'en a pas répété l'indication dans la table, ce qui l'aurait allongée inutilement. Mais au retour de la bissextile en —3281, le Thoth vague rétrograde d'un jour, ce qui l'amène au 21 novembre. On a marqué dans la table cette nouvelle date de jour, qui se conserve de même pendant les trois années communes suivantes, après quoi elle rétrograde une seconde fois d'un jour. Il suffisait donc de marquer dans la table ces époques de rétrogradations quadriennales, tant qu'elles se succédaient suivant cette loi simple, de bissextile en bissextile. C'est ce qu'on a fait, et la table marche ainsi régulièrement jusqu'à l'année julienne bissextile —2217.

Mais alors le Thoth tombe précisément sur le 29 février de cette même année. Or, dans l'année suivante —2216, qui est commune, février n'a que 28 jours. Cela accélère la rétrogradation du Thoth, et le porte tout de suite au 28 février. Après quoi il reprend sa rétrogradation quadriennale comme auparavant. Seulement elle s'opère, depuis lors, dans chaque année commune qui suit immédiatement la bissex-

tile. On a marqué en détail dans la table ce changement brusque du Thoth.

La nouvelle marche de rétrogradation se suit ainsi jusqu'à l'année julienne bissextile —1981. Mais dans cette année-là, le Thoth se trouve tomber précisément au 1er janvier. Or, comme elle a 366 jours, l'année égyptienne de 365 s'y trouve entièrement comprise, de sorte que le Thoth suivant tombe au 31 décembre. On a encore marqué dans la table cette époque spéciale; après quoi la rétrogradation quadriennale du Thoth reprend son cours, et recommence à s'opérer de bissextile en bissextile comme précédemment.

Lorsqu'on est parvenu à l'année julienne —1825, postérieure de 1460 ans juliens à la première de la table, la période entière de la rétrogradation du Thoth se trouve parcourue; et, en effet, on voit sa date revenir alors au 22 novembre, comme en —3285. Le retour a donc lieu aussi aux mêmes jours pour toutes les dates suivantes, et en conséquence, la table aurait pu s'arrêter là : mais j'ai préféré la continuer dans toute l'étendue du cycle de 1506 ans vagues, qui ramenait l'année égyptienne en coïncidence avec l'année solaire, parce que l'on pourra ainsi en déduire plus aisément, sans équivoque, le nombre d'années égyptiennes vagues, écoulées depuis la coïncidence primitive de —3285 jusqu'à une date julienne quelconque donnée.

Après ces explications, quelques exemples suffiront pour montrer l'usage de la table dans tous les cas qui peuvent se présenter.

1er Problème. Trouver la date julienne du Thoth vague pour une année julienne proleptique quelconque, postérieure à —3285.

Méthode. Si l'année julienne indiquée entre dans les limites que comprend matériellement la table, on trouvera immédiatement dans celle-ci la date du Thoth. Si l'année donnée sort de ces limites, on en retranchera ou on y ajoutera le nombre 1460, autant de fois qu'il est nécessaire pour l'y faire rentrer, et l'on prendra la date du Thoth correspondante à la somme ou à la différence calculée.

1er Exemple. L'année julienne proposée est —1780 : ce nombre est compris entre les deux derniers de la table, qui sont — 1781 et — 1777.

D'après la table, cette dernière année est une époque de rétrogradation, et le Thoth y est marqué au 10 novembre; donc l'année — 1780 est comprise dans la période quadriennale précédente, qui a le Thoth au 11 novembre ; et la première colonne montre que ce Thoth est le 1507e de la table, ce qui donne un intervalle de 1506 ans égyptiens complets, depuis la coïncidence primitive de — 3285.

2e Exemple. Soit l'année julienne proposée — 275 : ce nombre sortant de la table, j'y ajoute — 1460, pour l'y faire rentrer. Il devient alors — 1735; mais il est encore hors de la table. Ajoutant de nouveau — 1460, il devient — 3195, et s'y trouve compris entre — 3197 et — 3193 : on a donc le 31 octobre pour la date du Thoth. Ce Thoth est le 91e dans la table; mais, pour l'obtenir la date julienne proposée a été reculée de deux fois 1460 ans juliens, équivalents à deux fois 1461 ou 2922 années vagues. Il faut donc ajouter ce nombre à 91 pour avoir le rang égyptien véritable du Thoth demandé, lequel se trouve aussi être le 3013e de la table, comprenant 3012 ans égyptiens complets, à partir de la coïncidence primitive de — 3285.

Si le rang de l'année julienne proposée excédait — 3285, on le ferait rentrer dans la table, en lui ôtant les périodes de 1460 au lieu de les ajouter, et du reste on opérerait de la même manière.

Remarque. Quoique la table soit disposée pour des années antérieures à l'ère chrétienne, elle peut servir aussi pour des années postérieures; seulement il faudrait ôter une unité au rang proposé de l'année julienne, pour avoir égard au changement brusque de numération qui a lieu à l'origine de l'ère chrétienne.

Exemple. On demande la date du Thoth dans l'année julienne de notre ère + 139; je réduis d'abord cette date à + 138, puis j'en retranche deux fois 1460 ou 2920, pour la ramener dans la table : elle devient ainsi — 2920 + 138 ou — 2782 ; et la table marque le Thoth au 20 juillet, qui est en effet sa date véritable.

Enfin il serait facile aux astronomes d'employer aussi cette table pour calculer les Thoths des années de Nabonassar, connaissant l'an-

née julienne correspondante, ou seulement le rang de l'année dans cette ère, qui a pour origine le 26 février — 747 julien. Mais cette application sortirait du nombre de celles auxquelles le Mémoire actuel doit s'étendre.

Note II.

Exposition abrégée de la marche suivie par Champollion, dans son Mémoire sur la notation de l'année égyptienne, pour établir la nature et le sens des caractères sacrés, employés à la notation des mois vagues.

La marche suivie par Champollion dans ses recherches sur les signes de la division du temps chez les Égyptiens se trouve rapportée d'une manière très-fidèle, et appuyée de plusieurs preuves additionnelles, dans deux opuscules publiés à Paris, en 1832 et 1833, par M. F. Salvolini, sous le titre de *Lettres à M. l'abbé Costanzo Gazzera, secrétaire de l'Académie royale des sciences de Turin.* Ces deux lettres d'un disciple distingué de Champollion, admis par lui à une communication sans réserve de ses idées comme de ses écrits, me serviront principalement de guide pour reproduire la portion aujourd'hui perdue de cet important travail; et j'éprouve beaucoup de plaisir à déclarer ici l'honorable empressement avec lequel M. Salvolini lui-même a bien voulu m'aider dans cette tâche.

Champollion commençait son travail par l'étude et l'identification de plusieurs dates de mois que l'inscription de Rosette présente à la fois écrites en caractères hiéroglyphiques ou démotiques, et traduites en noms grecs. Cette comparaison lui servait à prouver, 1° que les deux premiers modes d'expressions n'étaient point phonétiques; 2° qu'elles étaient toujours composées de deux signes, dont l'un était commun à plusieurs mois différents, mais toujours consécutifs; tandis que l'autre, qui était le croissant lunaire, était reproduit généralement dans tous les mois, avec la seule différence de l'inégalité du nombre de fois qu'il était rappelé.

En étudiant l'emploi réitéré de ces deux genres de caractères dans une foule de monuments égyptiens de toutes les époques, où la présence des mêmes groupes consignés dans l'inscription de Rosette décelait des dates de mois et de jours, Champollion parvenait à constater, 1° que dans toutes ces dates sans exception, les signes spéciaux ou distinctifs des mois étaient seulement au nombre de trois et non davantage; 2° que la répétition du croissant lunaire, comme signe distinctif, ne surpassait jamais quatre. Ces deux genres de signes ainsi fixés dans leur application et leur répétition, suffisent en effet évidemment pour exprimer sans équivoque chacun des douze mois qui composaient une année vague égyptienne; et leur emploi la partage nécessairement en trois tétrades de mois, affectées chacune d'un des trois signes spéciaux, mais dont les quatre mois consécutifs sont distingués par la répétition ordinale du croissant lunaire : telle fut aussi la conclusion de Champollion.

Il ne restait donc plus qu'à découvrir dans quel ordre de succession ces trois tétrades de mois doivent être placées, pour s'identifier avec la série connue des douze noms grecs Thoth, Phaophi, Athor, etc. que l'on sait indubitablement avoir désigné, par ordre, les douze mois de l'année égyptienne. Il est évident qu'il suffit pour cela de trouver sur des monuments bilingues l'identification d'un seul mois de chacune des trois tétrades, et même seulement de deux tétrades, puisque l'ordre de la troisième se conclut par nécessité comme complément. Cette détermination fut donnée surabondamment à Champollion par l'inscription de Rosette et par plusieurs autres monuments. Il put même aller jusqu'à en conclure avec assurance que, dans la dixième ligne hyéroglyphique de cette inscription, le sculpteur a commis une faute en écrivant le mois Méchir, le sixième de l'année, par le caractère spécial qui convient à la première tétrade, au lieu de lui appliquer celui de la seconde, dans laquelle ce mois est compris.

Les signes des douze mois étant ainsi tous définis individuellement, et leur application ordinale établie, Champollion montra leur série

entière, écrite dans le même ordre et avec ces mêmes signes, sur deux monuments qui embrassent la durée presque totale de l'empire d'Égypte; savoir : le palais de Rhamsès III à Thèbes, et le temple d'Athor, érigé à Edfou par les Ptolémées.

Assuré par toutes ces preuves que la notation des douze mois était bien telle qu'il l'avait trouvée, et qu'elle était complète, Champollion chercha ce que pouvaient signifier les caractères spéciaux, appliqués à chacune des trois tétrades de mois; et tant par l'application de ses principes phonétiques, que par l'autorité d'une foule d'exemples, il découvrit que ces signes spéciaux exprimaient autant de phases consécutives de l'année agricole, qui étaient respectivement celles de la végétation, des récoltes, de l'inondation.

Hérodote nous apprend que chez les Égyptiens chaque mois de l'année et chaque jour du mois étaient placés sous le patronage d'un personnage divin qui y présidait. Champollion avait dès long-temps reconnu la liaison intime, on pourrait dire la fusion de toutes les institutions égyptiennes avec leur mythologie. Il s'attacha donc à l'exacte détermination de tous ces personnages emblématiques, qu'il avait heureusement remarqués sur les tableaux des mois d'Edfou et du Rhamesséum, ou ils sont figurés avec leurs noms propres et les attributs qui les caractérisent. Il expliqua les noms, caractérisa les attributs qui les accompagnaient, et parvint ainsi à classer ses douze personnages-mois dans la série hiérarchique des divinités égyptiennes que sa sagacité naturelle l'avait conduit à étudier profondément.

Il en était là lorsqu'il me communiqua ce travail sur l'année. Je fus aussitôt frappé de cette association d'idée aussi imprévûe que remarquable, dévoilée par sa découverte, savoir, celle d'une année vague exprimée par des caractères solaires. Car l'application de pareils caractères ne pouvant avoir de justesse physique qu'à certaines époques fixes, distantes les unes des autres d'environ 1505 ans juliens, leur emploi intermédiaire formait comme une sorte de grand cycle dans lequel les années vagues se trouvaient rangées d'elles-mêmes, et dont

les limites périodiques devenaient ainsi extrêmement importantes à déterminer. Ces considérations le portèrent à rechercher encore plus minutieusement tous les attributs physiques des personnages-mois, pour mettre en évidence tous leurs rapports avec les phases de l'année solaire qui correspondent aux tétrades où ils sont placés. Il détermina ainsi avec autant de sagacité que de justesse les personnages représentatifs des deux solstices et de l'équinoxe vernal, personnages dont la place dans la série des mois correspond en effet d'une manière si précise à la distribution réelle des phases d'une année solaire dans les anciens temps.

C'est à cette dernière discussion que commence la partie de son manuscrit que nous possédons.

Ayant ainsi complété la notation des mois, il expose celle des cinq épagomènes, qu'il découvrit d'abord dans un ancien papyrus du musée de Turin, et qu'il retrouva depuis dans le petit temple d'Ombos en Thébaïde, avec tous les détails mythiques relatifs à leur introduction.

De là il passe à la détermination des caractères par lesquels les Égyptiens écrivaient les idées de jours et d'heures, et il spécifie les formes des divinités emblématiques par lesquelles ils personnifiaient ces divisions du temps. Enfin il expose le caractère emblématique qui servait pour figurer l'idée d'année. Il est à peine nécessaire de dire que toutes ces choses sont établies sur la confrontation et la discussion d'une multitude de monuments.

Champollion terminait son travail par un résumé que je transcrirai textuellement, parce qu'il rassemble et groupe sous un point de vue général tous les documents sur lesquels il s'était appuyé. Voici ce résumé, tiré du manuscrit qui nous reste :

« En terminant ce Mémoire, il convient d'établir par le témoignage
« des monuments, l'antiquité de cette notation égyptienne des divisions
« du temps. Je citerai donc des actes publics originaux, des manuscrits,
« des inscriptions historiques, des stèles et des tombeaux, pour prouver
« que cette notation fut employée pendant une longue série de siècles,

« et je fixerai l'époque la plus reculée pour laquelle des monuments « authentiques constatent l'usage de cette même notation, et principa- « lement la notation des *mois* de l'année.

« L'inscription de Rosette et un nombre fort considérable de contrats « égyptiens démotiques, datés des divers règnes de la dynastie grecque, « depuis Alexandre jusqu'à Ptolémée Cæsarion, et conservés dans les « collections royales de Paris, de Turin et de Berlin, ou en Angleterre, « établissent d'abord que cette notation des divisions du temps fut « en usage en Égypte pendant la durée entière de la dynastie des La- « gides. c'est-à-dire dans le premier, le deuxième, le troisième siècle « et la fin du quatrième avant notre ère.

« Plusieurs contrats démotiques, datés du règne de *Darius I*^er^, con- « servés au musée et au cabinet des antiques de Paris, prouvent que, « sous la domination des Perses, les Égyptiens employaient ce système « de notation vers le sixième siècle avant notre ère.

« Son existence est établie pour le septième siècle par des actes pu- « bliés en écriture démotique, datés du règne de Psammétichus Ier (1), « et par deux stèles du temps du Pharaon Nechao Ier (2).

« Des inscriptions monumentales sculptées sur la paroi de gauche « du portique des Bubastites, sous les règnes des Pharaons *Osorchon* « *Sesonchis I*^er^, *Takelothis* et *Sesonchis II*^e^, ne laissent aucun doute « sur l'usage de notre notation au dixième siècle avant Jésus-Christ.

« Son existence est démontrée pour les treizième, quatorzième siècles « et la fin du quinzième, par des inscriptions hiéroglyphiques sculptées « sur les monuments de Thèbes, et par divers contrats, registres ou « actes publiés en écriture hiératique, conservés dans les musées royaux « de Turin et de Paris.

« Des monuments du même genre et en très-grand nombre con- « statent l'usage du système entier de notation que nous avons déve-

(1) Musée de Turin.

(2) Collection Anastasy, à Leyde.

« loppé dans ce Mémoire, pendant toute la durée de la dix-huitième « dynastie, qui, au commencement du quinzième siècle avant Jésus-« Christ, occupait encore le trône des Pharaons, dont Amenoph Ier « fils d'Amosis, le chef de cette dix-huitième dynastie, s'était emparé, « après avoir chassé les rois Hykschos, vers la fin du dix-neuvième « siècle avant notre ère.

« A cette époque déja si reculée, les caractères qui servaient à noter « les divisions du temps ne différaient en rien des caractères que nous « trouvons employés à l'expression des dates les plus récentes, dans les « textes égyptiens des derniers temps de la monarchie.

« Bien peu de monuments originaux des âges antérieurs à la dix-« huitième dynastie, c'est-à-dire antérieurs au dix-neuvième siècle avant « notre ère, ont échappé aux invasions des Barbares et aux ravages « du temps. Nous possédons cependant un certain nombre de stèles fu-« néraires, et de stèles contenant des actes d'adoration, datées du règne « de huit Pharaons égyptiens, qui, contemporains des rois Hykschos et « régnant collatéralement avec eux, formaient ainsi une dix-septième « dynastie égyptienne légitime. Mais dans la rédaction de la plupart de « ces dates, on a seulement énoncé l'année du règne, sans mentionner « le mois ni son quantième. Je puis cependant citer deux monuments « appartenant à cette vieille dynastie, et portant deux inscriptions « dans lesquelles j'ai retrouvé l'emploi de la notation des mois divisés « en tétrades. L'un des tombeaux les plus remarquables de Béni Hassan « porte la date du 15 *de Phaophi de la quarantième année* du règne « *d'Osortasen Ier*; et une stèle funéraire provenant d'Abydos, et que « j'ai copiée à Alexandrie chez M. d'Anastasy son possesseur, est datée « du 20e jour du mois de Thoth de la dix-septième année de ce même « Pharaon.

« Les inscriptions des tombeaux de Béni Hassan, raccordées avec « les tables royales d'Abydos et du palais de Karnac, établissent que « le roi Osortasen Ier fut le prédécesseur d'Amenoph Ier, chef de la « dix-huitième dynastie. D'autre part, des stèles funéraires ou des in-

« scriptions monumentales relatent la quarantième année d'Osorta-
« sen Ier, la vingt-neuvième de son second successeur Amenemhé II,
« la deuxième d'Osortasen II, la dix-neuvième d'Osortasen III, la qua-
« rante-quatrième d'Amenemhé III, la sixième de Rhametaoué, et la
« vingt-deuxième d'Amosis, prédécesseur immédiat d'Amenoph Ier, chef
« de la dix-huitième dynastie : or, les cent soixante-deux années at-
« tribuées à sept des huit rois de la dix-septième dynastie par les monu-
« ments originaux, qui certes ne peuvent tous être datés précisément
« de la dernière année du règne de ces princes, ne permettent point
« de placer le temps où vécut le roi Osortasen Ier postérieurement au
« vingt-unième siècle avant notre ère.

« L'inscription dédicatoire du tombeau d'Amoneï à Béni Hassan,
« datée du 15 de Phaophi de la quarantième année d'Osortasen Ier,
« établit qu'à cette même époque la notation des divisions du temps
« développée dans ce Mémoire était déja en usage, et rien n'autorise à
« supposer qu'au vingt-unième siècle avant l'ère chrétienne ce système
« de notation fût nouveau ou récemment introduit. Plusieurs monu-
« ments pourraient témoigner à l'appui d'une opinion toute contraire à
« une telle supposition; mais l'époque de ces monuments, bien certai-
« nement antérieurs à la dix-septième dynastie, reste encore incertaine
« ou se perd dans les ténèbres des temps primitifs. »

Note III.

Pour faciliter la vérification des résultats numériques qui sont rapportés dans ce Mémoire, j'ai inséré ici divers tableaux qui en renferment les principaux éléments.

Le premier contient les valeurs de la rétrogradation des équinoxes, et de l'obliquité, calculées par les formules de la Mécanique céleste, relativement à l'écliptique fixe et à l'écliptique mobile, pour les trois époques de coïncidence de la notation égyptienne, comme aussi pour l'époque présumable du tableau astronomique sculpté au Rhamesséum.

Les trois autres tableaux contiennent les coordonnées équatoriales vraies de η pléiade, Aldébaran et Antarès, calculées sur ces données pour les époques de coïncidence, avec les longitudes du soleil qui en résultent, pour les instants de leurs levers ou couchers vrais et héliaques à Thèbes. Afin d'abréger les calculs, on est parti des longitudes et latitudes données par le Catalogue de Lacaille pour l'époque de 1750.

Ces données ont été employées, conformément aux formules générales, insérées dans le deuxième volume de mon Astronomie, deuxième édition, et reproduites dans mes Recherches sur l'astronomie égyptienne, page 296 et suivantes.

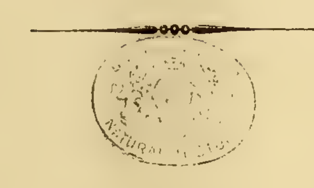


Fig. 5.

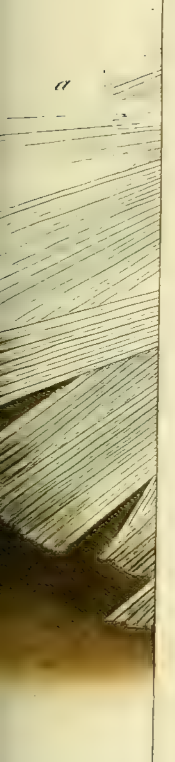


Fig. 6

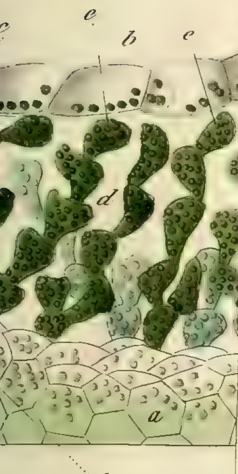


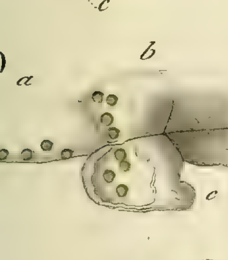
...r Melle Legendre d'ap...

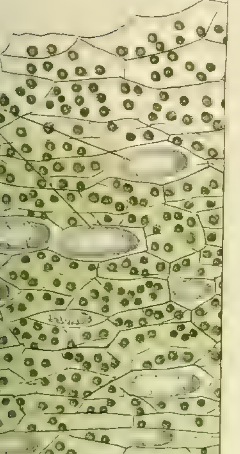


ANATOMIE DU MARCHANTIA POLYMORPHA

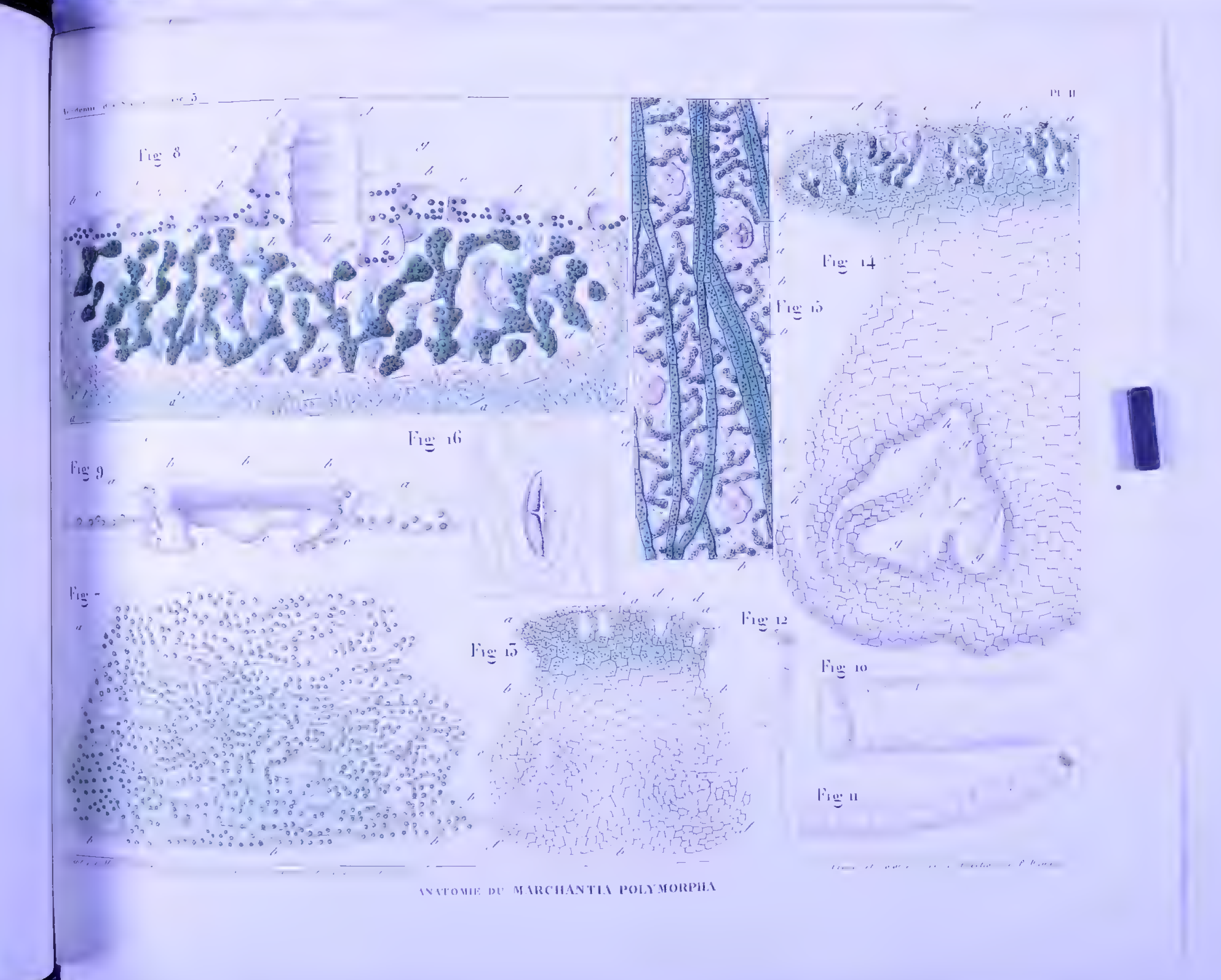
Fig. 8







Mlle Legendre d'après les



ANATOMIE DU MARCHANTIA POLYMORPHA

des Sciences

a

a

Fig.

lle Legendre d

[illegible] Mlle Legendre, d'après les croquis de l'auteur et sous sa direction.

Gravé et colorié sous la direction de P. Duménil.

ANATOMIE DU MARCHANTIA POLYMORPHA

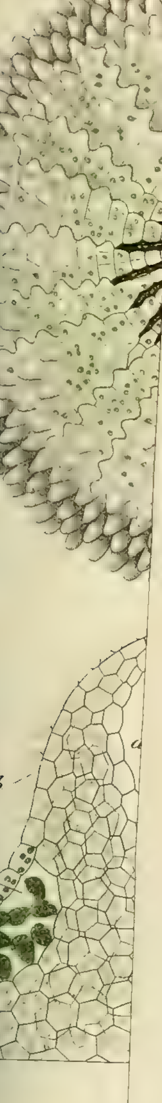

ie des Sciences Tom
. 31.
a
b
Fig
Melle Legendre

Fig. 31

Fig. 36.

Fig. 37.

Fig. 39

Fig. 34.

Fig. 33

Fig. 32.

Fig. 40

Fig. 38

Fig. 35

[illegible] croquis de l'auteur et sous sa direction

Gravé et colorié sous la direction de P. Duménil.

ANATOMIE DU MARCHANTIA POLYMORPHA

Fig. 43.

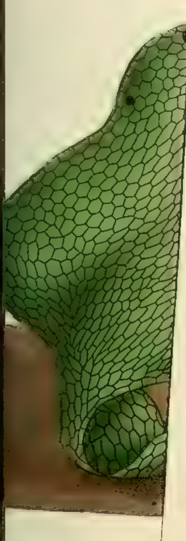
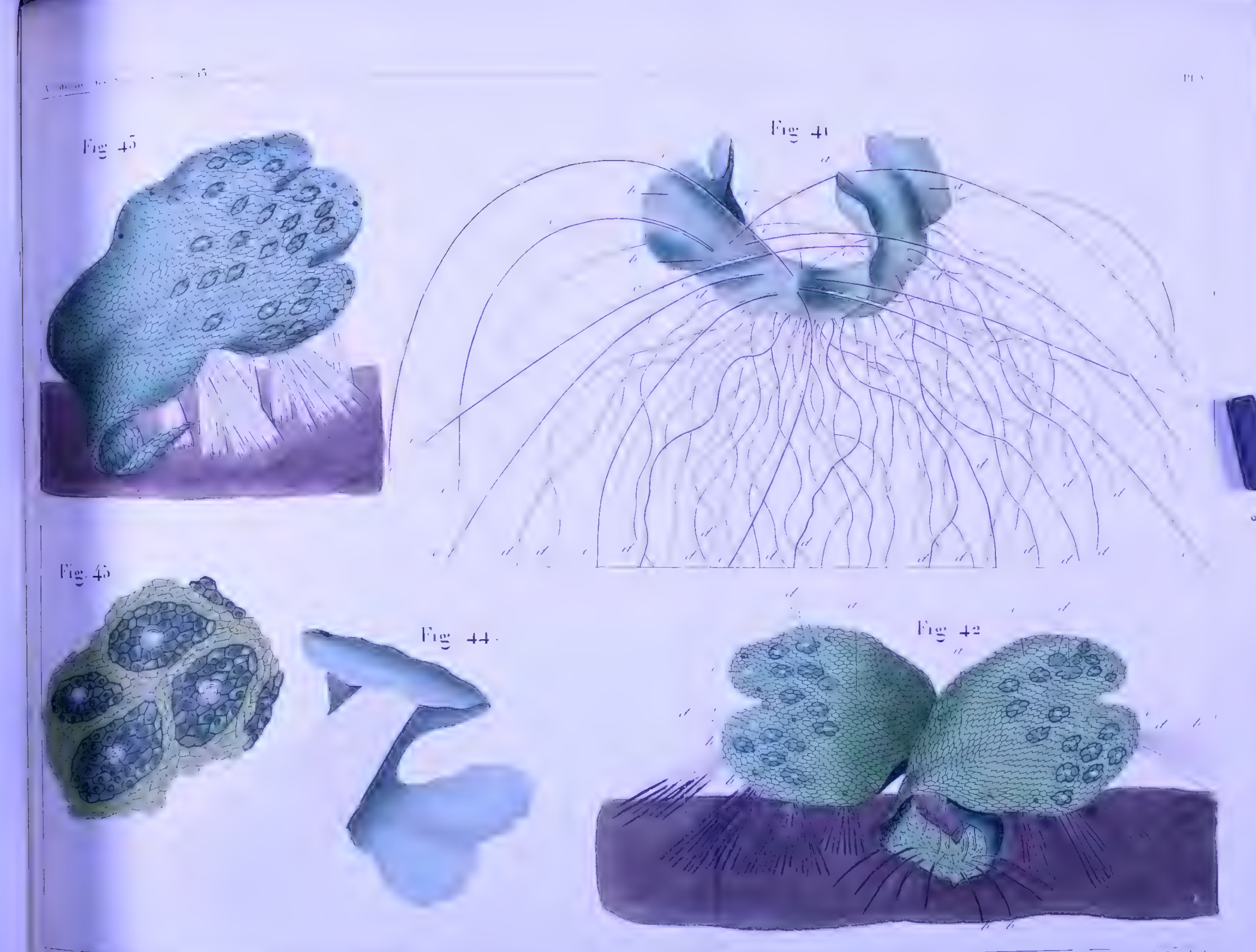


Fig. 45.





Gravé et colorié sous la direction de P. Duménil

ANATOMIE DU MARCHANTIA POLYMORPHA

emie des Scien

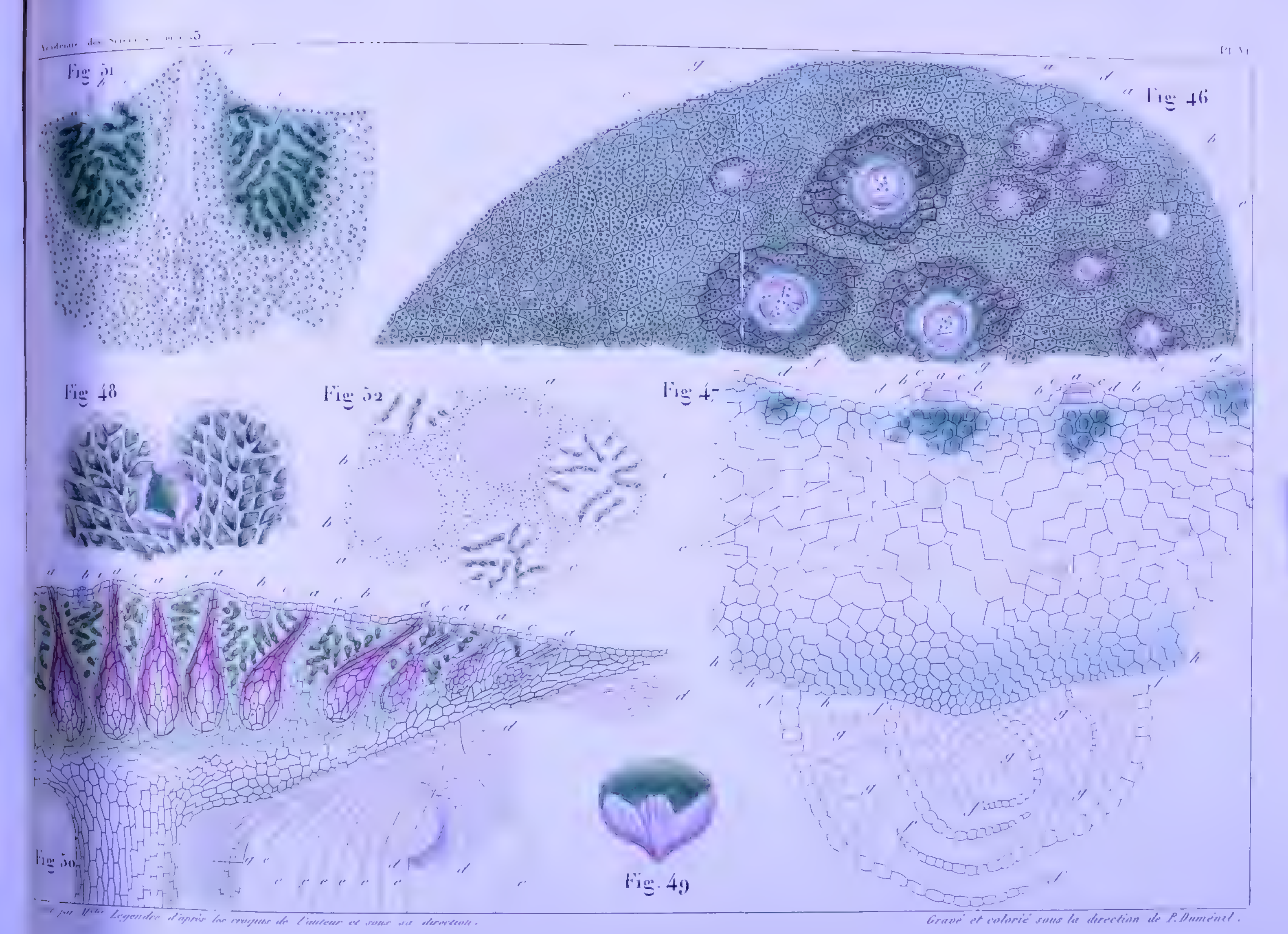
Fig. 51

b c

Fig. 48

b c d

Melle Li



... par Mlle Legendre d'après les croquis de l'auteur et sous sa direction.

Gravé et colorié sous la direction de P. Duménil.

ANATOMIE DU MARCHANTIA POLYMORPHA

c e

f

f

g g

b

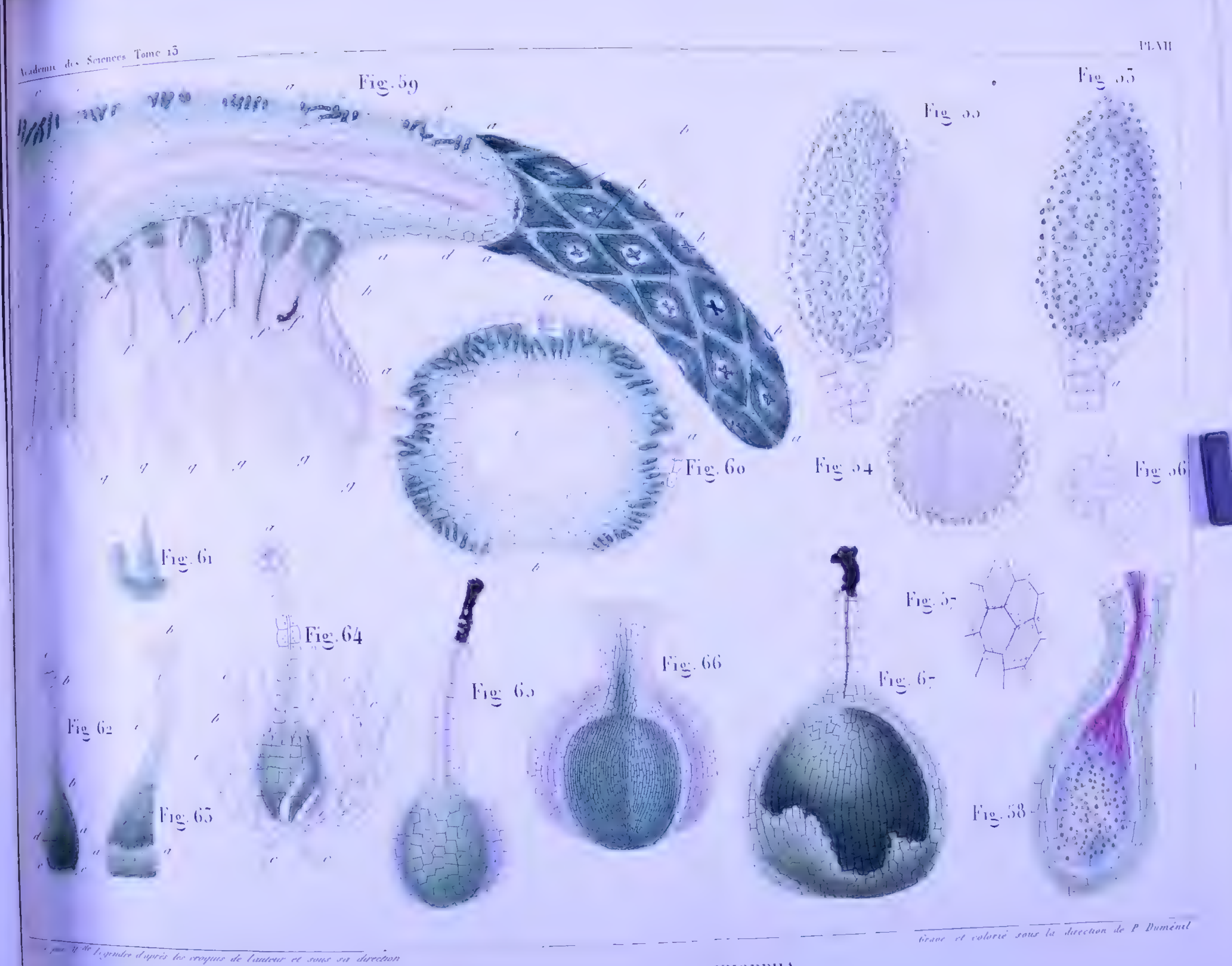
Fig 62 c

b

a

a e

Melle Legendre d'aprè



par Mlle Legendre d'après les croquis de l'auteur et sous sa direction — Gravé et colorié sous la direction de P. Duménil

ANATOMIE DU MARCHANTIA POLYMORPHA

b
b
b

Fig. 76

Fig. 74

Fig. 75

Fig. 71

Fig. 72

Fig. 73

Fig. 77

Fig. 78

Fig. 79

Fig. 80

Fig. 69

Fig. 70

Fig. 82

Fig. 81

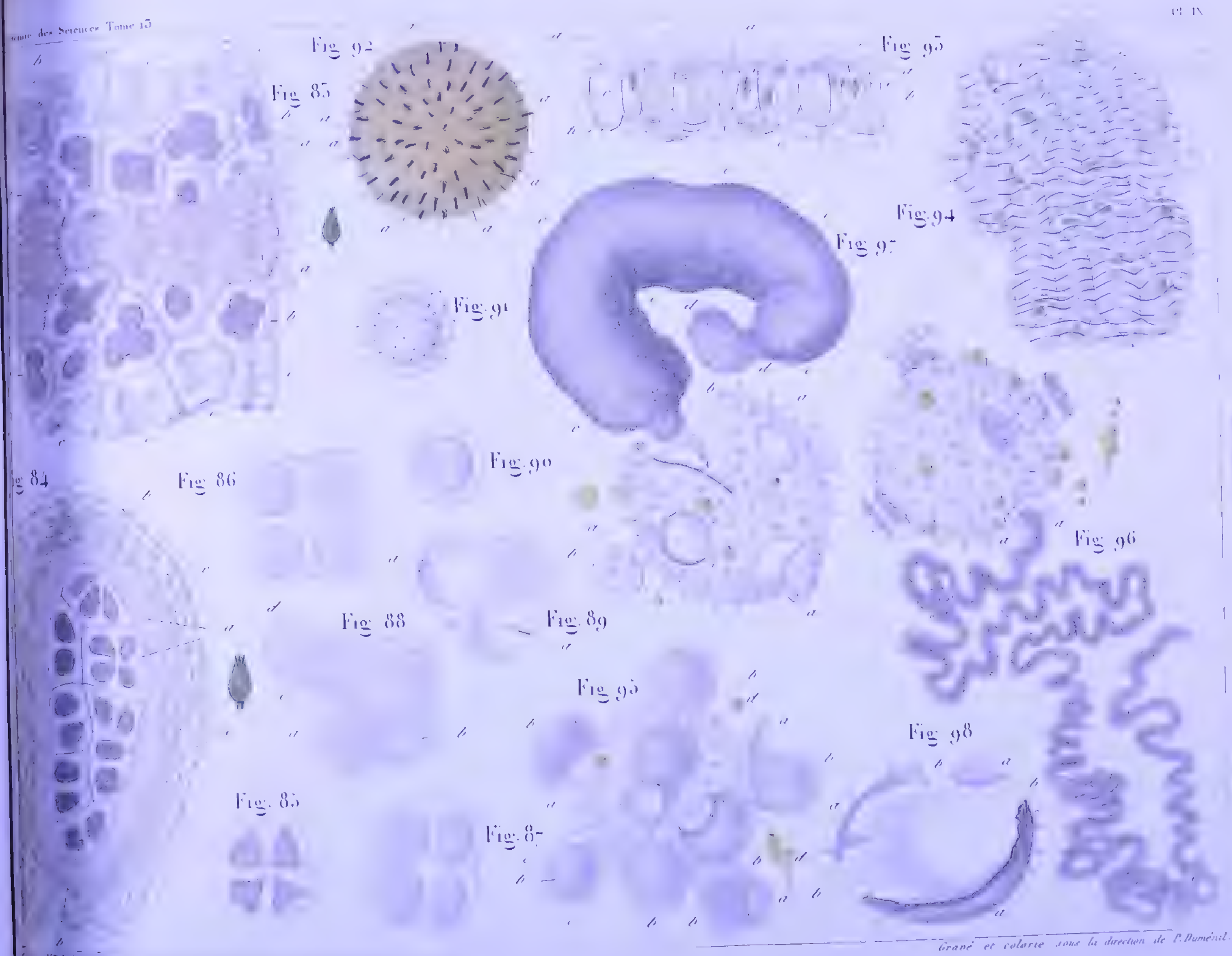
[illegible] Melle Legendre d'après les croquis de l'auteur et sous sa direction. *Gravé et colorié sous la direction de P. Duménil*

ANATOMIE DU **MARCHANTIA POLYMORPHA**

ET DE L'ANTHÈRE DU **CUCURBITA PEPO**

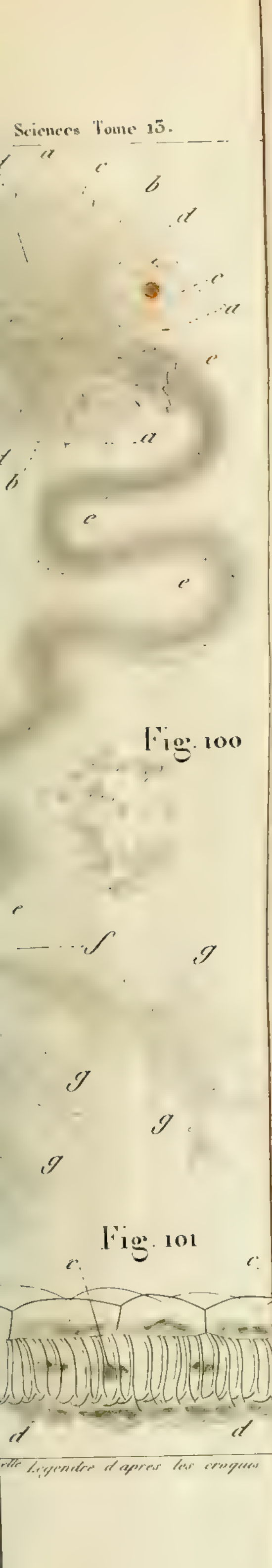
c c c c b

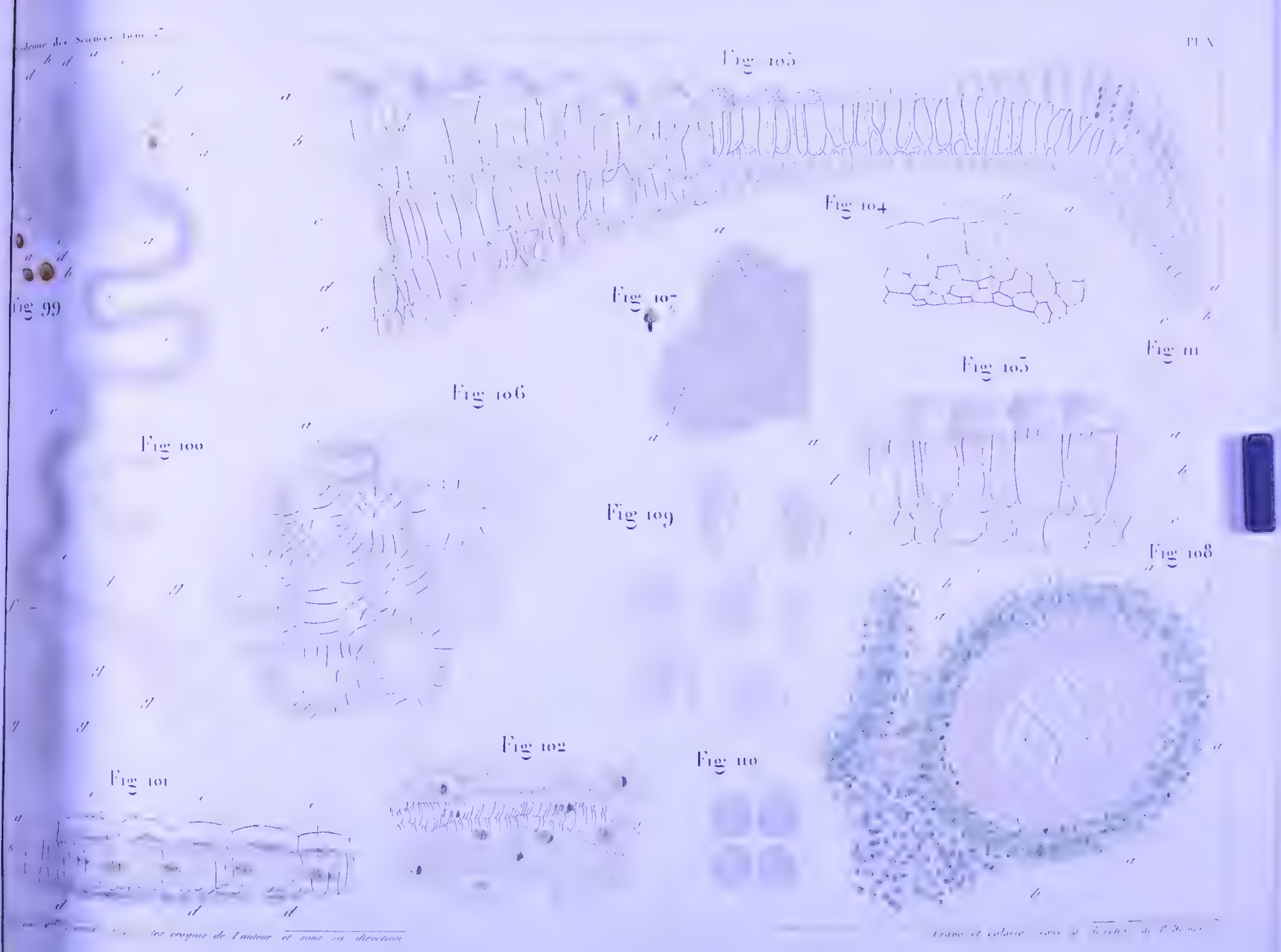
ngendre d'après les cr



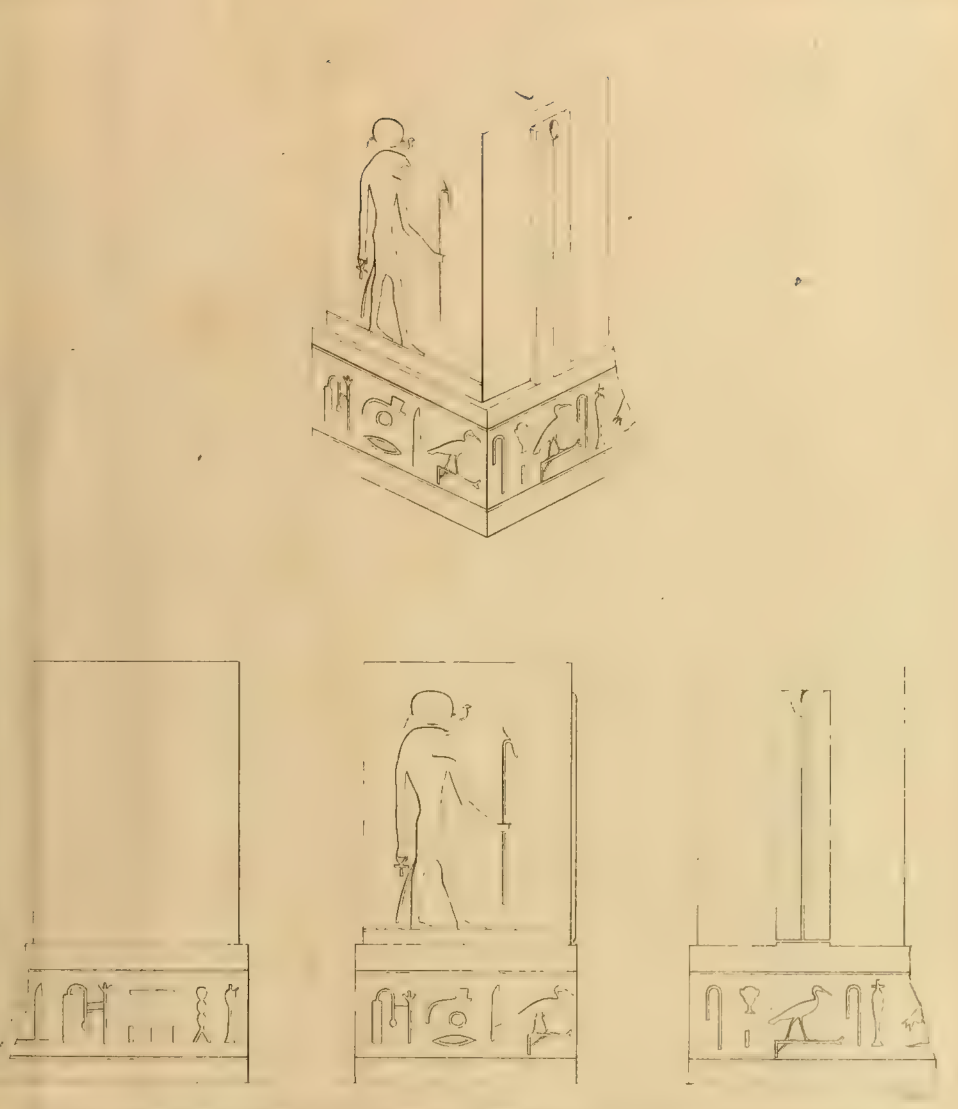
…d'après les croquis de l'auteur et sous sa direction

SUITE DE L'ANATOMIE DE L'ANTHÈRE DU CUCURBITA PEPO,
ET ORIGINE DÉVELOPPEMENT, EXPLOSION, &c DE SON POLLEN


Sciences Tome 13.
a
c
b
d
c
a
e
a
b
e
e
Fig. 100
e
f
g
g
g
g
Fig. 101
e
c
d
d
elle Legendre d'apres les croquis



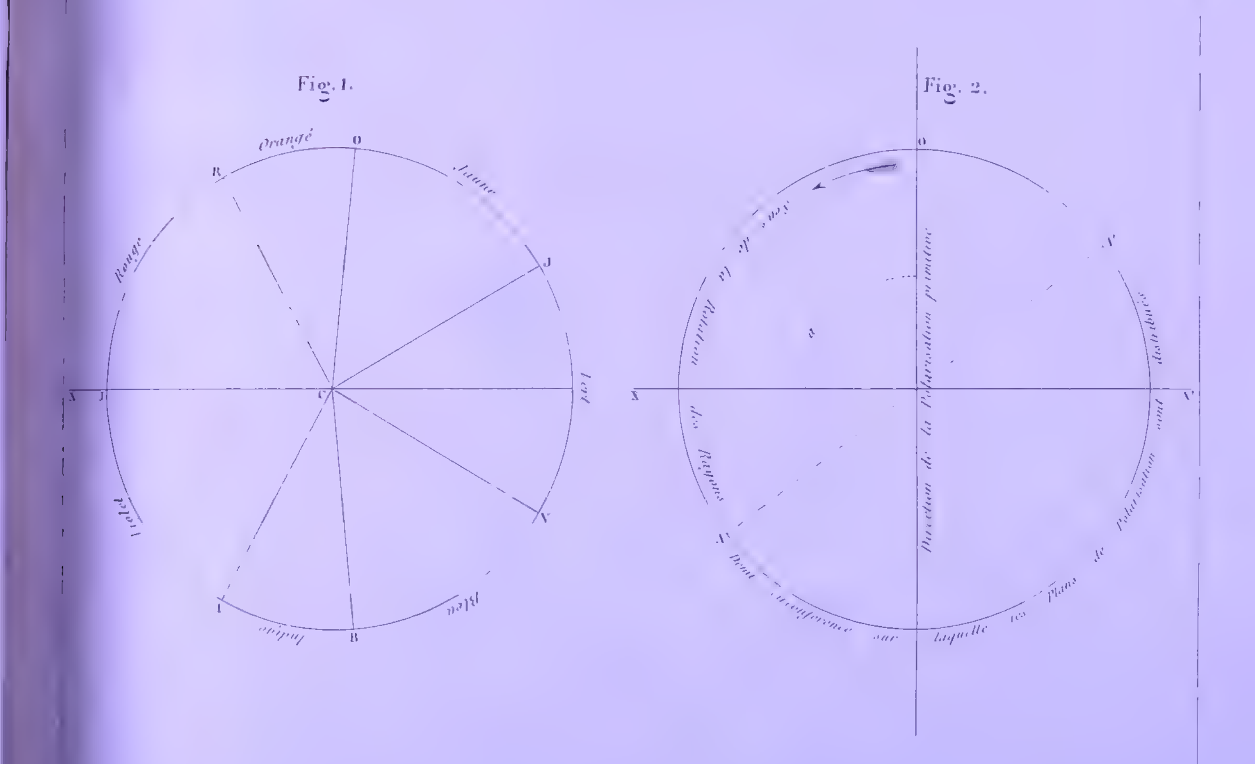
OBSERVATIONS ANATOMIQUES ET PHYSIOLOGIQUES SUR L'ANTHÈRE
ET LE POLLEN DE PLUSIEURS ESPÈCES PHANÉROGAMES



GNOMON TROUVÉE DANS LE TOMBEAU



Orang
R
Rouge
X U
Violet
I
Indigo


Fig. 1.
Orangé
O
R
Jaune
J
Rouge
X
C
Vert
V
Violet
I
Indigo
B
Bleu
Fig. 2.
Sens de la Rotation des Rayons
Direction de la Polarisation primitive
Demi-circonférence sur laquelle les Plans de Polarisation sont distribués

Toby

Equinoxe Vernal de

Méchir

Lever d'Aldebaran avec le Sol

Lever héliaque d'Aldebaran en

Phaménoth

Cartouche de

Pharmouti

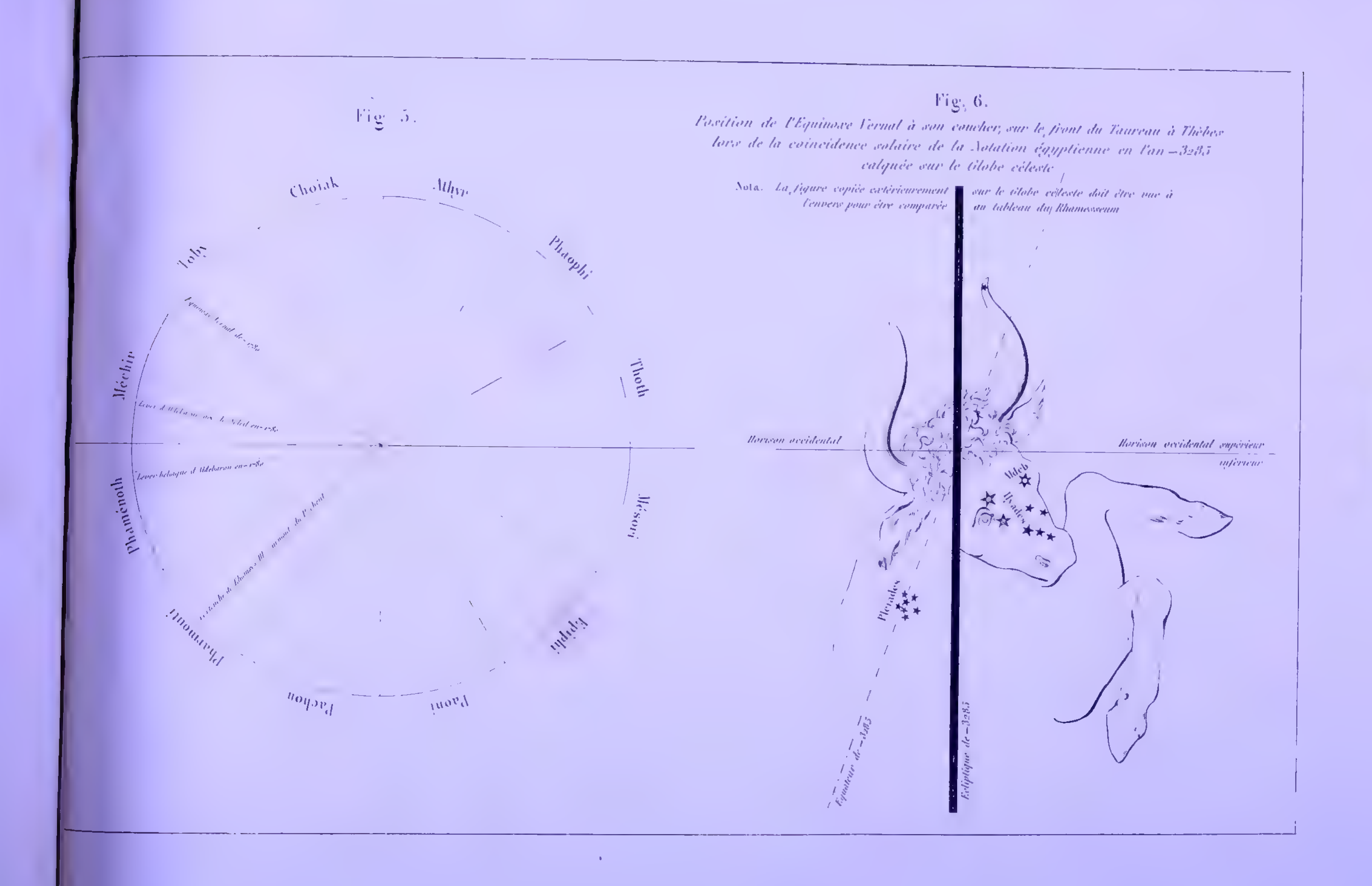


Fig. 5.
Choiak
Athyr
Tobi
Phaophi
Méchir
Thoth
Phaménoth
Mésori
Pharmouti
Epiphi
Pachon
Paoni
Fig. 6.
Position de l'Equinoxe Vernal à son coucher, sur le front du Taureau à Thèbes
lors de la coincidence solaire de la Notation égyptienne en l'an –3285
calquée sur le Globe céleste
Nota. La figure copiée extérieurement sur le Globe céleste doit être vue à l'envers pour être comparée au tableau du Rhamesseum
Horizon occidental
Horizon occidental supérieur
inférieur
Aldeb
Hyades
Pleiades
Equateur de –3285
Ecliptique de –3285



moire de Mr. Biot.
E THEBES.
Mémoire de l'Academie des Sciences, Tome XIII.
CONSECUTIVES.

FIG. III TABLEAU DES MOIS SCULPTÉ DANS LE RHAMESSEUM DE THÈBES.

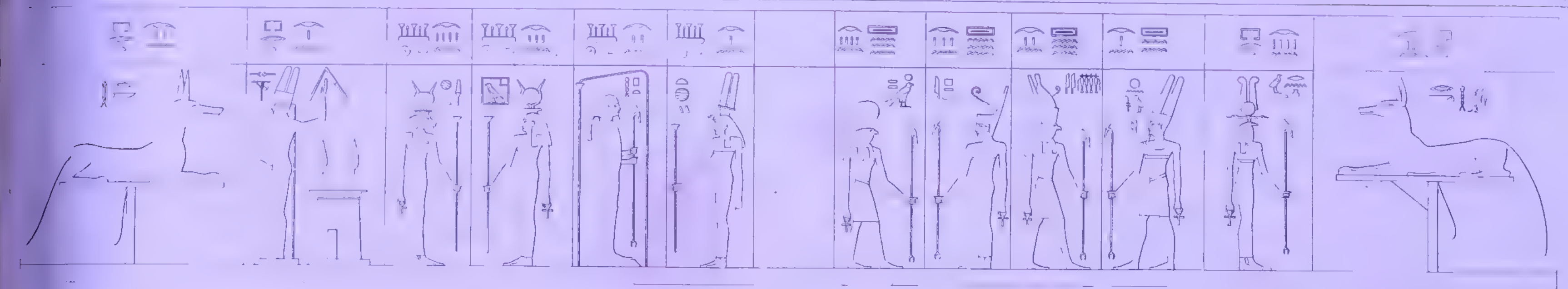
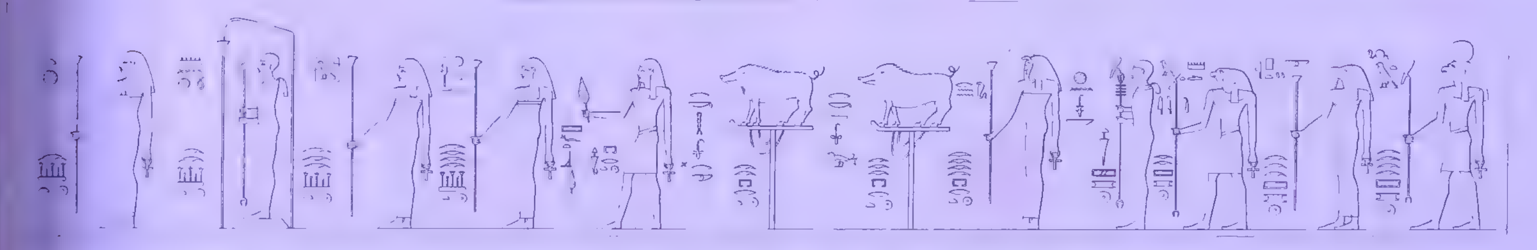


FIG. I TABLEAU DES MOIS A EDFOU.



[illegible] DEUX ANNÉES CONSECUTIVES

